

실력 확인 문제

1. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시켰을 때, 최댓값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 + 1$$

따라서 $x = -4$ 일 때, 최댓값은 1 이다.

2. 축의 방정식이 $x = 3$ 이고, 점 $(2, 5)$ 를 지나고, y 절편이 37 인 이차함수의 최솟값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

축의 방정식이 $x = 3$ 이므로

$$y = a(x-3)^2 + q$$

점 $(2, 5)$ 와 y 절편 $(0, 37)$ 를 지나므로

$$5 = a + q, 37 = 9a + q$$

$$a = 4, q = 1$$

$$\therefore y = 4(x-3)^2 + 1$$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최솟값은 1 이다.

3. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 의 그래프의 축의 방정식은? [배점 2, 하중]

- ① $x = 2$ ② $x = -2$ ③ $x = 4$
 ④ $x = -4$ ⑤ $x = 6$

해설

$$y = 3x^2 - 12x + 1$$

$$= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1$$

$$= 3(x-2)^2 - 11$$

따라서 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

4. 다음 이차함수 중 최댓값이 3 인 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $y = 2(x-1)^2 + 3$
 ② $y = -x^2 + x + 3$
 ③ $y = -(x-3)^2 + 1$
 ④ $y = -3(x+2)^2 + 3$
 ⑤ $y = -\frac{1}{2}(x+3)^2 - 3$

해설

이차항의 계수가 음수이면서 꼭짓점의 y 좌표가 3 인 것을 찾는다.

5. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?
[배점 2, 하중]

- ① $y = -3x^2$ ② $y = -x^2 + 2x + 1$
 ③ $y = -2(x-1)^2$ ④ $y = (x+1)^2 + 3$
 ⑤ $y = 3 - x^2$

해설

정의역이 실수 전체일 때, 이차함수에서 이차항의 계수가 양수이면 꼭짓점이 최솟값을 가지고, 음수이면 꼭짓점이 최댓값을 갖는다.

6. 이차함수 $y = -2x^2 - 4ax + 8a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. [배점 2, 하중]

- ▶ **답:**
 ▷ **정답:** -8

해설

$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x+a)^2 + 2a^2 + 8a$
 $\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a+2)^2 - 8$
 따라서 M 의 최솟값은 -8 이다.

7. 이차함수 $y = -x^2 - 2ax + 6a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. [배점 2, 하중]

- ▶ **답:**
 ▷ **정답:** -9

해설

$y = -x^2 - 2ax + 6a = -(x+a)^2 + a^2 + 6a$
 $\therefore M = a^2 + 6a = (a+3)^2 - 9$
 따라서 M 의 최솟값은 -9 이다.

8. 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 가 직선 $x = -3$ 을 축으로 하고 최댓값 2 를 가질 때, 상수 b, c 의 합 $b - c$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

- ▶ **답:**
 ▷ **정답:** $b - c = 1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-3, 2)$ 이므로 이차함수의 식은 $y = -(x+3)^2 + 2$ 이고, 전개하면 $y = -(x+3)^2 + 2 = -(x^2 + 6x + 9) + 2 = -x^2 - 6x - 7$ 이다. $y = -x^2 - 6x - 7$ 이므로 $b = -6, c = -7$ 이다. $\therefore b - c = -6 - (-7) = 1$

9. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때, x 초 후의 축구공의 높이를 ym 라고 하면 $y = -x^2 + 6x$ 의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라. [배점 2, 하중]

- ▶ **답:**
 ▷ **정답:** 9m

해설

$y = -x^2 + 6x$ 에서 $y = -(x-3)^2 + 9$ 이다. 따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 9m 이다.

10. 다음 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 이차함수의 그래프는 포물선이다.
- ② 이차함수는 대칭축을 기준으로 좌우 대칭이다.
- ③ 이차함수의 그래프와 축과의 교점은 원점이다.
- ④ 이차함수의 그래프는 직선이 될 수 없다.
- ⑤ 이차함수의 대칭축은 x 축이 될 수 없다.

