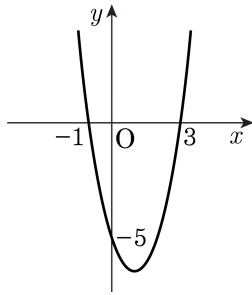


확인학습문제

1. 다음 그림과 같은 포물선의 식은?



[배점 3, 하상]

- ① $y = x^2 + 2x - 6$ ② $y = 2x^2 + 4x - 6$
 ③ $y = x^2 - 2x - 6$ ④ $y = 2x^2 - 4x - 6$
 ⑤ $y = x^2 + 4x - 6$

해설

그림에서 x 절편이 $-1, 3$ 이므로
 구하는 식은 $y = a(x+1)(x-3)$
 $(0, -6)$ 을 지나므로 $-6 = -3a$
 $\therefore a = 2$
 $y = 2(x+1)(x-3) = 2x^2 - 4x - 6$
 $\therefore y = 2x^2 - 4x - 6$

2. 이차함수 $y = -x^2 + ax + b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-1, 0), (-4, 0)$ 에서 만날 때, 꼭짓점의 좌표는?

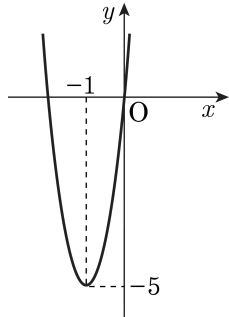
[배점 3, 하상]

- ① $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$ ② $(-\frac{1}{3}, \frac{5}{4})$ ③ $(-5, \frac{9}{4})$
 ④ $(-2, 3)$ ⑤ $(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4})$

해설

$y = -x^2$ 과 계수는 같고, x 절편이 $-1, -4$ 인
 식의 꼭짓점이므로
 $y = -(x+1)(x+4)$
 $y = -(x^2 + 5x + 4) = -(x + \frac{5}{2})^2 + \frac{9}{4}$
 따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-\frac{5}{2}, \frac{9}{4})$ 이다.

3. 아래 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -5)$ 이고, 원점을 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식은?



[배점 3, 하상]

- ① $y = -x^2 - 2x$ ② $y = -2x^2 - 4x$
 ③ $y = -2x^2 + 4x$ ④ $y = 4x^2 + 4x$
 ⑤ $y = 5x^2 + 10x$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -5)$ 이므로 구하는 이차함수의 식을 $y = a(x+1)^2 - 5$ 로 놓을 수 있다. 이 그래프가 점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $0 = a - 5 \quad \therefore a = 5$ 따라서 구하는 이차함수의 식은 $y = 5(x+1)^2 - 5 = 5x^2 + 10x$ 이다.

4. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(1, 2)$ 이고 y 절편이 3 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, a, b, c 는 상수이다.) [배점 3, 하상]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 $(1, 2)$ 이므로 주어진 식은

$$y = a(x-1)^2 + 2$$

y 절편이 3 이므로 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = a + 2$$

$$\therefore a = 1$$

따라서 구하는 식은 $y = (x-1)^2 + 2 = x^2 - 2x + 3$

$$\therefore b = -2, c = 3$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

5. 꼭짓점의 좌표가 점 $(-1, 2)$ 이고, y 절편이 4 인 이차함수의 그래프의 식을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① $y = -(x+1)^2 + 2$
 ② $y = 2(x+1)^2 + 2$
 ③ $y = -2(x-1)^2 + 2$
 ④ $y = 2(x-1)^2 + 2$
 ⑤ $y = -2(x+1)^2 + 2$

해설

꼭짓점이 $(-1, 2)$ 이므로 $y = a(x+1)^2 + 2$

$(0, 4)$ 를 대입하면 $4 = a + 2, a = 2$

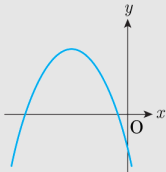
따라서 그래프의 식은 $y = 2(x+1)^2 + 2$ 이다.

6. $y = ax^2 + bx + c$ 그래프가 제 2, 3, 4 사분면을 지난다고 할 때, a, b, c 의 부호가 바르게 짝지어진 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $a > 0, b > 0, c > 0$
 ② $a > 0, b > 0, c < 0$
 ③ $a > 0, b < 0, c < 0$
 ④ $a < 0, b < 0, c > 0$
 ⑤ $a < 0, b < 0, c < 0$

해설

그림을 그려 보면 다음과 같다.



