

확인학습문제

1. 다음 □ 안에 알맞은 것을 써넣어라. $(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1) = 3^{\square} - 1$ [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned}(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1) \\&= (3^2-1)(3^2+1)(3^4+1) \\&= (3^4-1)(3^4+1) \\&= 3^8-1\end{aligned}$$

2. 다음 □ 에 알맞은 수를 써넣어라.

$$(x-1)(x+1)(x^2+1) = (x^{\square}-1)(x^2+1) = (x^{\square}-1)$$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

▶ 정답 : 4

해설

$$(x-1)(x+1)(x^2+1) = (x^2-1)(x^2+1) = (x^4-1)$$

3. $(x+1+2y)(x+1-2y)$ 를 전개한 것은?

[배점 3, 하상]

① $x^2 - 2y - 4y^2 + 1$

② $x^2 - 4xy + 1$

③ $x^2 - 2xy - 4y^2 + 1$

④ $x^2 + 2x - 4y^2 + 1$

⑤ $x^2 - 2x + 4y^2 + 1$

해설

$$x+1=t \text{라 하면}$$

$$(x+1+2y)(x+1-2y)$$

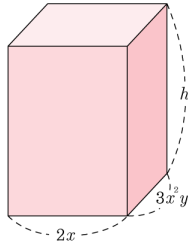
$$= (t+2y)(t-2y)$$

$$= t^2 - 4y^2$$

$$= (x+1)^2 - 4y^2$$

$$= x^2 + 2x - 4y^2 + 1$$

4. 가로, 세로의 길이가 $2x$, $3x^2y$ 인 직육면체의 부피가 $6x^4y^3 - 12x^3y^2$ 일 때, 직육면체의 높이를 구하면?



[배점 3, 하상]

- ① $xy^2 - 12y$ ② $x^2 - 2y$ ③ $xy^2 - 2y$
 ④ $6xy^2 - 2y$ ⑤ $6x^2 - 12y$

해설

$$6x^4y^3 - 12x^3y^2 = 2x \times 3x^2y \times h$$

$$\therefore h = \frac{6x^4y^3 - 12x^3y^2}{6x^3y} = xy^2 - 2y$$

5. 밑면의 가로의 길이와 세로의 길이가 각각 $3a$, $2b$ 인 사각기둥이 있다. 이 사각기둥의 부피가 $60ab^2$ 일 때, 이 사각기둥의 높이는? [배점 3, 하상]

- ① $5a$ ② $5b$ ③ $10a$
 ④ $10ab$ ⑤ $10b$

해설

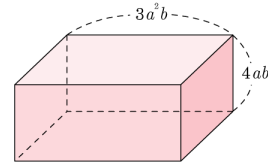
사각기둥의 높이를 h 라 할 때

$$3a \times 2b \times h = 60ab^2$$

$$6ab \times h = 60ab^2$$

$$\therefore h = 10b$$

6. 다음 그림은 가로의 길이가 $3a^2b$, 높이가 $4ab$ 인 직육면체이다. 이 입체도형의 부피가 $9a^2b^3$ 일 때 세로의 길이를 구하면?



[배점 3, 하상]

- ① $\frac{2}{3b}$ ② $\frac{4b}{3a}$ ③ $\frac{2b}{3}$ ④ $\frac{4a}{3b}$ ⑤ $\frac{3b}{4a}$

해설

$$9a^2b^3 \div (3a^2b \times 4ab)$$

$$= \frac{9a^2b^3}{12a^3b^2} = \frac{3b}{4a}$$

7. $x(x-1)(x+2)(x-3) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$ 에서 상수 a , b , c 의 합 $a+b+c$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① -3 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

$$x(x-1)(x+2)(x-3)$$

$$= \{x(x-1)\}\{(x+2)(x-3)\}$$

$$= (x^2 - x)(x^2 - x - 6)$$

$$x^2 - x = t \text{로 치환하면 } t(t-6) = t^2 - 6t$$

$$t = x^2 - x \text{를 대입하여 정리하면 } x^4 - 2x^3 - 5x^2 + 6x$$

따라서 $a + b + c = -2 - 5 + 6 = -1$ 이다.

