

약점 보강 3

1. 지면으로부터 초속 30m 로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 30x$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 초

▷ 정답 : 45 m

해설

$y = -5x^2 + 30x$ 에서 $y = -5(x - 3)^2 + 45$ 이다.
따라서 $x = 3$ 일 때, y 는 최댓값 45 를 갖는다.

2. 다음 보기의 이차함수의 그래프를 그렸을 때, 폭이 넓은 순서대로 나열하여라.

보기

㉠ $y = (x - 3)^2 + 2$

㉡ $y = -2x^2$

㉢ $y = 5(x + 1)^2 - 4$

㉣ $y = \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{2}x - 1$

㉤ $y = -0.5x^2 + 1$

㉥ $y = \frac{1}{5}x^2$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉥, ㉤, ㉠, ㉣, ㉡, ㉢

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓으므로
㉥, ㉤, ㉠, ㉣, ㉡, ㉢

3. 다음 이차함수의 그래프 중 폭이 가장 좁은 것은?

[배점 3, 하상]

① $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$

② $y = 3x^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 5$

④ $y = 2x^2 + 5x - 8$

⑤ $y = x^2 + 4x - 1$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.
따라서 절댓값이 가장 큰 것은 ②이다.

4. 이차함수 $y = 2x^2 + bx + c$ 가 직선 $x = 2$ 를 축으로 하고 최솟값 -3 을 가질 때, 상수 b, c 의 값을 각각 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -8$

▷ 정답 : $c = 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 이차함수의 식은
 $y = 2(x - 2)^2 - 3$ 이고, 전개하면
 $y = 2(x - 2)^2 - 3 = 2(x^2 - 4x + 4) - 3 = 2x^2 - 8x + 5$
이다.
 $y = 2x^2 - 8x + 5$ 이므로 $b = -8, c = 5$ 이다.

5. 이차함수 $y = \frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동 한 것이다. $p+q$ 의 값은?

[배점 3, 하상]

- ① -5 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$p = 2, q = 3 \Rightarrow p + q = 5$$

6. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 치역은?

[배점 3, 하상]

- ① $\{y \mid y \geq -3\}$ ② $\{y \mid y > 3\}$
 ③ $\{y \mid y > -3\}$ ④ $\{y \mid y < -3\}$
 ⑤ $\{y \mid -3 \leq y \leq 3\}$

해설

$$y = x^2 - 4x + 1 = (x-2)^2 - 3$$

$x = 2$ 일 때, 최솟값 -3 을 가지므로
 치역은 $\{y \mid y \geq -3\}$ 이다.

7. 가로와 세로의 길이의 합이 12 인 직사각형의 넓이를 y 라고 할 때, y 의 최댓값을 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① 36 ② 16 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

해설

가로의 길이를 x 라고 두면 세로의 길이는 $12 - x$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= x \times (12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36) + 36 \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

따라서 18 이 최댓값이다.

8. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(1, 0), (3, 0)$ 에서 만날 때, 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $(2, -1)$

해설

$y = x^2$ 과 계수는 같고, x 절편이 1, 3 인 식의 꼭짓점이므로

$$\begin{aligned} y &= (x-1)(x-3) \\ y &= x^2 - 4x + 3 = (x-2)^2 - 1 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점은 $(2, -1)$

9. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동 하면 점 $(3, m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

① 6 ② 2 ③ -2 ④ -4 ⑤ -6

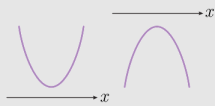
해설

$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$
 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면
 $y = (x - 2 - 2)^2 - 3$
따라서 $y = (x - 4)^2 - 3$
 $(3, m)$ 을 대입하면 $m = (-1)^2 - 3 = -2$ 이다.

10. 다음 이차함수의 그래프 중 x 축과 만나지 않는 것은? [배점 3, 하상]

- ① $y = -x^2 + 4x - 3$
② $y = 4x^2 - 8x + 9$
③ $y = -2x^2 + 8x + 1$
④ $y = -x^2 + 6x + 3$
⑤ $y = -x^2 - 8x + 5$

해설



- ① $y = -x^2 + 4x - 3 = -(x - 2)^2 + 1$
② $y = 4x^2 - 8x + 9 = 4(x - 1)^2 + 5$ x 축과 만나지 않는다.
③ $y = -2x^2 + 8x + 1 = -2(x - 2)^2 + 9$
④ $y = -x^2 + 6x + 3 = -(x - 3)^2 + 12$
⑤ $y = -x^2 - 8x + 5 = -(x + 4)^2 + 21$

11. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 5$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표와 y 축과 교점의 y 좌표를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① x 의 좌표: 2, 0, y 의 좌표: 0
② x 의 좌표: -5, -1, y 의 좌표: -5
③ x 의 좌표: 1, -3, y 의 좌표: $\frac{3}{2}$
④ x 의 좌표: 1, 5, y 의 좌표: 5
⑤ x 의 좌표: 0, 2, y 의 좌표: 0

해설

$y = 0$ 을 대입하면 $x^2 - 6x + 5 = 0$
 $(x - 1)(x - 5) = 0 \therefore x = 1$ 또는 $x = 5$
 $x = 0$ 을 대입하면 $y = 5$

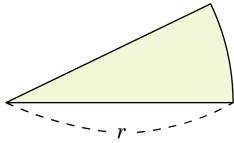
12. 다음 중 꼭짓점의 좌표 $(2, -6)$, 대칭축의 방정식 $x = 2$, y 축과의 교점의 좌표 $(0, -10)$ 인 이차함수는? [배점 3, 하상]

- ① $y = x^2 - 2x - 3$
② $y = x^2 - 4x + 5$
③ $y = -x^2 - 2x + 3$
④ $y = -x^2 + 4x - 10$
⑤ $y = 2x^2 - 4x + 5$

해설

$y = a(x - 2)^2 - 6$ 에 $(0, -10)$ 을 대입한다.
 $a = -1$
 $\therefore y = -x^2 + 4x - 10$

13. 둘레의 길이가 20cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이는?



[배점 3, 하상]

- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm
④ 4cm ⑤ 5cm

해설

부채꼴의 호의 길이는 $l = (20 - 2r)\text{cm}$

부채꼴의 넓이를 y 라 하면

$$y = \frac{1}{2}r(20 - 2r) = (10 - r)r = -(r - 5)^2 + 25$$

따라서 꼭짓점이 (5, 25) 이므로 반지름의 길이가 5cm 일 때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 25cm^2 를 가진다.

14. 이차함수 $y = 2(x - 1)^2 + 3$ 의 최솟값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

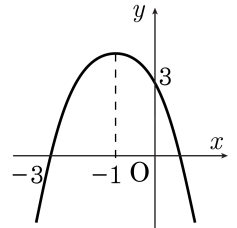
▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$y = 2(x - 1)^2 + 3$ 의 그래프는 $x = 1$ 일 때 최솟값이 3 이다.

15. 다음 그림을 보고 이차함수의 식을 구하면?



[배점 3, 중하]

- ① $y = -(x + 1)^2 + 1$ (또는 $y = -x^2 - 2x$)
② $y = -(x + 1)^2 + 2$ (또는 $y = -x^2 - 2x + 1$)
③ $y = -(x + 1)^2 + 3$ (또는 $y = -x^2 - 2x + 2$)
④ $y = -(x + 1)^2 + 4$ (또는 $y = -x^2 - 2x + 3$)
⑤ $y = -(x + 1)^2 + 5$ (또는 $y = -x^2 - 2x + 4$)

해설

축이 $x = -1$ 이므로

$$y = a(x + 1)^2 + q$$

점 $(-3, 0)$, $(0, 3)$ 을 지나므로

$$0 = 4a + q, 3 = a + q$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -1, q = 4$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 4 = -x^2 - 2x + 3$$

16. $x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 가지고, 점 $(0, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은? [배점 3, 중하]

- ① $y = -\frac{3}{2}(x-2)^2 + 3$
 ② $y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$
 ③ $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2 + 3$
 ④ $y = -\frac{2}{3}(x+2)^2 + 3$
 ⑤ $y = -2x^2 + 3$

해설

$x = -2$ 일 때, 최댓값 3을 가진다는 것은 그래프가 위로 볼록하고, $y = -a(x+2)^2 + 3$ 의 형태임을 의미한다.

이 중 $(0, -3)$ 을 지나면,

$$-3 = -4a + 3$$

$$4a = 6$$

$$a = \frac{3}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$$

17. 축의 방정식이 $x = 1$ 이고, 점 $(-2, 0)$ 을 지나며 y 절편이 3 인 이차함수의 최댓값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{27}{8}$

해설

축이 $x = 1$ 이므로 $y = a(x-1)^2 + q$

두 점 $(-2, 0)$, $(0, 3)$ 을 지나므로

$$0 = a(-2-1)^2 + q, 9a + q = 0$$

$$3 = a(0-1)^2 + q, a + q = 3$$

두 식을 연립하여 풀면

$$a = -\frac{3}{8}, q = \frac{27}{8}$$

$$y = -\frac{3}{8}(x-1)^2 + \frac{27}{8}$$

따라서 $x = 1$ 일 때, 최댓값 $\frac{27}{8}$ 을 갖는다.