

확인학습문제

1. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(1, 0), (3, 0)$ 에서 만날 때, 꼭짓점의 좌표를 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: $(2, -1)$

해설

$y = x^2$ 과 계수는 같고, x 절편이 1, 3 인 식의 꼭짓점이므로

$$y = (x - 1)(x - 3)$$

$$y = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$$

따라서 꼭짓점은 $(2, -1)$

2. 두 점 $(2, 0), (4, 0)$ 을 지나고 $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 포물선의 식을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: $y = -x^2 + 6x - 8$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동했으므로 x^2 의 계수는 같고, x 절편이 2, 4 이므로

$$y = -(x - 2)(x - 4)$$

$$\therefore y = -x^2 + 6x - 8$$

3. 꼭짓점이 $(-2, 3)$ 이고 점 $(1, -6)$ 을 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표는? [배점 3, 하상]

① $(0, -\frac{1}{2})$ ② $(0, -1)$ ③ $(0, -\frac{3}{2})$

④ $(0, -2)$ ⑤ $(0, -\frac{5}{2})$

해설

$y = a(x + 2)^2 + 3$ 에 $(1, -6)$ 을 대입하면,

$$-6 = 1(1 + 2)^2 + 3, a = -1$$

$$y = -(x + 2)^2 + 3$$

$x = 0$ 을 대입하면 $y = -1$

$$\therefore (0, -1)$$

4. $y = ax^2 + bx + c$ 그래프가 제 1, 3, 4사분면을 지난다고 할 때, a, b, c 의 부호가 바르게 짝지어진 것은?
[배점 3, 하상]

① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a > 0, b > 0, c < 0$

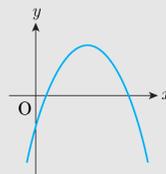
③ $a < 0, b < 0, c < 0$

④ $a < 0, b < 0, c > 0$

⑤ $a < 0, b > 0, c < 0$

해설

제 2사분면을 지나지 않으려면 다음 그래프와 같다.



위로 볼록한 그래피므로 $a < 0$

축의 방정식 $x = -\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b > 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

5. 축의 방정식이 $x = 0$ 이고 두 점 $(1, 3), (-2, -3)$ 을
지나는 포물선의 식은? [배점 3, 하상]

- ① $y = x^2 - 4$ ② $y = 2x^2 - 6$
 ③ $y = -x^2 + 4$ ④ $y = -2x^2 + 5$
 ⑤ $y = 2x^2 + 4$

해설

축의 방정식이 $x = 0$ 일 때 구하는 포물선의 식은
 $y = ax^2 + q$ 이다.
 $y = ax^2 + q$ 에 $(1, 3)$ 을 대입하면
 $3 = a + q \dots\dots (1)$
 $y = ax^2 + q$ 에 $(-2, -3)$ 을 대입하면
 $-3 = 4a + q \dots\dots (2)$
 $(2) - (1)$ 하면 $3a = -6 \leftrightarrow a = -2$
 (1) 에 대입하면 $q = 5$
 $\therefore y = -2x^2 + 5$

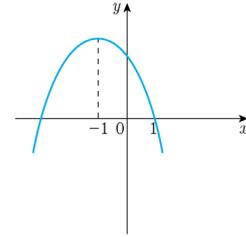
6. 다음 중 꼭짓점의 좌표 $(2, -6)$, 대칭축의 방정식
 $x = 2$, y 축과의 교점의 좌표 $(0, -10)$ 인 이차함수
는? [배점 3, 하상]

- ① $y = x^2 - 2x - 3$
 ② $y = x^2 - 4x + 5$
 ③ $y = -x^2 - 2x + 3$
 ④ $y = -x^2 + 4x - 10$
 ⑤ $y = 2x^2 - 4x + 5$

해설

$y = a(x - 2)^2 - 6$ 에 $(0, -10)$ 을 대입한다.
 $a = -1$
 $\therefore y = -x^2 + 4x - 10$

7. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다.
보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

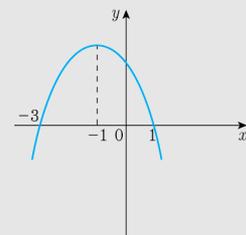
- ㉠ $ab < 0$
 ㉡ $ac < 0$
 ㉢ $a - b + c > 0$
 ㉣ $a + b + c < 0$
 ㉤ $4a - 2b + c > 0$
 ㉥ $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

[배점 3, 중하]

- ▶ 답: ▶ 답:
 ▶ 답: ▶ 답:
 ▶ 정답: ㉡
 ▶ 정답: ㉣
 ▶ 정답: ㉤

해설

- ㉠ 축이 y 축 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$ 이다.
 ㉡ $a < 0, c > 0$ 이므로 $ac < 0$ 이다.
 ㉢ $f(-1) = a - b + c > 0$
 ㉣ $f(1) = a + b + c = 0$
 ㉤ $x = -1$ 을 대칭축으로 가지므로 또 다른 x 절
 편은 -3 이다.