위로 볼록한 그래프이므로 $a < 0$
 축의 방정식 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b < 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$

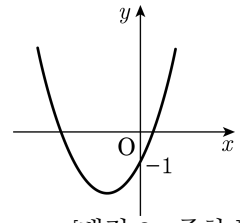
7. 이차함수 $y = ax^2 + 4x - b$ 가 세 점 $(1, 1), (0, -5), (2, c)$ 를 지날 때, $a + b + c$ 의 값은?
[배점 3, 하상]

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 18

해설

$(0, -5)$ 를 지나므로 $-5 = -b, b = 5$
 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = a + 4 - b, a = 2$
 따라서 주어진 이차함수의 식은 $y = 2x^2 + 4x - 5$
 이 함수의 그래프가 $(2, c)$ 를 지나므로
 $c = 2 \times 2^2 + 4 \times 2 - 5 = 8 + 8 - 5 = 11$
 따라서 $a + b + c = 2 + 5 + 11 = 18$ 이다.

8. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c 의 부호를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a > 0$

▷ 정답: $b > 0$

▷ 정답: $c > 0$

해설

$$y = a \left(x + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \frac{b^2}{4a} - c$$

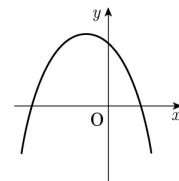
$$y = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} - c$$

a 는 그래프의 모양을 결정하므로 $a > 0$ 이다.

$-\frac{b}{2a}$ 는 축의 방정식을 나타내므로 $\frac{b}{2a} > 0$
 $\therefore b > 0$

$-c$ 는 y 절편을 나타내므로 $-c < 0 \quad \therefore c > 0$

9. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a + bc$ 의 부호를 정하여라.



[배점 3, 중하]

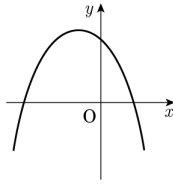
▶ 답:

▷ 정답: $a + bc < 0$

해설

$a < 0, b < 0, c > 0$ 이므로 $bc < 0, a + bc < 0$

10. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $ab + c$ 의 부호를 정하여라.



[배점 3, 중하]

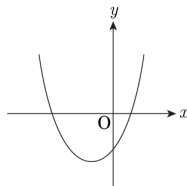
▶ 답 :

▷ 정답 : $ab + c > 0$

해설

$a < 0, b < 0, c > 0$ 이므로 $ab > 0, ab + c > 0$

11. 오른쪽 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. abc 의 부호를 결정하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc < 0$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$,

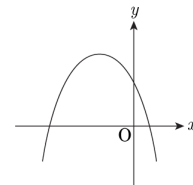
축의 식 $-\frac{b}{2a} < 0, b > 0$

y 절편 $c < 0$

$a > 0, b > 0, c < 0$

$\therefore abc < 0$

12. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳은 것은?



[배점 3, 중하]

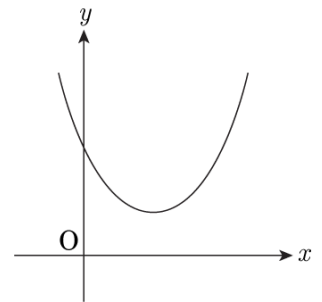
해설

위로 볼록 $a < 0$

축의 식 $-\frac{b}{2a} < 0, b < 0$

y 절편 $c > 0$

13. 다음은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. a, b, c 의 부호를 결정하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a > 0$

▷ 정답 : $b < 0$

▷ 정답 : $c > 0$

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이고,

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b < 0$ 이다.

y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.

14. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 가 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 갖는다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 3)$

$$y = (x + 2)^2 + 3$$

$$= x^2 + 4x + 7$$

$$= x^2 + ax + b$$

$$\therefore a = 4, b = 7$$

$$\therefore ab = 4 \times 7 = 28$$

16. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 12)$, $(-2, -2b)$, $(1, 1 - 4a)$ 를 지날 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에 세 점을 대입하면 $c = 12$

$$-2b = 4a - 2b + c \cdots \textcircled{1}$$

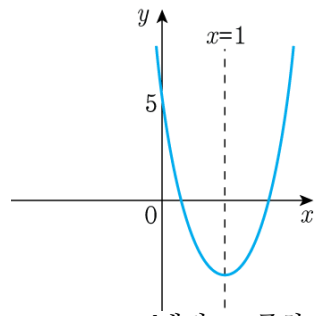
$$1 - 4a = a + b + c \cdots \textcircled{2}$$

$c = 12$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $a = -3$

$a = -3, c = 12$ 를 $\textcircled{2}$ 에 대입하면 $b = 4$

$$\therefore a - b + c = -3 - 4 + 12 = 5$$

15. 다음 그림은 직선 $x = 1$ 을 축으로 하는 이차함수 $y = x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. b, c 의 값을 각각 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -2$

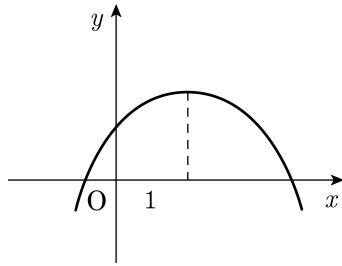
▷ 정답 : $c = 5$

해설

$y = (x - 1)^2 + q$ 에서 $(0, 5)$ 를 대입하면 $q = 4$ 이다.

$$\therefore y = (x - 1)^2 + 4 = x^2 - 2x + 5$$

17. 함수 $y = ax^2 + bx + a$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a, b, 2a + b$ 의 부호로 바른 것은?



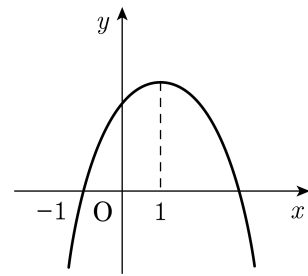
[배점 4, 중중]

- ① $a > 0, b < 0, 2a + b > 0$
- ② $a > 0, b < 0, 2a + b < 0$
- ③ $a < 0, b < 0, 2a + b < 0$
- ④ $a < 0, b > 0, 2a + b < 0$
- ⑤ $a < 0, b > 0, 2a + b > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$ 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다. $x = 1$ 일 때, y 값이 양수이므로 $2a + b > 0$ 이다.

18. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $ab < 0$
- ② $bc > 0$
- ③ $ac > 0$
- ④ $abc < 0$
- ⑤ $a + b + c > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$ 축이 y 축을 기준으로 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다. y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.

⑤ $y = ax^2 + bx + c$ 에서

$x = 1$ 일 때, $a + b + c = y$ 이고

y 좌표는 양수이므로 $a + b + c > 0$ 이다.

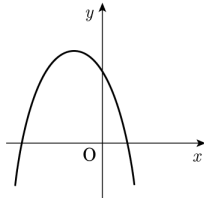
19. 축이 $x = 2$ 이고, 두 점 $(0, 3)$, $(1, 6)$ 를 지나는 이차함수의 최댓값 또는 최솟값은? [배점 4, 중중]

- ① 최댓값 7 ② 최댓값 5
 ③ 최솟값 7 ④ 최솟값 5
 ⑤ 최댓값 -7

해설

축이 $x = 2$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$
 두 점 $(0, 3)$, $(1, 6)$ 을 지나므로
 $3 = 4a + q$, $6 = a + q$
 $\therefore a = -1$, $q = 7$
 $y = -(x - 2)^2 + 7$
 따라서 $x = 2$ 일 때, 최댓값 7 을 가지며 최솟값은 없다.

20. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, p, q 의 부호는?



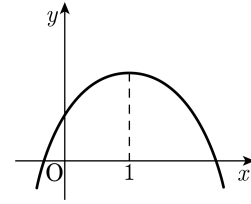
[배점 4, 중중]

- ① $a > 0, p > 0, q > 0$ ② $a < 0, p < 0, q < 0$
 ③ $a > 0, p < 0, q < 0$ ④ $a < 0, p < 0, q > 0$
 ⑤ $a < 0, p > 0, q > 0$

해설

위로 볼록한 모양의 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 제 2 사분면 위에 있으므로
 $a < 0, p < 0, q > 0$ 이다.