8. $x(x-1)(x+1)(x-2)$ 을 전개할 때, x^2 의 계수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} & x(x-1)(x+1)(x-2) \\ &= \{x(x-1)\}\{(x+1)(x-2)\} \\ &= (x^2-x)(x^2-x-2) \\ & x^2 \text{의 계수를 구해야 하므로 } -2x^2 + x^2 = -x^2 \\ & \text{따라서, } x^2 \text{의 계수는 } -1 \text{이다.} \end{aligned}$$

9. $(x-1)(x+1)(x^2+1)$ 을 전개하면? [배점 3, 하상]

- ① $x-1$ ② x^2-1 ③ x^4-1
④ x^2+1 ⑤ x^4+1

해설

$$(x^2-1)(x^2+1) = x^4-1$$

10. 다음 식에서 364를 x 로 하여 곱셈 공식을 이용하여 계산하면?

$$364 \times 366 - 728 - 363 \times 365 \quad [\text{배점 4, 중중}]$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & x(x+2) - 2x - (x-1)(x+1) \\ &= x^2 + 2x - 2x - x^2 + 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

11. 5.1×4.9 를 간편하게 계산하기 위하여 이용되는 곱셈 공식으로 적절한 것은? [배점 4, 중중]

① $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

② $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

③ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

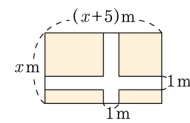
④ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

⑤ $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

해설

$$5.1 \times 4.9 = (5 + 0.1)(5 - 0.1) = 25 - 0.01$$

12. 다음 그림은 직사각형 모양으로 생긴 꽃밭에 폭이 1m인 길을 만든 것이다. 길을 내고 난 꽃밭의 넓이를 x 를 사용하여 나타내면?



[배점 4, 중중]

① $2x^2 + x + 1$

② $5x + 8$

③ $x^2 - 3x - 4$

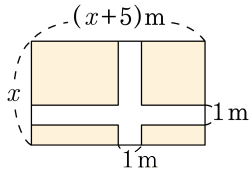
④ $x^2 + 3x - 4$

⑤ $2x^2 - 5x + 4$

해설

$$(x+4)(x-1) = x^2 + 3x - 4$$

13. 다음 그림은 직사각형 모양으로 생긴 꽃밭에 폭이 1m 인 길을 만든 것이다. 길을 내고 난 꽃밭의 넓이를 x 를 사용하여 나타내면?



[배점 4, 중중]

- ① $2x^2 + x + 1$ ② $5x + 8$
 ③ $x^2 - 3x - 4$ ④ $x^2 + 3x - 4$
 ⑤ $2x^2 - 5x + 4$

해설

$$(x+4)(x-1) = x^2 + 3x - 4$$

14. $(2x - 3y + 1)^2$ 의 전개식에서 xy 의 계수를 A , y 의 계수를 B 라 하면 $A - B$ 의 값은 얼마인지 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : -6

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) \text{ 이므로}$$

$$xy \text{ 항 : } 2 \times 2x \times (-3)y = -12xy$$

$$y \text{ 항 : } 2 \times (-3y) \times 1 = -6y$$

$$\therefore A - B = -12 - (-6) = -6$$

15. 밑면의 둘레의 길이가 $2a\pi$ 인 원기둥의 부피가 $10(a^3b + a^2)\pi$ 일 때, 이 원기둥의 높이 h 를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

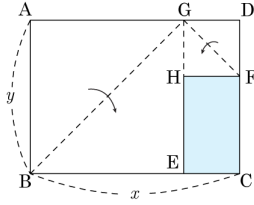
▶ 정답 : $10ab + 10$

해설

$$a^2\pi \times h = 10(a^3b + a^2)\pi$$

$$\therefore h = 10(a^3b + a^2)\pi \times \frac{1}{a^2\pi} = 10ab + 10$$

16. 가로 길이가 $x\text{cm}$, 세로 길이가 $y\text{cm}$ ($x > y$)인 직사각형 ABCD를 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었을 때 생기는 사각형 HECF의 넓이를 나타내는 식을 구하면?



[배점 4, 중중]

- ① $(-x^2 + 2y^2)\text{cm}^2$
 ② $(-x^2 - 2y^2)\text{cm}^2$
 ③ $(-x^2 + 3xy - 2y^2)\text{cm}^2$
 ④ $(-x^2 + 6xy - 2y^2)\text{cm}^2$
 ⑤ $(-x^2 + 9xy - 2y^2)\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB}$ 를 $\overline{EB}$ 에, $\overline{GD}$ 를 $\overline{GH}$ 에 겹치도록 접었다는 것은 $\square ABEG$ 와 $\square GHFD$ 가 정사각형이라는 뜻이다.

$\overline{GD}$ 의 길이는 $x - y$ 이고, $\square GHFD$ 이 정사각형이므로 $\overline{GH}$ 길이도 $x - y$ 이다.

따라서, $\overline{HE}$ 의 길이는 $y - (x - y) = -x + 2y$ 이다.

