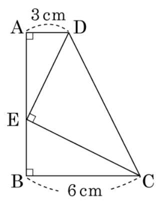
확인학습문제

1. 다음 그림에서 $\triangle ADE \equiv \triangle BEC$ 이고, $\overline{AD} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$ 일 때 $\triangle DEC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

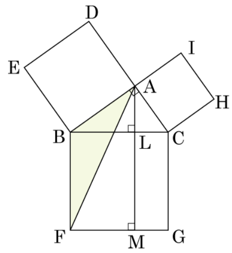
▷ 정답 : $\frac{45}{2}\ \text{cm}^2$

해설

$\overline{AD} = \overline{EB} = 3\text{cm}$, $\overline{AE} = \overline{BC} = 6\text{cm}$, $(\overline{ED})^2 = (\overline{EC})^2 = 3^2 + 6^2, \overline{ED} = \overline{EC} = \sqrt{45}$

$\therefore\ \triangle DEC = \frac{1}{2} \times \sqrt{45} \times \sqrt{45} = \frac{45}{2}(\text{cm}^2)$

2. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$ 와 넓이가 같지 않은 삼각형은 무엇인가?



[배점 2, 하중]

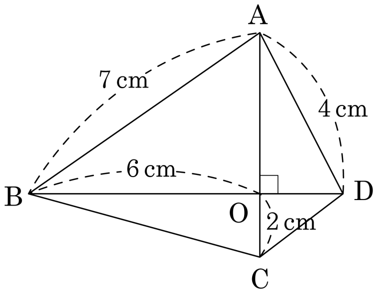
① $\triangle EBC$ ② $\triangle BLF$ ③ $\triangle AFM$

④ $\triangle EAB$ ⑤ $\triangle FMB$

해설

① $\triangle EBC$, SAS 합동
② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형
④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$ 와 넓이가 같다.
⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

3. 다음 그림과 같이 □ABCD 의 두 대각선이 점 O 에서 직교하고 $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{BO} = 6\text{cm}$, $\overline{OC} = 2\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{CB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 길이를 차례로 나열한 것은?



[배점 2, 하중]

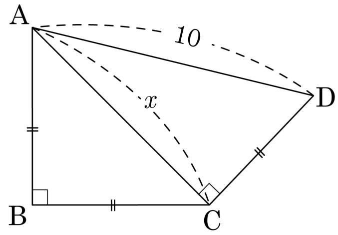
① $\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{6}\text{cm}$
② $\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{7}\text{cm}$
③ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{6}\text{cm}$
④ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $\sqrt{7}\text{cm}$
⑤ $2\sqrt{10}\text{cm}$, $2\sqrt{2}\text{cm}$

해설

$\overline{CB} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}(\text{cm})$

$(\overline{CD})^2 + 7^2 = (2\sqrt{10})^2 + 4^2$, $\overline{CD} = \sqrt{7}\text{cm}$

4. 다음 그림을 보고 x 의 값을 바르게 구한 것은?



[배점 2, 하중]

① $\dfrac{10\sqrt{5}}{3}$
② $\dfrac{10\sqrt{6}}{3}$
③ $\dfrac{11\sqrt{5}}{3}$
④ $\dfrac{11\sqrt{6}}{3}$
⑤ $\dfrac{13\sqrt{6}}{3}$

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = a$ 라고 하면

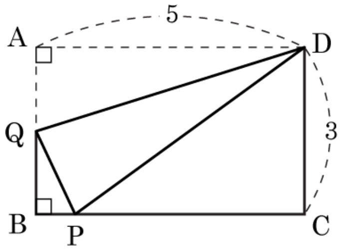
$x = a\sqrt{2}$ 이므로

$2a^2 + a^2 = 100, a^2 = \dfrac{100}{3}$ $\therefore a = \dfrac{10}{\sqrt{3}}$

$x = \dfrac{10\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{10\sqrt{6}}{3}$

$\therefore x = \dfrac{10\sqrt{6}}{3}$

5. 다음 중 옳은 것을 고르면?



