

확인학습문제

1. 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라. $(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1) = 3^{\square} - 1$ [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} & (3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1) \\ &= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1) \\ &= (3^4-1)(3^4+1) \\ &= 3^8-1 \end{aligned}$$

2. 다음 □ 에 알맞은 수를 써넣어라.

$$(x-1)(x+1)(x^2+1) = (x^{\square}-1)(x^2+1) = (x^{\square}-1)$$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

▶ 정답 : 4

해설

$$(x-1)(x+1)(x^2+1) = (x^2-1)(x^2+1) = (x^4-1)$$

3. 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하면?

$$311 \times 311 - 310 \times 312 - 2$$

[배점 3, 하상]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & a = 311 \text{ 이라 하면,} \\ & 311 \times 311 - 310 \times 312 - 2 \\ &= a \times a - (a-1) \times (a+1) - 2 \\ &= a^2 - (a^2-1) - 2 \\ &= a^2 - a^2 + 1 - 2 = -1 \end{aligned}$$

4. 다음 중 주어진 수의 계산을 간편하게 하기 위하여 이용되는 곱셈 공식을 가장 바르게 나타낸 것은? (단, 문자는 자연수) [배점 3, 하상]

- ① $201^2 \Rightarrow (a-b)^2$
 ② $499^2 \Rightarrow (a+b)^2$
 ③ $997^2 \Rightarrow (a+b)(a-b)$
 ④ $103 \times 97 \Rightarrow (ax+b)(cx+d)$
 ⑤ $104 \times 105 \Rightarrow (x+a)(x+b)$

해설

$$\begin{aligned} & ① 201^2 = (200+1)^2 \Rightarrow (a+b)^2 \\ & ② 499^2 = (500-1)^2 \Rightarrow (a-b)^2 \\ & ③ 997^2 = (1000-3)^2 \Rightarrow (a-b)^2 \\ & ④ 103 \times 97 = (100+3)(100-3) \Rightarrow (a+b)(a-b) \end{aligned}$$

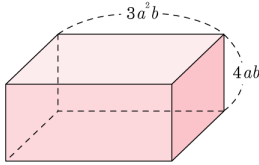
5. $(x+y)(x-y-2)$ 를 전개한 것은? [배점 3, 하상]

- ① $x^2 - y^2 - 2x - 2y$ ② $x^2 - y^2 - 2x + 2y$
 ③ $x^2 - y^2 + 2x + 2y$ ④ $x^2 + y^2 - 2x - 2y$
 ⑤ $x^2 - y^2 + 2x - 2y$

해설

$$\begin{aligned} & (x+y)(x-y-2) \\ &= (x+y)(x-y) - 2(x+y) \\ &= x^2 - y^2 - 2x - 2y \end{aligned}$$

6. 다음 그림은 가로 길이가 $3a^2b$, 높이가 $4ab$ 인 직육면체이다. 이 입체도형의 부피가 $9a^2b^3$ 일 때 세로의 길이를 구하면?



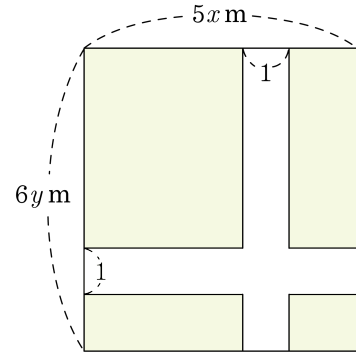
[배점 3, 하상]

- ① $\frac{2}{3b}$ ② $\frac{4b}{3a}$ ③ $\frac{2b}{3}$ ④ $\frac{4a}{3b}$ ⑤ $\frac{3b}{4a}$

해설

$$\begin{aligned} & 9a^2b^3 \div (3a^2b \times 4ab) \\ &= \frac{9a^2b^3}{12a^3b^2} = \frac{3b}{4a} \end{aligned}$$

7. 다음 그림과 같이 가로 $5x\text{m}$, 세로 $6y\text{m}$ 인 직사각형 모양의 화단 안에 폭이 1m 인 길을 만들려고 한다. 길을 제외한 화단의 넓이를 바르게 나타낸 것은?



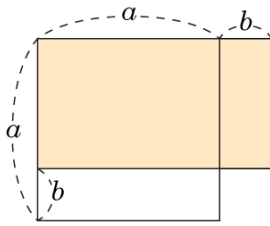
[배점 3, 하상]

- ① $(30xy + x - y + 1)\text{m}^2$
 ② $(30xy - x + y + 1)\text{m}^2$
 ③ $(30xy - x - y + 1)\text{m}^2$
 ④ $(30xy + 5x - 6y + 1)\text{m}^2$
 ⑤ $(30xy - 5x - 6y + 1)\text{m}^2$

해설

$$\begin{aligned} (\text{직사각형의 넓이}) &= (\text{가로}) \times (\text{세로}) \\ &= (5x - 1)(6y - 1) \\ &= (30xy - 5x - 6y + 1)\text{m}^2 \end{aligned}$$

8. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?