사각형 HECF의 넓이는 $(x - y)(-x + 2y) = -x^2 + 3xy - 2y^2$ 이 된다.

17. $(x - 2)(x - 1)(x + 1)(x + 2)$ 에서 x^2 의 계수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$$\begin{aligned} & (x - 2)(x - 1)(x + 1)(x + 2) \\ &= \{(x - 1)(x + 1)\}\{(x - 2)(x + 2)\} \\ &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) = x^4 - 5x^2 + 4 \end{aligned}$$

따라서 x^2 의 계수는 -5이다.

18. 곱셈 공식을 이용하여 $\frac{1003 \times 1005 + 1}{1004}$ 을 계산하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 1004

해설

$$\begin{aligned} \frac{(1004 - 1)(1004 + 1) + 1}{1004} &= \frac{1004^2 - 1 + 1}{1004} \\ &= 1004 \end{aligned}$$

19. 다음 식의 값을 곱셈공식을 활용하여 구하려고 한다.
 () 에 알맞은 수는?
 $(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})+2^{63}=2^{(\quad)}$ [배점 5, 중상]

- ① 126 ② 127 ③ 128
 ④ 129 ⑤ 130

해설

$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$ 에 $\frac{1}{2} \times (4-2)$ 를 곱한다.
 $(\frac{1}{2} \times (4-2) = 1$ 이므로 식의 값은 변하지 않는다.)
 $\frac{1}{2}(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$
 $= \frac{1}{2} \times (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$
 $= \frac{1}{2} \times (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$
 $= \frac{1}{2} \times (4^8-2^8)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$
 $= \frac{1}{2} \times (4^{16}-2^{16})(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$
 $= \frac{1}{2} \times (4^{32}-2^{32})(4^{32}+2^{32}) = \frac{1}{2}(4^{64}-2^{64})$
 $= \frac{1}{2}(2^{128}-2^{64})$
 $= 2^{127}-2^{63}$
 따라서 주어진 식은 $(2^{127}-2^{63})+2^{63}=2^{(\quad)}$
 이므로
 $\therefore 2^{(\quad)}=2^{127} \quad \therefore (\quad)=127$

20. $(x-y+2)(x-y+3)-(x+2y-3)^2$ 을 전개하였을 때, 상수항을 제외한 나머지 모든 항의 계수의 총합을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① -3 ② 6 ③ 9 ④ 15 ⑤ 21

해설

$x-y=A, x+2y=B$ 라 하면
 $(x-y+2)(x-y+3)-(x+2y-3)^2$
 $= (A+2)(A+3)-(B-3)^2$
 $= A^2+5A+6-B^2+6B-9$
 $= (x-y)^2+5(x-y)+6-(x+2y)^2+6(x+2y)-9$
 $= x^2-2xy+y^2+5x-5y+6-x^2-4xy-4y^2+6x+12y-9$
 $= -3y^2-6xy+11x+7y-3$
 $\therefore$ 상수항을 제외한 나머지 항의 계수의 총합 :
 $-3-6+11+7=9$

21. $(3x-2y+4z)(2x-3y-z)$ 를 전개하였을 때, xy 의 계수를 A , xz 의 계수를 B 라 할 때, $A+B$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -8 ② -13 ③ -18
 ④ 5 ⑤ 8

해설

$(3x-2y+4z)(2x-3y-z)$ 에서
 xy 의 계수: $3x \times (-3y) + (-2y) \times 2x = -13xy \cdots \therefore A = -13$
 xz 의 계수: $3x \times (-z) + 4z \times 2x = 5xz \cdots \therefore B = 5$
 $\therefore A+B = -8$

22. 반지름이 a 이고 높이가 b 인 원기둥의 부피는 반지름이 b 이고 높이가 a 인 원뿔의 부피의 몇 배인지 구하여라.
[배점 5, 중상]

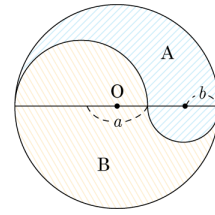
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3a}{b}$ 배

해설

$$\begin{aligned} \text{원기둥 부피} &: a^2\pi \times b = a^2b\pi \\ \text{원뿔의 부피} &: \frac{1}{3}b^2\pi \times a = \frac{1}{3}ab^2\pi \\ \therefore \frac{a^2b\pi}{\frac{1}{3}ab^2\pi} &= \frac{3a}{b} \end{aligned}$$

23. 그림과 같이 반지름의 길이가 a, b 인 반원으로 큰 원 O 를 A, B 두 부분으로 나누었다. 이 때, A, B의 넓이의 차는?