- $\therefore f(-2) = 4a - 2b + c > 0$
 ㉥ $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a + \frac{1}{2}b + c > 0$

8. 꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 이고, 점 (0, 3) 을 지나는 포물선의 식을 구하여라. [배점 3, 중하]

- ① $y = 2x^2 - 4x + 3$
- ② $y = x^2 + 4x + 3$
- ③ $y = 2x^2 - 2x + 3$
- ④ $y = -2x^2 + 4x + 3$
- ⑤ $y = -2x^2 - 4x + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 이므로
 $y = a(x - 1)^2 + 5$
 점 (0, 3) 을 대입하면
 $3 = a + 5$
 $a = -2$
 $\therefore y = -2x^2 + 4x + 3$

9. 포물선 $y = ax^2 + 9x + 12$ 가 x 축과 두 점 A(-1, 0), B(b, 0) 에서 만날 때, b 의 값을 구하여라.

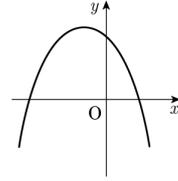
[배점 3, 중하]

▶ 답: 4
 ▷ 정답: 4

해설

$y = ax^2 + 9x + 12$
 $= a(x + 1)(x - b)$
 $= ax^2 + a(1 - b)x - ab$
 $a(1 - b) = 9, -ab = 12$
 $a(1 - b) = a - ab = a + 12 = 9$ 이므로
 $\therefore a = -3, b = 4$

10. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $ab + c$ 의 부호를 정하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:
 ▷ 정답: $ab + c > 0$

해설

$a < 0, b < 0, c > 0$ 이므로 $ab > 0, ab + c > 0$

11. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 (2, -2), (-4, b) 를 지날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

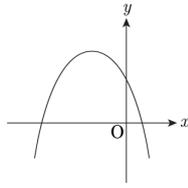
[배점 3, 중하]

▶ 답:
 ▷ 정답: 4

해설

$-2 = 4a$
 $\therefore a = -\frac{1}{2}$
 $y = -\frac{1}{2}x^2$
 $b = \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-4)^2$
 $\therefore b = -8$
 $\therefore \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-8) = 4$

12. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다.
다음 중 옳은 것은?

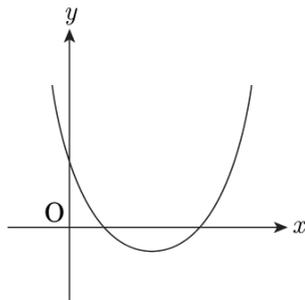


[배점 3, 중하]

해설

위로 볼록 $a < 0$
 축의 식 $-\frac{b}{2a} < 0, b < 0$
 y 절편 $c > 0$

13. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음
그림과 같을 때, a, b, c
의 부호를 정하여라.



[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▶ 답:

- ▷ 정답: $a > 0$
- ▷ 정답: $b < 0$
- ▷ 정답: $c > 0$

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이고, 축이 y 축의 오른
쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.
따라서 $b < 0$ 이다. y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이
다.

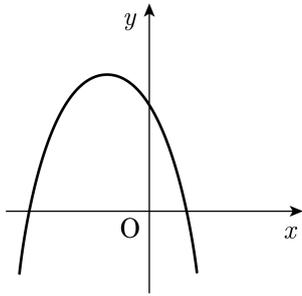
14. 축이 $x = 2$ 이고, 두 점 $(0, 3), (1, 6)$ 를 지나는 이차
함수의 최댓값 또는 최솟값은? [배점 4, 중중]

- ① 최댓값 7
- ② 최댓값 5
- ③ 최솟값 7
- ④ 최솟값 5
- ⑤ 최댓값 -7

해설

축이 $x = 2$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$
 두 점 $(0, 3), (1, 6)$ 을 지나므로
 $3 = 4a + q, 6 = a + q$
 $\therefore a = -1, q = 7$
 $y = -(x - 2)^2 + 7$
 따라서 $x = 2$ 일 때, 최댓값 7 을 가지며 최솟값은
 없다.

15. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, p, q 의 부호는?



[배점 4, 중중]

- ① $a > 0, p > 0, q > 0$
- ② $a < 0, p < 0, q < 0$
- ③ $a > 0, p < 0, q < 0$
- ④ $a < 0, p < 0, q > 0$
- ⑤ $a < 0, p > 0, q > 0$

해설

위로 볼록한 모양의 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 제 2 사분면 위에 있으므로 $a < 0, p < 0, q > 0$ 이다.

16. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 이고 점 $(0, 4)$ 를 지날 때, abc 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답: 4

▷ 정답: 4

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 이므로

$$y = a(x + 2)^2 + 2$$

점 $(0, 4)$ 를 지나므로

$$4 = a(0 + 2)^2 + 2, a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}(x + 2)^2 + 2$$

$$= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = 2, c = 4, abc = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

17. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(2, 2)$ 를 지나고, 꼭짓점의 좌표가 $(1, 3)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① -5 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(1, 3)$ 이므로 $y = a(x - 1)^2 + 3$

$(2, 2)$ 를 대입하면 $2 = a + 3, a = -1$

따라서 구하는 식은

$$y = -(x - 1)^2 + 3 = -x^2 + 2x + 2 \text{ 이므로}$$

$$b = 2, c = 2$$

$$a + b + c = 3$$

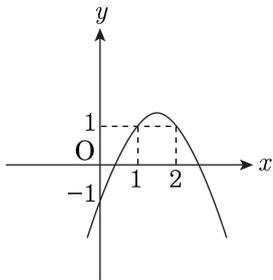
18. 직선 $x = 2$ 를 축으로 하고 두 점 $(0, -2)$, $(-1, 8)$ 을 지나는 이차함수의 식은? [배점 4, 중중]

- ① $y = (x - 2)^2 - 10$ ② $y = (x - 2)^2 + 8$
 ③ $y = 2(x - 2)^2 - 10$ ④ $y = 2(x + 1)^2 + 8$
 ⑤ $y = 2x^2 - 2$

해설

$y = a(x - 2)^2 + b = ax^2 - 4ax + (4a + b)$ 에 $(0, -2)$, $(-1, 8)$ 을 대입하면,
 $-2 = 4a + b$, $8 = 9a + b$
 $\therefore y = 2(x - 2)^2 - 10$

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a + 3b + c$ 의 값은?



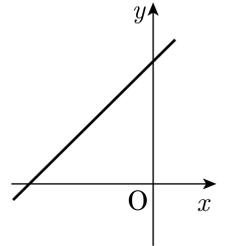
[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

세 점 $(0, -1)$, $(1, 1)$, $(2, 1)$ 을 지나는 그래프이다.
 점 $(0, -1)$ 을 지나므로 $-1 = c$
 점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = a + b + c$
 점 $(2, 1)$ 을 지나므로 $1 = 4a + 2b + c$
 세 식을 연립하면 $a = -1$, $b = 3$, $c = -1$ 이므로
 $a + 3b + c = -1 + 9 + (-1) = 7$ 이다.

20. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?

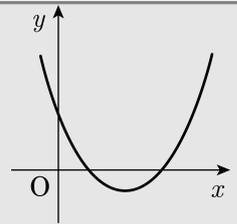


[배점 5, 중상]

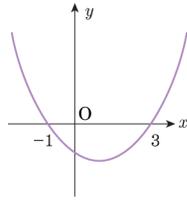
- ① x 축 위 ② y 축 위
 ③ 제 1 사분면 ④ 제 2 사분면
 ⑤ 제 4 사분면

해설

$b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점과 축은 y 축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



21. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다.
 <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

- ㉠ $b^2 - 4ac > 0$
- ㉡ $abc < 0$
- ㉢ $a - b + c < 0$
- ㉣ $9a + 3b + c > 0$
- ㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

[배점 5, 중상]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
- ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$
 $\therefore b < 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$
 ㉠ x 축과의 교점이 2개이므로 $b^2 - 4ac > 0$
 ㉡ $abc > 0$
 ㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$
 ㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$
 ㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때,
 $y = 4a + 2b + c$, $a + b + c < 4a + 2b + c$