[배점 3, 하상]

- ① a^2 ② $a^2 + 2ab + b^2$
 ③ $a^2 - ab$ ④ $a^2 - b^2$
 ⑤ $a^2 - 2ab + b^2$

해설

직사각형의 넓이는 (가로 길이) $\times$ (세로 길이) 이므로, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

9. $x(x+2)(x-3)(x-5) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ 에서 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 23

해설

$x(x+2)(x-3)(x-5)$
 $= \{x(x-3)\}\{(x+2)(x-5)\}$
 $= (x^2 - 3x)(x^2 - 3x - 10)$
 $x^2 - 3x = t$ 로 치환하면 $t(t-10) = t^2 - 10t$
 $t = x^2 - 3x$ 를 대입하여 정리하면 $x^4 - 6x^3 - x^2 + 30x$
 따라서 $a+b+c = -6 - 1 + 30 = 23$ 이다.

10. 다음 중 주어진 수의 계산을 간편하게 하기 위하여 이용되는 곱셈 공식을 가장 바르게 나타낸 것은? (단, 문자는 자연수) [배점 4, 중중]

- ① $201^2 \rightarrow (a-b)^2$
 ② $499^2 \rightarrow (a+b)^2$
 ③ $997^2 \rightarrow (a+b)(a-b)$
 ④ $103 \times 97 \rightarrow (ax+b)(cx+d)$
 ⑤ $104 \times 105 \rightarrow (x+a)(x+b)$

해설

- ① $201^2 = (200+1)^2 \Rightarrow (a+b)^2$
 ② $499^2 = (500-1)^2 \Rightarrow (a-b)^2$
 ③ $997^2 = (1000-3)^2 \Rightarrow (a-b)^2$
 ④ $103 \times 97 = (100+3)(100-3) \Rightarrow (a+b)(a-b)$

11. 5.1×4.9 를 간편하게 계산하기 위하여 이용되는 곱셈 공식으로 적절한 것은? [배점 4, 중중]

- ① $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 ② $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
 ③ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
 ④ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$
 ⑤ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

해설

$$5.1 \times 4.9 = (5 + 0.1)(5 - 0.1) = 25 - 0.01$$

12. 다음 다항식을 전개할 때, 설명 중 옳지 않은 것은?

$$(x + 2y + 1)(x - y + 1)$$

[배점 4, 중중]

- ① 전개하면 x 의 계수는 2이다.
- ② 전개식의 항의 개수는 6 개이다.
- ③ $x - 1 = A$ 로 치환하여 전개할 수 있다.
- ④ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 의 곱셈 공식을 이용할 수 있다.
- ⑤ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ 의 곱셈 공식을 이용할 수 있다.

해설

$$(x + 2y + 1)(x - y + 1)$$

$$= \{(x + 1) + 2y\}\{(x + 1) - y\}$$

$x + 1 = t$ 라 하면

$$(t + 2y)(t - y) = t^2 + yt - 2y^2$$

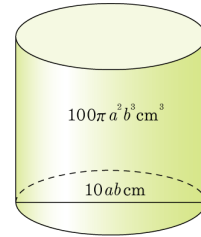
$t = x + 1$ 을 대입하면

$$(x + 1)^2 + y(x + 1) - 2y^2$$

$$= x^2 + 2x + 1 + xy + y - 2y^2$$

③, ⑤ $x + 1 = t$ 로 치환하여 정리하면 $(t + 2y)(t - y)$ 이므로 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ 을 이용하여 풀 수 없다.

13. 원기둥의 부피는 $100\pi a^2 b^3 \text{ cm}^3$ 이고, 밑면은 지름의 길이가 $10ab \text{ cm}$ 인 원이다. 이 원기둥의 높이는?



[배점 4, 중중]

- ① $2b \text{ cm}$
- ② $4b \text{ cm}$
- ③ $6b \text{ cm}$
- ④ $8b \text{ cm}$
- ⑤ $10b \text{ cm}$

해설

$$\therefore h = \frac{100\pi a^2 b^3}{(5ab)^2 \pi} = \frac{100a^2 b^3}{25a^2 b^2} = 4b$$

14. 밑면의 둘레의 길이가 $2a\pi$ 인 원기둥의 부피가 $10(a^3b + a^2)\pi$ 일 때, 이 원기둥의 높이 h 를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

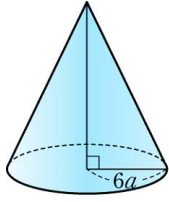
▷ 정답: $10ab + 10$

해설

$$a^2 \pi \times h = 10(a^3b + a^2)\pi$$

$$\therefore h = 10(a^3b + a^2)\pi \times \frac{1}{a^2 \pi} = 10ab + 10$$

15. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $6a$ 인 원뿔의 부피가 $36\pi a^2 b^3 - 24\pi a^2 b^2$ 일 때, 원뿔의 높이는?