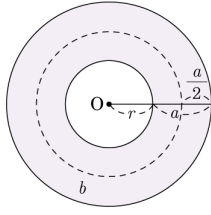
[배점 5, 중상]

- ① $\pi(a+b)(a+b)$ ② $\pi(a-b)(a-b)$
③ $\pi(b-a)(b-a)$ ④ $\pi(a+b)(a-b)$
⑤ $\pi(a+b)(b-a)$

해설

$$\begin{aligned} &(\text{A의 넓이}) \\ &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} - \pi a^2 \times \frac{1}{2} + \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 - a^2 + b^2 \} \\ &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2b^2) \\ &= \pi(ab + b^2) \\ &(\text{B의 넓이}) \\ &= \pi \left(\frac{2a+2b}{2} \right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi a^2 \times \frac{1}{2} - \pi b^2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\pi}{2} \{ (a+b)^2 + a^2 - b^2 \} \\ &= \frac{\pi}{2} (2ab + 2a^2) \\ &= \pi(ab + a^2) \\ \therefore B - A &= \pi(ab + a^2) - \pi(ab + b^2) \\ &= \pi(a^2 - b^2) = \pi(a-b)(a+b) \end{aligned}$$

24. 아래 그림에서 어두운 부분의 넓이를 a, b 를 써서 나타내면? (b 는 점선의 원주의 길이)



[배점 5, 중상]

- ① ab ② $2ab$ ③ πab
 ④ $2\pi ab$ ⑤ $\pi a^2 b^2$

해설

$$\begin{aligned} b &= 2\pi \left(r + \frac{a}{2}\right) = 2\pi r + \pi a = \pi(2r + a) \\ \text{어두운 부분의 넓이를 } S \text{ 라 하면} \\ S &= \pi(a + r)^2 - \pi r^2 \\ &= \pi(a^2 + 2ar + r^2 - r^2) \\ &= \pi a(a + 2r) = a \{ \pi(a + 2r) \} = ab \end{aligned}$$

25. $x = a(a - 6)$ 일 때, $(a + 1)(a - 2)(a - 4)(a - 7)$ 을 x 에 관한 전개식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $x^2 - 36$ ② $x^2 - 6$
 ③ $x^2 + x$ ④ $x^2 + x - 36$
 ⑤ $x^2 + x - 56$

해설

$$\begin{aligned} x &= a(a - 6) = a^2 - 6a \\ (a + 1)(a - 2)(a - 4)(a - 7) &= \\ &= \{(a - 2)(a - 4)\} \{(a - 7)(a + 1)\} \\ &= (a^2 - 6a + 8)(a^2 - 6a - 7) \\ &= (x + 8)(x - 7) \\ &= x^2 + x - 56 \end{aligned}$$

26. $(3 + 2)(3^2 + 2^2)(3^4 + 2^4)(3^8 + 2^8)(3^{16} + 2^{16}) = a3^b - 2^c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 65

해설

$$\begin{aligned} (3 + 2)(3^2 + 2^2)(3^4 + 2^4)(3^8 + 2^8)(3^{16} + 2^{16}) \\ &= a3^b - 2^c \text{ 에서 양변에 } (3 - 2) \text{ 를 곱하면} \\ (3 - 2)(3 + 2)(3^2 + 2^2)(3^4 + 2^4)(3^8 + 2^8)(3^{16} + 2^{16}) \\ &= (3 - 2)(a3^b - 2^c) \\ (3^2 - 2^2)(3^2 + 2^2)(3^4 + 2^4)(3^8 + 2^8)(3^{16} + 2^{16}) &= \\ a3^b - 2^c \\ (3^4 - 2^4)(3^4 + 2^4)(3^8 + 2^8)(3^{16} + 2^{16}) &= a3^b - 2^c \\ 3^{32} - 2^{32} &= a3^b - 2^c \\ \therefore a &= 1, b = 32, c = 32 \\ \therefore a + b + c &= 65 \end{aligned}$$

27. $x^2 = 1 + y^2$ 이고, $(x - y)^{999} = A$ 라 할 때, $(x + y)^{999}$ 를 A 를 사용한 식으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{A}$

해설

$$\begin{aligned} (x - y)^{999} \times (x + y)^{999} &= \{(x - y)(x + y)\}^{999} \\ &= (x^2 - y^2)^{999} \\ &= 1^{999} = 1 \\ A \times (x + y)^{999} &= 1 \\ \therefore (x + y)^{999} &= \frac{1}{A} \end{aligned}$$