해설

이차함수의 그래프와 축과의 교점은 절편이다.

11. 다음 에 알맞은 말을 써 넣어라.

이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 같은 모양의 곡선을 이라고 한다. 이 그래프는 선대칭도형으로 그 대칭축을 포물선의 이라 하고, 그래프와 축과의 교점을 이라고 한다. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 포물선

▶ 정답: 축

▶ 정답: 절편

해설

이차함수는 포물선이고 축을 기준으로 대칭이다.

12. 이차함수 $y = -3(x-2)(x-4)$ 의 그래프에서 최댓값을 구하여라. [배점 3, 하상]

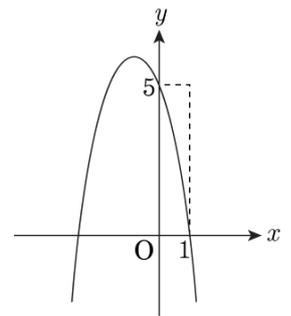
▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned}
 y &= -3(x-2)(x-4) \\
 &= -3(x^2 - 6x + 8) \\
 &= -3x^2 + 18x - 24 \\
 &= -3(x-3)^2 + 3 \\
 x &= 3 \text{ 일 때, 최댓값은 } 3 \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

13. 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 최댓값을 구하면? [배점 3, 하상]



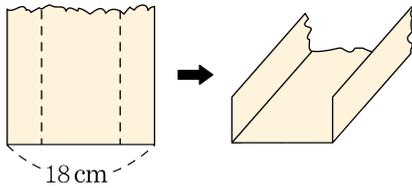
① 5 ② 6 ③ 7

④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}
 y &= -x^2 + ax + b \text{ 가 점 } (1, 0), (0, 5) \text{ 를 지나므로 } b = 5, \\
 0 &= -1 + a + b, a = -4 \\
 y &= -x^2 - 4x + 5 \\
 &= -(x+2)^2 + 9 \\
 x &= -2 \text{ 일 때, 최댓값은 } 9 \text{ 이다.}
 \end{aligned}$$

14. 다음 그림과 같이 너비가 18cm 인 철판의 양쪽을 접어 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 되도록 하려면 물받이의 높이를 얼마로 해야 하는가?



[배점 3, 하상]

- ① 4.5 cm ② 4.0 cm ③ 3.8 cm
 ④ 3.6 cm ⑤ 3.4 cm

해설

물받이의 높이를 x 라 할 때,
 단면의 넓이는 $y = x(18 - 2x)$
 $y = -2x^2 + 18x = -2(x - \frac{9}{2})^2 + \frac{81}{2}$
 따라서 $x = \frac{9}{2}$ (cm) 일 때, 최대값 $\frac{81}{2}$ (cm²)를 갖는다.

15. 두 점 (2, 0), (4, 0) 을 지나고 $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 포물선의 식을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: $y = -x^2 + 6x - 8$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동했으므로 x^2 의 계수는 같고, x 절편이 2, 4 이므로
 $y = -(x - 2)(x - 4)$
 $\therefore y = -x^2 + 6x - 8$

16. 꼭짓점이 (-2, 3) 이고 점 (1, -6) 을 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표는? [배점 3, 하상]

- ① $(0, -\frac{1}{2})$ ② $(0, -1)$ ③ $(0, -\frac{3}{2})$
 ④ $(0, -2)$ ⑤ $(0, -\frac{5}{2})$

해설

$y = a(x + 2)^2 + 3$ 에 (1, -6) 을 대입하면,
 $-6 = 1(1 + 2)^2 + 3, a = -1$
 $y = -(x + 2)^2 + 3$
 $x = 0$ 을 대입하면 $y = -1$
 $\therefore (0, -1)$

17. 다음 보기의 이차함수 중 그래프가 아래로 볼록한 것을 모두 구하여라.

