

확인학습문제

1. 다음은 현수와 미영이가 함수에 대해 이야기한 것이다. 두 사람의 대화 중 틀린 부분을 찾아 바르게 고쳐라.

현수 : y 를 x 의 함수라고 할 때, 기호로 어떻게 나타내지?

미영 : $y = f(x)$ 로 나타내.

현수 : 그러면 $f(1), f(2), f(3)$ 은 뭐지?

미영 : $f(1), f(2), f(3)$ 은 각각 $x = 1, x = 2, x = 3$ 일 때의 함수값이고, 이런 함수값 전체의 집합을 공역이라고 해.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 미영 : 공역 $\rightarrow$ 치역

해설

함숫값 전체의 집합은 치역이다.

2. 정의역이 $\{1, 2, 3\}$ 인 함수 $y = -2x$ 의 치역을 골라라.

[배점 2, 하중]

① $\{1, 2, 3\}$

② $\{-2, 1, 2, 3\}$

③ $\{-2, 2, 6\}$

④ $\{-6, -4, -2\}$

⑤ $\{-6, -4, -2, 1, 2, 3\}$

해설

$y = -2x$ 에서

$f(1) = -2 \times 1 = -2$

$f(2) = -2 \times 2 = -4$

$f(3) = -2 \times 3 = -6$ 이다.

따라서 치역은 $\{-6, -4, -2\}$ 이다.

3. 정의역이 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 일 때, 함수 $y = x - 5$ 의 치역에 속하는 원소가 아닌 것을 보기에서 모두 골라라.

보기

㉠ -8

㉡ -6

㉢ -5

㉣ -4

㉤ -2

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉤

해설

$f(-2) = -2 - 5 = -7, f(-1) = -1 - 5 = -6,$

$f(0) = 0 - 5 = -5, f(1) = 1 - 5 = -4,$

$f(2) = 2 - 5 = -3$

$\therefore \{-7, -6, -5, -4, -3\}$

따라서 보기의 원소 중 치역에 속하는 원소가 아닌 것은 $-8, -2$ 이다.

4. 함수 $f(x) = 5x - 2$ 에서 이 함수의 치역이 $\{-12, -7, 3, 8\}$ 일 때, 정의역은? [배점 3, 하상]

- ① $\{-4, -2, 2, 4\}$ ② $\{-4, -2, 0, 2\}$
 ③ $\{-2, -1, 0, 1\}$ ④ $\{-2, -1, 1, 2\}$
 ⑤ $\{-2, 0, 2, 4\}$

해설

$$\begin{aligned} 5x - 2 &= -12 \\ \therefore x &= -2 \\ 5x - 2 &= -7 \\ \therefore x &= -1 \\ 5x - 2 &= 3 \\ \therefore x &= 1 \\ 5x - 2 &= 8 \\ \therefore x &= 2 \\ \therefore (\text{정의역}) &= \{-2, -1, 1, 2\} \end{aligned}$$

5. 좌표평면 위의 점 $(a, -b)$ 가 제4사분면 위의 점일 때, 다음 중 제2사분면 위의 점은? [배점 3, 하상]

- ① $(-a, -b)$ ② (a, b)
 ③ (a, ab) ④ $(a + b, -b)$
 ⑤ $(-b, a + b)$

해설

$$\begin{aligned} a > 0, -b < 0 \text{ 이므로 } a > 0, b > 0 \\ \text{① } -a < 0, -b < 0: \text{ 제3사분면} \\ \text{②, ③: 제1사분면} \\ \text{④ } a + b > 0, -b < 0: \text{ 제4사분면} \\ \text{⑤ } -b < 0, a + b > 0: \text{ 제2사분면} \end{aligned}$$

6. 정의역과 공역이 모두 자연수 전체의 집합이고, 함수 $f(x) = (7^x \text{의 일의 자리 숫자})$ 일 때, 치역을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: $\{1, 3, 7, 9\}$

해설

$$\begin{aligned} f(1) &= 7, f(2) = 9, f(3) = 3, f(4) = 1, f(5) = 7, f(6) = 9, \dots \\ \text{이므로 함수값은 } 7, 9, 3, 1 \text{ 이 반복된다.} \\ \therefore \text{치역 } \{1, 3, 7, 9\} \end{aligned}$$

7. 두 함수 $f(x) = -7 + 2x$, $g(x) = \frac{10}{x} + 1$ 에 대하여 $f(6) = a$ 일 때, $g(a)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned} f(6) &= -7 + 2 \times 6 = 5 \therefore a = 5 \\ g(5) &= \frac{10}{5} + 1 = 3 \end{aligned}$$

8. $f(x) = \frac{1}{4}x - 2$ 에 대하여 $f(a) = -\frac{1}{2}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\begin{aligned} f(a) &= \frac{1}{4}a - 2 = -\frac{1}{2} \text{ 이므로} \\ \frac{1}{4}a - 2 &= -\frac{1}{2} \\ a - 8 &= -2 \therefore a = 6 \end{aligned}$$

9. 정의역이 $\{x|x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 인 함수 $y = -\frac{12}{x} + 1$ 의 공역이 될 수 있는 집합을 골라라. [배점 3, 중하]

- ① $\{x|x \text{는 } 0 \text{ 보다 작은 유리수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 정수}\}$
- ③ $\{x||x| < 3 \text{인 유리수}\}$
- ④ $\{x|x \text{는 } -12 \leq x < 1 \text{인 유리수}\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 홀수}\}$

해설

공역은 치역의 원소를 모두 포함하는 집합이어야 한다.