[배점 3, 하상]

① $\angle ADQ = \angle PDC$ ② $\triangle ADQ \equiv \triangle PDQ$

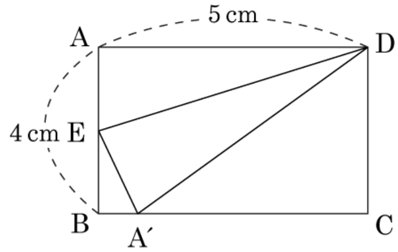
③ $\overline{DQ} = 5$ ④ $\angle DQP = 90°$

⑤ $\overline{PC} = 3$

해설

$\overline{AD} = \overline{PD} = 5$, $\overline{PC} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$, $\angle ADQ =$
$\angle PDQ$, $\overline{QD}$ 는 공통이므로
$\triangle ADQ \equiv \triangle PDQ$ (SAS 합동) 이다.

6. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 점 A 가 변 BC 위에 오도록 접었을 때, $\overline{A'C}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

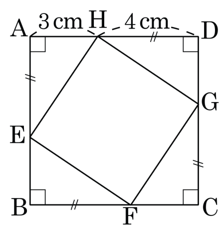
① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm

④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$\overline{AD} = \overline{A'D} = 5\,\text{cm}$ 이므로 피타고라스의 정리에서
$\overline{A'C} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{9} = 3(\,\text{cm})$

7. 다음 그림과 같은 정사각형에서 $\overline{EH}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

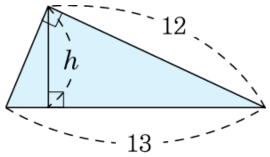
① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm

④ $4\sqrt{2}$ cm ⑤ $\frac{9}{2}$ cm

해설

$\overline{AE} = \overline{DH}$ 이므로 $\overline{AE} = 4\,\text{cm}$
따라서 $\overline{EH} = 5\,\text{cm}$ 이다.

8. 다음은 빗변을 밑변으로 하는 직각삼각형이다. 높이 h를 구하여라.



[배점 3, 하상]

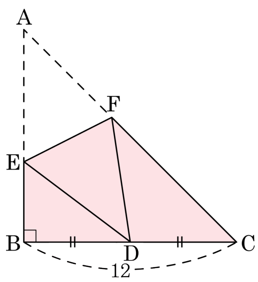
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{60}{13}$

해설

직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해 길이가 주어지지 않은 변의 길이는 5 이다.
주어진 직각삼각형의 넓이는 두 가지 방법으로 구할 수 있고, 이는 서로 같다.
즉, $12 \times 5 = 13h$ 이므로 $h = \frac{60}{13}$

9. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{BC} = 12$ 인 직각이등변삼각형의 종이를 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 A 가 $\overline{BC}$ 의 중점 D 에 겹치게 접은 것이다. $\overline{BE}$ 의 길이를 x 로 놓을 때, $\overline{ED}$ 의 길이를 x 에 관한 식으로 나타내면?



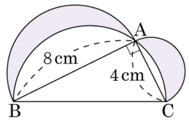
[배점 3, 하상]

① x ② $12 - x$ ③ $x - 12$
④ $2x$ ⑤ $2x - 6$ ⑥

해설

$\overline{BE} = x$ 이면 $\overline{AE} = 12 - x$이다.
$\overline{AE} = \overline{ED}$이다.
따라서 $\overline{ED} = 12 - x$이다.

10. 아래 그림은 $\overline{AC} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{AB} = 8\,\mathrm{cm}, \angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 어두운 부분의 넓이를 구하면?



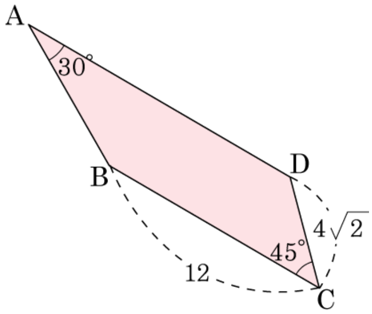
[배점 3, 하상]

① $10\,\mathrm{cm}^2$ ② $12\,\mathrm{cm}^2$ ③ $14\,\mathrm{cm}^2$
④ $16\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $22\,\mathrm{cm}^2$

해설

(△ABC 와 두 반원의 넓이의 합)$= 16 + 10\pi\,\mathrm{cm}^2$
△ABC 에서 $\overline{BC} = 4\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$, ($\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 반지름)$= 2\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$, ($\overline{BC}$를 지름으로 반원의 넓이) $= 10\pi$
그러므로 어두운 부분의 넓이는
$(16 + 10\pi) - 10\pi = 16(\mathrm{cm}^2)$

11. 다음 사각형은 $\overline{BC}$ 와 $\overline{AD}$ 가 평행인 사다리꼴이다. 사다리꼴의 넓이는?