보기

㉠ $y = 7x^2 + 5$

㉡ $y = -3x^2 + x + 1$

㉢ $y = (2x - 1)(x + 3)$

㉣ $y = -2(x - 2)^2 + 3$

㉤ $y = \frac{1}{5}x^2$

㉥ $y = 5(x + 3)(x - 1)$

㉦ $y = -x^2 + 4x - 3$

㉧ $y = 2(x - 1)^2$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: ㉠, ㉢, ㉤, ㉥, ㉧

해설

x^2 의 계수인 $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이 된다.

18. 이차함수 $y = -2(x - 1)^2 + 4$ 의 최댓값은?

[배점 3, 하상]

- ① -4 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 4

해설

위로 볼록하고 꼭짓점이 (1, 4)
 $\therefore x = 1$ 일 때, 최댓값 4를 갖는다.

19. 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프가 직선 $y = x - 1$ 보다 위에 있는 x 의 값의 범위가 $-1 < x < 3$ 이라고 할 때, 상수 b, c 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $b = 3$

▶ 정답: $c = 2$

해설

$$y = -\left(x - \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{b^2}{4} + c$$

$x = -1, 3$ 일 때, 이차함수의 그래프와 직선과 만난다.

$$-1 - b + c = -2$$

$$\therefore -b + c = -1$$

$$-9 + 3b + c = 2$$

$$\therefore 3b + c = 11$$

$$4b = 12$$

$$\therefore b = 3, c = 2$$

20. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 8$ 의 그래프는 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축 방향으로 c 만큼 평행이동한 것이다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 9

해설

$$y = 3x^2 - 6x + 8$$

$$y = 3(x - 1)^2 + 5$$

$$a = 3, b = 1, c = 5$$

$$\therefore a + b + c = 9$$

21. 최댓값이 6 이고, 대칭축이 $x = 3$ 인 이차함수의 식이 $y = -(x - p)^2 + q$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

최댓값이 6 이므로 $q = 6$
대칭축이 $x = 3$ 이므로 $p = 3$
 $\therefore p + q = 3 + 6 = 9$

22. 이차함수 $y = a(x + b)^2 + 4$ 에서 x 축의 방향으로 3, y 축의 방향으로 2 만큼 움직였을 때 최솟값을 구하여라.
(단, $a > 0$) [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$y = a(x + b)^2 + 4$ 에서 $a > 0$ 이므로 꼭짓점에서 최솟값을 갖는다.
 x 축의 방향의 이동에 상관없이 y 축의 방향의 이동만 고려하면 되므로
 $4 + 2 = 6$

23. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + k + 1$ 의 최댓값이 15 일 때, k 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

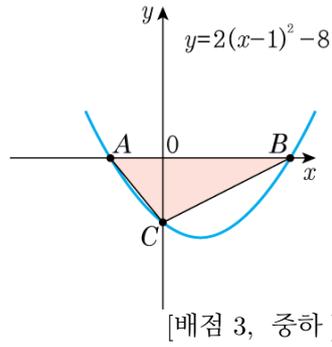
▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$y = -x^2 + 6x + k + 1$
 $= -(x - 3)^2 + 9 + k + 1$
 $= -(x - 3)^2 + k + 10$
 $x = 3$ 일 때, 최댓값 $k + 10$ 을 가지므로
 $k + 10 = 15$
 $\therefore k = 5$

24. 이차함수 $y = 2(x - 1)^2 - 8$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, y 축과의 교점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

- i) x 축과의 교점은 $y = 0$ 일 때 x 의 값이므로
 $2(x - 1)^2 - 8 = 0$
 $2x^2 - 4x - 6$
 $= 2(x^2 - 2x - 3)$
 $= 2(x - 3)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 3$ 또는 $x = -1$
 따라서 A 의 좌표는 $(-1, 0)$ B 의 좌표는 $(3, 0)$ 이다.
- ii) y 축과의 교점은 $x = 0$ 일 때 y 의 값이므로
 $y = 2(0 - 1)^2 - 8 = -6$
 따라서 C 좌표는 $(0, -6)$ 이다.
- iii) $\triangle ABC = 4 \times 6 \times \frac{1}{2} = 12$