정의역이 $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ 이므로,
 $y = -\frac{12}{x} + 1$ 에서

$$f(1) = -11, f(2) = -5, f(3) = -3, f(4) = -2, f(6) = -1,$$

$$f(8) = -\frac{1}{2}, f(12) = 0, f(24) = \frac{1}{2}$$

이므로 치역은 $\{-11, -5, -3, -2, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\}$ 이다.

① $\frac{1}{2} > 0$ 이므로 공역이 될 수 없다.

② $-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ 가 정수가 아니므로 공역이 될 수 없다.

③ $|-11| > 3, |-5| > 3, |-3| > 3$ 이므로 공역이 될 수 없다.

④ $-11, -5, -3, -2, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}$ 이 모두 포함되므로 공역이 될 수 있다.

⑤ -2 는 짝수이고, $-\frac{1}{2}$ 와 $\frac{1}{2}$ 는 분수이므로 공역이 될 수 없다.

따라서 치역의 원소 $-11, -5, -3, -2, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}$ 이 모두 포함되어 있는 집합은 $\{x|x \text{는 } -12 \leq x < 1 \text{인 유리수}\}$ 이다.

10. 두 변수 x, y 사이의 관계가 함수가 아닌 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 1L 에 1200 원인 휘발유의 x L 의 가격 y 원
- ② 시속 50km 로 x 시간 동안 간 거리 y km
- ③ 자연수 x 에 대하여 x 의 약수의 개수가 y 개
- ④ 2보다 큰 자연수 x 에 대하여 x 의 약수 y
- ⑤ 하루 중 낮의 길이가 x 시간일 때의 밤의 길이 y 시간

해설

① $y = 1200x$ 이므로 함수이다.

② $y = 50x$ 이므로 함수이다.

③ 자연수 x 에 대한 약수의 개수는 단 하나 정해지므로 함수이다.

④ 1을 제외한 모든 자연수의 약수는 모두 2개 이상이므로 함수가 아니다.

⑤ $y = 24 - x$ 이므로 함수이다.

11. 다음 중 y 가 x 의 함수가 아닌 것을 구하여라.

㉠ $y = 2x$

㉡ $y = \frac{2}{3}x - 1$

㉢ $y = \frac{12}{x}$

㉣ $y = (x \text{의 약수})$

㉤ $y = 6x + 1$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤은 x 의 값이 정해지면 그에 따라 y 의 값이 하나로 정해지므로 함수이다.

㉣은 2 이상의 x 의 약수는 2개 이상이다.

12. 다음 중 함수인 것을 모두 구하여라.

- ㉠ x 주일은 y 일이다.
- ㉡ x 보다 8만큼 큰 수는 y 이다.
- ㉢ 시속 x km 로 y 시간 동안 달린 거리는 90km 이다.
- ㉣ 자연수 x 와 서로소인 자연수 y

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉣

해설

㉠, ㉡, ㉣ x 의 값이 정해지면 그에 따라 y 의 값이 하나로 정해지므로 함수이다.

㉠ $y = 7x$

㉡ $y = x + 8$

㉣ $xy = 90$

㉢ 자연수 x 에 대해 y 값은 무수히 많이 대응한다. 따라서 ㉠, ㉡, ㉣이다.

13. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㄱ. 점 $(3, -5)$ 와 y 축에 대하여 대칭인 점은 $(3, 5)$ 이다.
- ㄴ. 점 $(6, -\frac{3}{4})$ 과 x 축에 대하여 대칭인 점은 제 1 사분면의 점이다.
- ㄷ. 두 점 $(-2, 4)$ 와 $(2, -4)$ 는 원점에 대하여 서로 대칭인 점이다.
- ㄹ. 점 $(1, 8)$ 과 x 축에 대하여 대칭인 점의 y 좌표는 양수이다.
- ㅁ. 점 (a, b) 가 제 2 사분면의 점이면 원점에 대하여 대칭인 점은 제 4 사분면의 점이다.

[배점 4, 중중]

① ㄱ, ㄴ

② ㄱ, ㄷ, ㄹ

③ ㄴ, ㄷ, ㅁ

④ ㄴ, ㄹ, ㅁ

⑤ ㄷ, ㄹ, ㅁ

해설

ㄱ. 점 $(3, -5)$ 와 y 축에 대하여 대칭인 점은 $(-3, -5)$ 이다.

ㄹ. 점 $(1, 8)$ 과 x 축에 대하여 대칭인 점은 $(1, -8)$ 이므로 y 좌표는 음수이다.

14. 두 함수 $f(x) = -\frac{x}{2} + 11$, $g(x) = \frac{24}{x} - 5$ 에 대하여 $2f(2) \div g(4)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 20

해설

$$f(2) = -\frac{2}{2} + 11 = 10$$

$$g(4) = \frac{24}{4} - 5 = 1$$

$$\therefore 2f(2) \div g(4) = 2 \times 10 \div 1 = 20$$

15. 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① A (3, 1) : 제 2 사분면의 점
- ② B (-4, 0) : 제 2 사분면의 점
- ③ C (-1420, -5) : 사분면위에 있지 않다.
- ④ D $\left(8, -\frac{5}{1420}\right)$: 제 4 사분면의 점
- ⑤ E (0, -3) : 제 3 사분면의 점

해설

제2사분면 (-, +)	제1사분면 (+, +)
O	
제3사분면 (-, -)	제4사분면 (+, -)

x 좌표는 양수, y 좌표는 음수이면 제 4사분면의 점이다.