

확인학습문제

1. 다음 이차함수의 그래프 중 아래로 볼록한 것은?
[배점 2, 하중]

- ① $y = -4x^2$ ② $y = \frac{1}{3}x^2$
 ③ $y = -3x^2$ ④ $y = -\frac{1}{4}x^2$
 ⑤ $y = -2x^2$

해설

아래로 볼록하려면 (x^2 의 계수) > 0 이므로 $y = \frac{1}{3}x^2$

2. 이차함수 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?
[배점 2, 하중]

- ① $f(0) = -3$ ② $f(-1) = 6$
 ③ $f(1) = 0$ ④ $f(2) = 5$
 ⑤ $f(-2) = -3$

해설

$$f(-1) = (-1)^2 + 2 \times (-1) - 3 = -4$$

3. 다음 이차함수에서 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열한 것은?

보기

- ㉠ $y = -2x^2$ ㉡ $y = \frac{1}{2}x^2$
 ㉢ $y = -\frac{1}{3}x^2 + 4$ ㉣ $y = 4x^2 - 1$
 ㉤ $y = 3(x - 1)^2$

[배점 3, 하상]

- ① ㉠ - ㉣ - ㉡ - ㉤ - ㉢
 ② ㉣ - ㉡ - ㉠ - ㉤ - ㉢
 ③ ㉣ - ㉤ - ㉡ - ㉢ - ㉠
 ④ ㉣ - ㉤ - ㉡ - ㉠ - ㉢
 ⑤ ㉣ - ㉤ - ㉠ - ㉡ - ㉢

해설

이차항의 계수의 절댓값이 큰 것부터 찾아 나열한다.

4. 아래 이차함수의 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나타내어라.

㉠ $y = 2x^2$	㉡ $y = -5x^2$
㉢ $y = \frac{1}{3}x^2$	㉣ $y = -x^2$

[배점 3, 하상]

- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 정답 : ㉠
- ▶ 정답 : ㉡
- ▶ 정답 : ㉣
- ▶ 정답 : ㉢

해설

이차항의 계수의 절댓값이 큰 것부터 찾아 나열한다.

5. 다음 <보기>의 이차함수 그래프 중 포물선의 폭이 가장 넓은 것부터 차례대로 적은 것으로 옳은 것은?

보기	
㉠ $y = \frac{1}{2}x^2$	㉡ $y = \frac{1}{3}x^2$
㉢ $y = 2x^2$	㉣ $y = -5x^2$

[배점 3, 하상]

- ① ㉣, ㉡, ㉠, ㉢
- ② ㉣, ㉠, ㉡, ㉢
- ③ ㉡, ㉠, ㉣, ㉢
- ④ ㉡, ㉠, ㉢, ㉣
- ⑤ ㉡, ㉣, ㉣, ㉠

해설

$y = ax^2$ 에서 $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.

6. 다음 이차함수 중 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 것은? [배점 3, 하상]

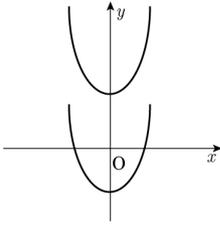
- ① $y = x^2$
- ② $y = -x^2$
- ③ $y = \frac{4}{9}x^2$
- ④ $y = \frac{2}{3}x^2$
- ⑤ $y = -\frac{3}{2}x^2$

해설

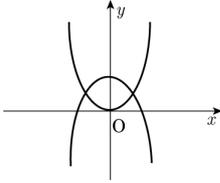
x 축과 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.

7. x 축에 대하여 서로 대칭인 두 그래프를 알맞게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

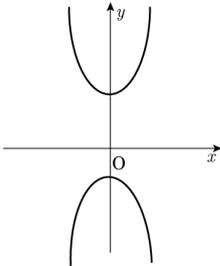
①



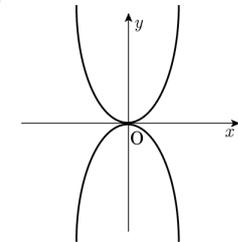
②



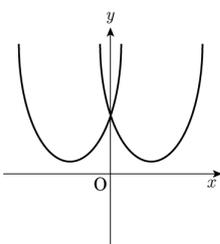
③



④



⑤



해설

그래프를 x 축을 기준으로 반대방향으로 그린 것이다.

8. 다음 보기에서 y 가 x 에 관한 이차함수가 아닌 것을 골라라.

보기

- ㄱ. 한 모서리의 길이가 x 인 정육면체의 겉넓이 y
- ㄴ. 가로와 세로의 길이가 각각 $2x, x+3$ 인 직사각형의 둘레의 길이
- ㄷ. 반지름의 길이가 x 인 원의 넓이 y
- ㄹ. 밑면의 반지름의 길이가 x , 높이가 7 인 원기둥의 부피 y

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㄴ

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

ㄱ. $y = 6x^2$

ㄴ. $y = 2(2x + x + 3) = 6x + 6$: 일차함수

ㄷ. $y = \pi x^2$

ㄹ. $y = 7\pi x^2$

따라서 y 가 x 에 관한 이차함수가 아닌 것은 ㄴ이다.