21. 함수 $y = ax^2 + bx + 1$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a, b, 2a + b$ 의 부호로 바른 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $a > 0, b < 0, 2a + b > 0$
 ② $a > 0, b < 0, 2a + b < 0$
 ③ $a < 0, b < 0, 2a + b < 0$
 ④ $a < 0, b > 0, 2a + b < 0$
 ⑤ $a < 0, b > 0, 2a + b > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$
 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다.
 y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.
 $2a + b > 0$ 이다.

22. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 이고 점 $(0, 4)$ 를 지날 때, abc 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 이므로

$$y = a(x+2)^2 + 2$$

점 $(0, 4)$ 를 지나므로

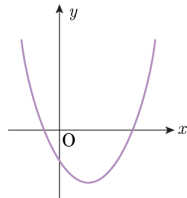
$$4 = a(0+2)^2 + 2, a = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$$

$$= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = 2, c = 4, abc = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$$

23. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a, b, c 중에서 양수인 것을 모두 고른 것은?



[배점 4, 중중]

① a

② b

③ c

④ a, b

⑤ a, c

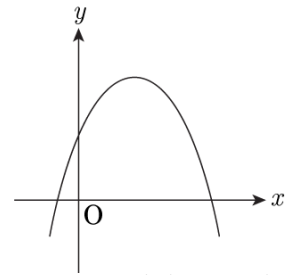
해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$

꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편이 음수이므로 $c < 0$

24. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c 의 부호를 정하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a < 0$

▷ 정답 : $b > 0$

▷ 정답 : $c > 0$

해설

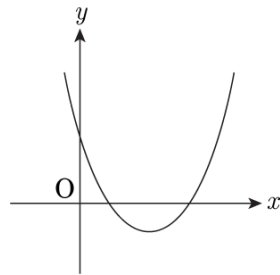
위로 볼록하므로 $a < 0$ 이다.

축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.

따라서 $b > 0$ 이다.

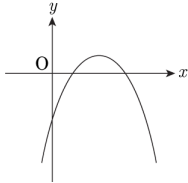
y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.

25. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?

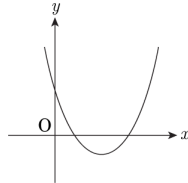


[배점 5, 중상]

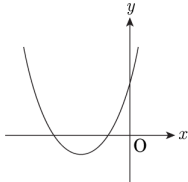
①



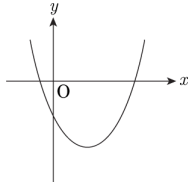
②



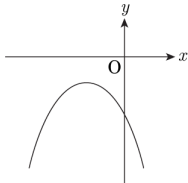
③



④



⑤



해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다. 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.

따라서, $b < 0$ 이다.

y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.

$y = cx^2 + bx + a$ 에서

$c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.

$b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.

$a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.

따라서 구하는 그래프는 ②이다.

26. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최솟값 4를 가지고, 점 $(3, 6)$ 을 지난다. 이 때 a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

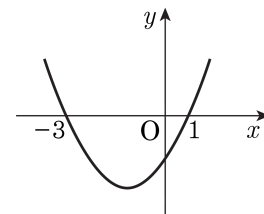
$$y = ax^2 + bx + c$$

$$= a(x - 2)^2 + 4$$

$$\text{점 } (3, 6) \text{ 을 지나므로 } a(3 - 2)^2 + 4 = 6$$

$$\therefore a = 2$$

27. 이차함수 $y = a(x + p)^2 - 2$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $2ap$ 의 값을 구하면?



[배점 5, 중상]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

대칭축이 -3 과 1 의 중점을 지나므로 $p = 1$

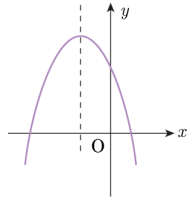
따라서 함수식은 $y = a(x + 1)^2 - 2$

$(1, 0)$ 을 대입하면 $0 = 4a - 2$

$$a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore 2ap = 2 \times \frac{1}{2} \times 1 = 1$$

28. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = cx^2 + ax + b$ 의 그래프의 꼭짓점은 제 몇 사분면에 있는가?



[배점 5, 중상]

- ① 제1 사분면 ② 제2 사분면
③ 제3 사분면 ④ 제4 사분면
⑤ 답이 없다.