[배점 4, 중중]

- ① $3b^2 - 2b$ ② $3b^3 - 2b^2$
 ③ $6b^3 - 4b^2$ ④ $6ab^3 - 4ab^2$
 ⑤ $12b^3 - 8b^2$

해설

$$\begin{aligned} \text{원뿔의 부피} &: \frac{1}{3} \times (\text{밑넓이}) \times (\text{높이}) \\ \frac{1}{3} \times 36\pi a^2 \times h &= 36\pi a^2 b^3 - 24\pi a^2 b^2 \\ 12a^2 h &= 12a^2(3b^3 - 2b^2) \\ \therefore h &= 3b^3 - 2b^2 \end{aligned}$$

16. $(x-1)(x+2)(x+4)(x+7)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수와 상수항의 합은? [배점 4, 중중]

- ① -19 ② -2 ③ 8
 ④ 14 ⑤ 28

해설

$$\begin{aligned} (x-1)(x+2)(x+4)(x+7) \\ &= \{(x-1)(x+7)\}\{(x+2)(x+4)\} \\ &= (x^2 + 6x - 7)(x^2 + 6x + 8) \end{aligned}$$

x^2 이 나오는 항은 $8x^2 + 36x^2 - 7x^2 = 37x^2$ 이다.
 따라서, x^2 의 계수는 37이고, 상수항은 -56 이 되므로 x^2 의 계수와 상수항의 합은 $37 - 56 = -19$ 이다.

17. $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) = x^a + b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 7 ② 9 ③ 15 ④ 17 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} (x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) \\ &= (x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) \\ &= (x^4-1)(x^4+1)(x^8+1) \\ &= (x^8-1)(x^8+1) \\ &= x^{16} - 1 \\ x^a + b &= x^{16} - 1 \text{ 이므로 } a = 16, b = -1 \\ \therefore a - b &= 17 \end{aligned}$$

18. $(4x^2 - 3x + 2)(3x^3 + 5x^2 + 7)$ 을 전개하였을 때, 상수항을 포함한 모든 항의 계수들의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 45

해설

$$\begin{aligned} (4x^2 - 3x + 2)(3x^3 + 5x^2 + 7) &= ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f \text{ 라 하면} \\ \text{항등식이므로 양변에 } x=1 \text{ 을 대입하면} \\ (4 - 3 + 2)(3 + 5 + 7) &= a + b + c + d + e + f \\ \therefore a + b + c + d + e + f &= 45 \end{aligned}$$

19. $(x-y+2)(x-y+3) - (x+2y-3)^2$ 을 전개하였을 때, 상수항을 제외한 나머지 모든 항의 계수의 총합을 구하면? [배점 5, 중상]

① -3 ② 6 ③ 9 ④ 15 ⑤ 21

해설

$$\begin{aligned}
 & x-y=A, \quad x+2y=B \text{라 하면} \\
 & (x-y+2)(x-y+3) - (x+2y-3)^2 \\
 & = (A+2)(A+3) - (B-3)^2 \\
 & = A^2 + 5A + 6 - B^2 + 6B - 9 \\
 & = (x-y)^2 + 5(x-y) + 6 - (x+2y)^2 + 6(x+2y) - 9 \\
 & = x^2 - 2xy + y^2 + 5x - 5y + 6 - x^2 - 4xy - 4y^2 + 6x + 12y - 9 \\
 & = -3y^2 - 6xy + 11x + 7y - 3 \\
 & \therefore \text{상수항을 제외한 나머지 항의 계수의 총합 :} \\
 & -3 - 6 + 11 + 7 = 9
 \end{aligned}$$

21. $(a+b+c-d)(-a+b+c+d) + (a+b-c+d)(a-b+c+d)$ 를 전개하면? [배점 5, 중상]

① $2ad + 2bc$ ② $3ad + 3bc$ ③ $4ad + 4bc$
④ $3ad - 3bc$ ⑤ $4ad - 4bc$

해설

$$\begin{aligned}
 & (a+b+c-d)(-a+b+c+d) + (a+b-c+d)(a-b+c+d) \\
 & = \{(b+c) + (a-d)\}\{(b+c) - (a-d)\} + \{(a+d) + (b-c)\}\{(a+d) - (b-c)\} \\
 & = (b+c)^2 - (a-d)^2 + (a+d)^2 - (b-c)^2 \\
 & = b^2 + 2bc + c^2 - a^2 + 2ad - d^2 + a^2 + 2ad + d^2 - b^2 + 2bc - c^2 \\
 & = 4ad + 4bc
 \end{aligned}$$