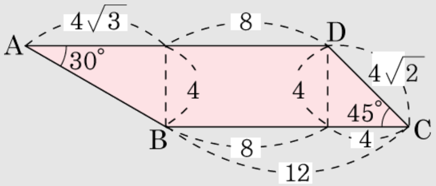
[배점 3, 중하]

① $30+6\sqrt{3}$ ② $30+8\sqrt{3}$ ③ $40+6\sqrt{3}$
④ $40+8\sqrt{3}$ ⑤ $50+8\sqrt{3}$

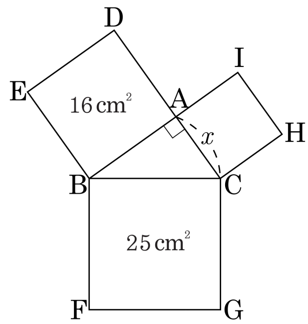
해설

$\overline{AD}=4\sqrt{3}+8$, $\overline{BC}=12$, (높이) $=4$

$\therefore$ (넓이) $=(4\sqrt{3}+8+12)\times 4\times\frac{1}{2}=40+8\sqrt{3}$



12. 다음 그림은 $\angle A=90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. x 의 값을 구하여라.



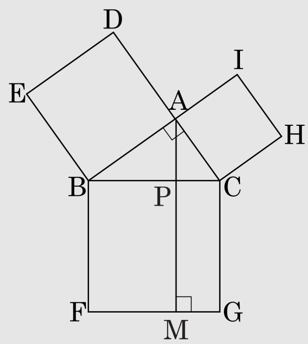
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 cm

해설

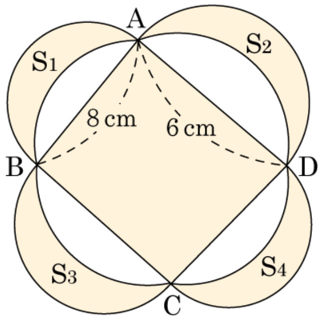
$\overline{BC}$ 와 수직인 $\overline{AM}$ 을 그을 때 $\overline{BC}$ 와의 교점을 P 라고 하면, □BFMP = □EBAD, □PMGC = □IACH 이다.



□PMGC $=25\,\mathrm{cm}^2-16\,\mathrm{cm}^2=9\,\mathrm{cm}^2=$ □ACHI 이다. 그러므로 $x=3\,\mathrm{cm}$ 이다.

13. 다음 그림은 직사각형 ABCD의 각 변을 지름으로 하는 반원과 ABCD의 대각선을 지름으로 원을 그린 것이다. $S_1+S_2+S_3+S_4$의 넓이를 구하여라.

[배점 3, 중하]



▶ 답 :

▷ 정답 : $48\,\mathrm{cm}^2$

해설

직사각형 ABCD에 대각선 $\overline{BD}$를 그으면 히포크라테스의 원이 2개가 나온다.

S_1+S_2는 △ABD의 넓이와 같고, S_3+S_4는 △BCD의 넓이와 같다.

그러므로 $S_1+S_2+S_3+S_4$의 넓이는 직사각형 ABCD의 넓이와 같다.

$8\times6=48(\mathrm{cm}^2)$

14. 다음 중 옳지 않은 것을 골라라.

직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그리고
꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 L , 그 연장선과 $\overline{DE}$ 가 만나는
점을 M 이라고 하면
㉠△FBC = △FBA
△FBC ≡ △ABD (㉡ASA 합동)
△ABD = △LBD
즉, ㉢△FBA = △LBD 이므로
□ABFG = □BDML
같은 방법으로 ㉣□ACIH = □LMEC
따라서 □BDEC = □BDML+ □LMEC 이므로
㉤$\overline{BC}^2=\overline{AC}^2+\overline{AB}^2$

[배점 3, 중하]

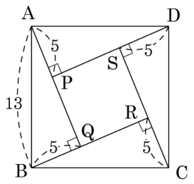
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그리고
꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 L , 그 연장선과 $\overline{DE}$ 가 만나는
점을 M 이라고 하면
㉠△FBC = △FBA
△FBC ≡ △ABD (㉡ SAS 합동)
△ABD = △LBD
즉, ㉢△FBA = △LBD 이므로
□ABFG = □BDML
같은 방법으로 ㉣□ACIH = □LMEC
따라서 □BDEC = □BDML+ □LMEC 이므로
㉤$\overline{BC}^2=\overline{AC}^2+\overline{AB}^2$