해설

$a < 0, c > 0, -\frac{b}{2a} < 0$ 에서 $b < 0 \therefore a < 0, b < 0, c > 0$

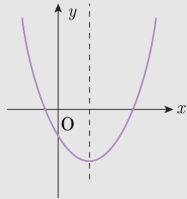
$y = cx^2 + ax + b$ 에서

(1) $c > 0$ 이므로 아래로 볼록

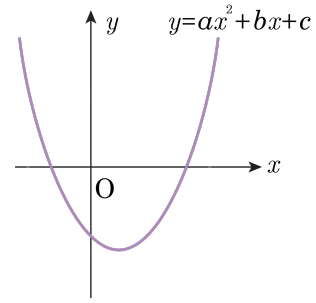
(2) 꼭짓점의 x 좌표를 구하면 $y = c\left(x^2 + \frac{a}{c}x + \frac{a^2}{4c^2} - \frac{a^2}{4c^2}\right) + b = c\left(x + \frac{a}{2c}\right)^2 - \frac{a^2}{4c} + b$ 이므로 축 : $-\frac{a}{2c} > 0$

(3) y 절편 : $b < 0$

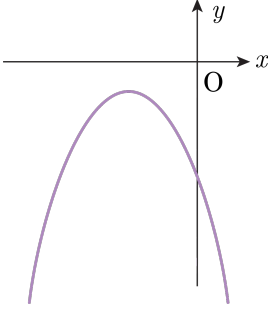
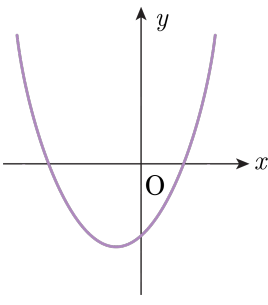
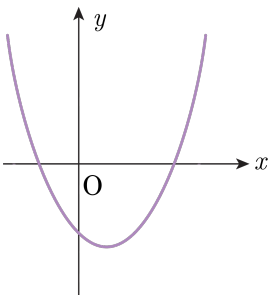
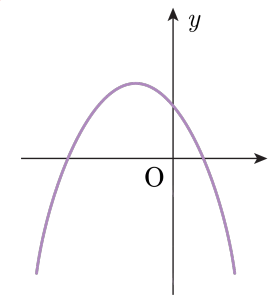
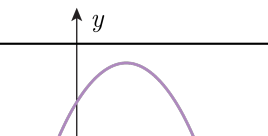
따라서, 그래프는 다음 그림과 같으므로 꼭짓점은 제4사분면에 있다.



29. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 개형(대략의 모양)은 어느 것인가?



[배점 5, 중상]

- ① 
② 
③ 
④ 
⑤ 

30. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 직선 $x = 2$ 에 대하여 대칭이고, 직선 $y = x - 1$ 과 만나는 점의 x 좌표가 3, -2 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?
[배점 5, 중상]

① 0 ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 2$ 에 대하여 대칭이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$ 이고,
 $y = x - 1$ 에서 $(3, 2), (-2, -3)$ 을 지나므로,
 $a + q = 2, 16a + q = -3$ 에서
 $a = -\frac{1}{3}, q = \frac{7}{3}$ 이므로
 $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 + \frac{7}{3} = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 1$
따라서 $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c = 2$ 이다.

31. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 1)$, $(1, 2)$, $(-1, 4)$ 를 지날 때, 꼭짓점은 제 A 사분면 위에 있으며 제 B 사분면과 제 C 사분면을 지나지 않는다. $A + B + C$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

주어진 세 점을 각각 $y = ax^2 + bx + c$ 에 대입한다.
점 $(0, 1)$ 을 대입하면 $c = 1$
점 $(1, 2)$ 를 대입하면 $a + b + 1 = 2$
즉, $a + b = 1$ ㉠
점 $(-1, 4)$ 를 대입하면 $a - b + 1 = 4$
즉, $a - b = 3$ ㉡
㉠ + ㉡에서 $2a = 4$
 $\therefore a = 2, b = -1$
 $\therefore y = 2x^2 - x + 1$
 $= 2\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} - \frac{1}{16}\right) + 1$
 $= 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{7}{8}$
따라서, 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{4}, \frac{7}{8}\right)$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 제 1사분면 위에 있으며 $a > 0$ 이므로 아래로 볼록 즉, 제 1, 2 사분면을 지난다.
따라서 $A = 1, B = 3, C = 4$ 이므로 $A + B + C = 1 + 3 + 4 = 8$ 이다.