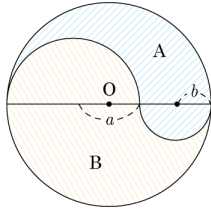
20. $(a+b+c-d)(a-b+c+d) + (a+b-c+d)(-a+b+c+d)$ 를 전개하면? [배점 5, 중상]

① $3ac + 3bd$ ② $4ac + 4bd$ ③ $5ad + 5bc$
④ $4ad - 4bc$ ⑤ $5ad - 5bc$

해설

$$\begin{aligned}
 & (a+b+c-d)(a-b+c+d) + (a+b-c+d)(-a+b+c+d) \\
 & = \{(a+c) + (b-d)\}\{(a+c) - (b-d)\} + \{(b+d) + (a-c)\}\{(b+d) - (a-c)\} \\
 & = (a+c)^2 - (b-d)^2 + (b+d)^2 - (a-c)^2 \\
 & = a^2 + 2ac + c^2 - b^2 + 2bd - d^2 + b^2 + 2bd + d^2 - a^2 + 2ac - c^2 \\
 & = 4ac + 4bd
 \end{aligned}$$

22. 그림과 같이 반지름의 길이가 a , b 인 반원으로 큰 원 O 를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B 의 넓이의 차는?



[배점 5, 중상]

- ① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$
 ③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$
 ⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

$$\begin{aligned}
 & \text{(A 의 넓이)} \\
 &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 - a^2 + b^2 \} \\
 &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2b^2) \\
 &= \pi(ab + b^2) \\
 & \text{(B 의 넓이)} \\
 &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\
 &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 + a^2 - b^2 \} \\
 &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2a^2) \\
 &= \pi(ab + a^2) \\
 \therefore B - A &= \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2) \\
 &= \pi(a^2 - b^2) = \pi(a-b)(a+b)
 \end{aligned}$$

23. $x = a(a-6)$ 일 때, $(a+1)(a-2)(a-4)(a-7)$ 을 x 에 관한 전개식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $x^2 - 36$ ② $x^2 - 6$
 ③ $x^2 + x$ ④ $x^2 + x - 36$
 ⑤ $x^2 + x - 56$

해설

$$\begin{aligned}
 x &= a(a-6) = a^2 - 6a \\
 (a+1)(a-2)(a-4)(a-7) &= \\
 &= \{(a-2)(a-4)\} \{(a-7)(a+1)\} \\
 &= (a^2 - 6a + 8)(a^2 - 6a - 7) \\
 &= (x+8)(x-7) \\
 &= x^2 + x - 56
 \end{aligned}$$

24. $2(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8) = 4^a - 2^b$ 일 때, 상수 a , b 의 합 $a+b$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 2 ② 4 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

$$\begin{aligned}
 2 &= 4 - 2 \text{ 이므로} \\
 (4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8) &= \\
 &= (4^2 - 2^2)(4^2 + 2^2)(4^4 + 2^4)(4^8 + 2^8) \\
 &= (4^4 - 2^4)(4^4 + 2^4)(4^8 + 2^8) \\
 &= (4^8 - 2^8)(4^8 + 2^8) \\
 &= 4^{16} - 2^{16} \\
 \therefore a + b &= 16 + 16 = 32
 \end{aligned}$$

25. $2(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) = 3^a + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 15 ② 16 ③ -15
④ -16 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} 2 &= 3 - 1 \text{ 이므로} \\ (3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^4-1)(3^4+1)(3^8+1) \\ &= (3^8-1)(3^8+1) \\ &= 3^{16} - 1 \\ a &= 16, b = -1 \\ \therefore a + b &= 15 \end{aligned}$$

26. $x^2 - y^2 = -1$, $x - y = 2$ 일 때, 다음을 계산하여라.
 $(x+y)^{100}(x-y)^{102}$ [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} (\text{주어진 식}) &= (x+y)^{100}(x-y)^{100}(x-y)^2 \\ &= (x^2-y^2)^{100}(x-y)^2 \\ \text{에서 } x^2-y^2 &= -1, x-y=2 \text{ 를 대입하면} \\ (\text{주어진 식}) &= (-1)^{100} \times 2^2 = 4 \end{aligned}$$

27. $x = -3, y = 5$ 일 때, $(x^2+y^2)^2 - (x^2-y^2)^2$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 900

해설

주어진 식을 간단히 하면

$$\begin{aligned} (x^2+y^2)^2 - (x^2-y^2)^2 \\ &= x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^4 + 2x^2y^2 - y^4 \\ &= 4x^2y^2 = 4(xy)^2 \\ xy &= -15 \text{ 이므로} \\ \therefore (x^2+y^2)^2 - (x^2-y^2)^2 &= 4(xy)^2 \\ &= 4 \times (-15)^2 \\ &= 900 \end{aligned}$$