15. 다음 그림에서 □ABCD 는 한 변의 길이가 13 인 정사각형이고 $\overline{AP}=\overline{BQ}=\overline{CR}=\overline{DS}=5$ 일 때, □PQRS 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 49

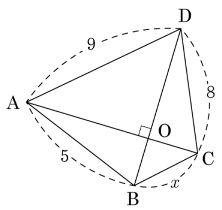
해설

$\overline{AQ}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{169-25}=12$

$\overline{PQ}=12-5=7$

□PQRS 는 정사각형이므로 넓이는 $7\times7=49$

16. 다음 그림처럼 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 이고 $\overline{AB}=5, \overline{CD}=8, \overline{AD}=9$ 일 때, x 의 값으로 적절한 것을 고르면?



[배점 3, 중하]

① 1
② $\sqrt{2}$
③ 2
④ $2\sqrt{2}$
⑤ 4

해설

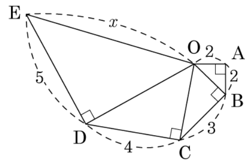
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$ 이므로

$5^2+8^2=9^2+x^2$

$25+64=81+x^2$

$x^2=8, x>0$이므로 $x=2\sqrt{2}$

17. 다음 그림 x 의 값은?



[배점 3, 중하]

① $\sqrt{57}$
② $\sqrt{58}$
③ $\sqrt{59}$
④ $\sqrt{61}$
⑤ $\sqrt{65}$

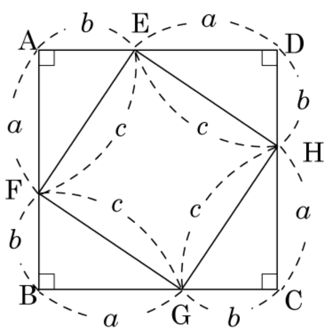
해설

$\overline{BO}=2\sqrt{2}, \overline{CO}=\sqrt{9+8}=\sqrt{17}$

$\overline{DO}=\sqrt{17+16}=\sqrt{33}$

$\overline{OE}=\sqrt{25+33}=\sqrt{58}$

18. 다음 그림은 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 4, 중중]

① $\angle EHG = 90°$

② □EFGH 는 정사각형이다.

③ □ABCD 와 □EFGH 의 넓이의 비는 $a+b : c$ 이다.

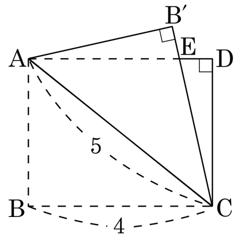
④ $\triangle BGF \equiv \triangle CHG$

⑤ $\angle FEA + \angle GHC = 90°$

해설

□ABCD 와 □EFGH 는 정사각형이므로 넓이의 비는 한 변의 비의 제곱과 비례한다.
따라서 $(a+b)^2 : c^2$ 이다.

19. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 $\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접은 것이다. (△ACE의 넓이) − (△CDE의 넓이) 를 구하여라.



[배점 4, 중중]

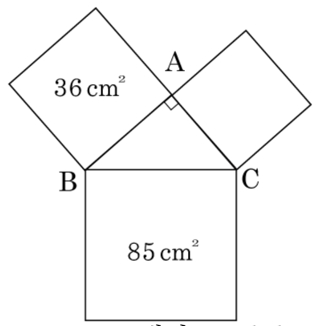
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{27}{8}$

해설

$\overline{DE} = x$ 라 하면 $\overline{CE} = 4 - x$ 이고 $\overline{CD} = 3$ 이므로
△CDE 에 피타고라스 정리를 적용하면
$x = \frac{7}{8}$, $4 - x = \frac{25}{8}$
따라서 구하고자 하는 (△ACE의 넓이) − (△CDE의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 3 \times \left(\frac{25}{8} - \frac{7}{8}\right) = \frac{27}{8}$ 이다.

20. 다음은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 세 개의 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

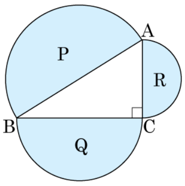
① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm

④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

$\overline{AB}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이가 $36\,\text{cm}^2$
$\overline{BC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이가 $85\,\text{cm}^2$ 이다.
$\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이는
$85 - 36 = 49$ (cm^2) 이므로 $\overline{AC} = 7\,\text{cm}$ 이다.

21. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



[배점 4, 중중]

① $P = Q + R$　② $P = QR$

③ $Q^2 + R^2 = P^2$　④ $P = 2Q - R$

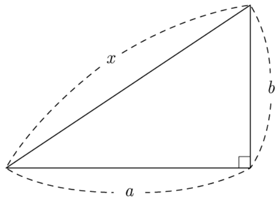
⑤ $P = Q - R$

해설

작은 두 반원의 넓이의 합은 가장 큰 반원의 넓이와 같다.

① $P = Q + R$

22. 이차방정식 $x^2 - 14x + 48 = 0$ 의 두 근이 직각삼각형의 빗변이 아닌 두 변의 길이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 8　② 8　③ 10　④ 11　⑤ 12

해설

$x^2 - 14x + 48 = (x-6)(x-8) = 0,\ x = 6,\ 8$

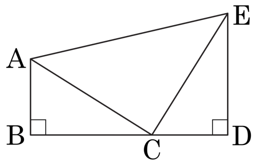
빗변이 아닌 두 변의 길이가 6, 8 이므로

피타고라스의 정리에 따라

$x^2 = 6^2 + 8^2 = 100$

$x > 0$ 이므로 $x = 10$ 이다

23. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\angle CAE$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① $30°$ ② $45°$ ③ $60°$

④ $65°$ ⑤ $35°$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이므로 $\angle BAC = \angle ECD$, $\angle ACB = \angle CED$, $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이다.

그리고 $\angle BAC + \angle ACB = 90°$ 이므로

$\angle ECD + \angle ACB = 90°$ 이다.

따라서 $\angle ECD + \angle ACE + \angle ACB = 180°$ 이므로

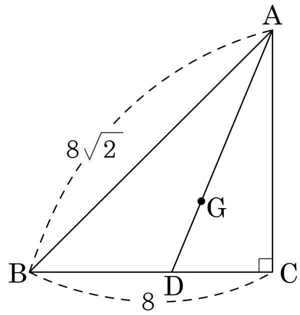
$\angle ACE = 90°$ 이다.

또, $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.

따라서 $\angle CAE = \frac{1}{2} \times 90° = 45°$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 중선이고, 점 G 는 무게중심일 때,

$\overline{DG}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

① $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ ③ $\sqrt{5}$

④ $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$

해설

삼각형 ABC 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AC}^2 = (8\sqrt{2})^2 - 8^2 = 8^2$

$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 8$ 이다.

점 D 는 변 BC 를 이등분하므로 $\overline{CD} = 4$

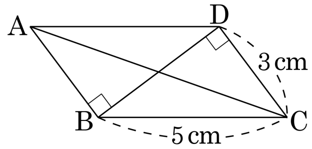
따라서 삼각형 ACD 에서 피타고라스 정리에 따라

$\overline{AD}^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80$ 이다.

$\overline{AD} > 0$ 이므로 $\overline{AD} = 4\sqrt{5}$

$\overline{DG}$ 는 $\overline{AD}$ 의 길이의 $\frac{1}{3}$ 이므로 $\overline{DG} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$ 이다.

25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC} + \overline{BD}$ 의 값은?



[배점 5, 중상]

① $(2\sqrt{13} + 2)\,\text{cm}$
② $(4\sqrt{13} + 2)\,\text{cm}$
③ $(2\sqrt{13} + 4)\,\text{cm}$
④ $(4\sqrt{13} + 4)\,\text{cm}$
⑤ $10\,\text{cm}$

해설

삼각형 BCD 에서 피타고라스 정리에 따라
$5^2 = 3^2 + \overline{BD}^2$
$\overline{BD} > 0$ 이므로 $\overline{BD} = 4\,\text{cm}$ 이다.
평행사변형의 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로
대각선끼리의 교점을 O 라 할 때,
삼각형 ABO 에 대해서
$\overline{AB} = 3\,\text{cm}$, $\overline{BO} = 2\,\text{cm}$
피타고라스 정리에 의해서 $\overline{AO} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}(\,\text{cm})$
$\therefore \overline{AC} + \overline{BD} = (4 + 2\sqrt{13})\,\text{cm}$ 이다.