9. 다음 중 보기의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = x^2$	㉡ $y = \frac{2}{3}x^2$
㉢ $y = -\frac{1}{4}x^2$	㉣ $y = -\frac{2}{3}x^2$
㉤ $y = 2x^2$	㉥ $y = \frac{5}{2}x^2$

[배점 3, 하상]

- ① 아래로 볼록한 포물선은 ㉢, ㉤이다.
- ② 대칭축의 식은 $y = 0$, 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ③ 포물선의 폭이 가장 넓은 것은 ㉢이다.
- ④ ㉤그래프의 치역은 $\{y \mid y \geq 2\}$ 이다.
- ⑤ ㉡과 ㉣의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 아래로 볼록한 것은 ㉠, ㉡, ㉤, ㉥이다.
- ② 대칭축은 $x = 0$, 꼭짓점은 $(0, 0)$ 이다.
- ④ ㉤그래프의 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

10. 이차함수 $y = -x^2$ 에 대하여 □안에 알맞은 것은?

- (1) □을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- (2) □축에 대하여 대칭이다.
- (3) y 가 증가하는 x 의 범위 : □
 y 가 감소하는 x 의 범위 : □

[배점 3, 중하]

- ① $(0, 0)$, y , $x < 0$, $x > 0$
- ② $(0, 0)$, y , $x > 0$, $x < 0$
- ③ $(0, 0)$, x , $x < 0$, $x > 0$
- ④ $(1, -1)$, y , $x > 0$, $x < 0$
- ⑤ $(0, 0)$, x , $x > 0$, $x < 0$

해설

꼭짓점은 $(0, 0)$ 이고 대칭축의 방정식은 $x = 0$, 위로 볼록한 포물선이므로 $x < 0$ 일 때, y 는 증가하고 $x > 0$ 일 때, y 는 감소한다.

11. 다음 중 그래프가 아래로 볼록인 것을 모두 찾으려면?

[배점 3, 중하]

- ① $y = 2x^2$
- ② $y = \frac{1}{3}x^2$
- ③ $y = -4x^2$
- ④ $y = \frac{2}{3}x^2$
- ⑤ $y = -\frac{3}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 $a > 0$ 이면 아래로 볼록이다.

- ① $y = 2x^2$ 에서 $2 > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.
- ② $y = \frac{1}{3}x^2$ 에서 $\frac{1}{3} > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.
- ④ $y = \frac{2}{3}x^2$ 에서 $\frac{2}{3} > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.

12. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 + x - 4$ 일 때, $f(-2) + 2f(1) \cdot f(2)$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 9 ② -9 ③ 10
 ④ -10 ⑤ 11

해설

$f(-2) = -2$, $f(1) = -2$, $f(2) = 2$ 이므로 $f(-2) + 2f(1) \cdot f(2) = -2 - 8 = -10$ 이다.

13. 다음 이차함수의 그래프를 폭이 좁은 순으로 나열하여라.

- ㉠ $y = -\frac{1}{2}x^2$ ㉡ $y = \frac{1}{5}x^2$
 ㉢ $y = x^2$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉡

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.

14. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 점 (3, -9)를 지난다.
 ② 위로 볼록한 그래프이다.
 ③ 축의 방정식이 $x = 0$ 이다.
 ④ $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
 ⑤ 항상 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

$y = -x^2$ 은 위로 볼록한 포물선이고 원점 (0, 0) 을 꼭짓점으로 한다. y 축에 대칭이므로 축의 방정식이 $x = 0$ 이다. $y = x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이고 $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하고 $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. 따라서 ⑤이 답이다.

15. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프 위에 점 (3, a) 가 있을 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 9

해설

$y = x^2$ 에 $x = 3$, $y = a$ 를 대입하면 $a = 3^2 = 9$

16. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② 점 (2, 4) 를 지난다.
- ③ 꼭짓점은 원점이다.
- ④ 축의 방정식은 $y = 0$ 이다.
- ⑤ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

④ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

17. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록한 것은? [배점 3, 중하]

- ① $y = 3x^2$ ② $y = \frac{1}{2}x^2$ ③ $y = -2x^2$
- ④ $y = x^2$ ⑤ $y = \frac{5}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프에서 $a < 0$ 일 때, 그래프의 모양이 위로 볼록하다.

18. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 원점을 꼭짓점으로 한다.
- ㉡ 대칭축은 y 축이다.
- ㉢ 치역은 $\{y \mid y > 0\}$ 이다.
- ㉣ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

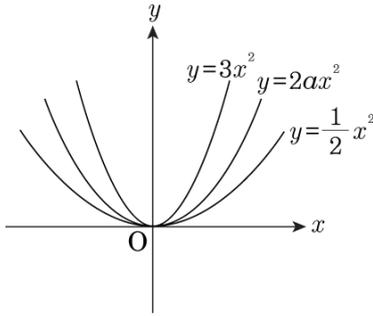
[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢, ㉣ ③ ㉢, ㉣
- ④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉣, ㉣

해설

- ㉢ 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$
- ㉣ $x < 0$ 에서 x 값 증가, y 는 감소

19. 이차함수 $y = 3x^2$, $y = 2ax^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프가 다음과 같다. 상수 a 의 값의 범위가 $m < a < n$ 일 때, $m + n$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ 2 ⑤ $\frac{9}{4}$

해설

$$\frac{1}{2} < 2a < 3 \text{ 이므로 } \frac{1}{4} < a < \frac{3}{2}$$

$$\therefore m = \frac{1}{4}, \quad n = \frac{3}{2}$$

$$\therefore m + n = \frac{7}{4}$$

20. 이차함수 $f(x) = -2x^2 - 3x + a$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 7)$, $(2, b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 를 차례대로 나열하면? [배점 4, 중중]

- ① $a = 4, b = -6$ ② $a = -4, b = -6$
 ③ $a = 4, b = -8$ ④ $a = 6, b = -6$
 ⑤ $a = 6, b = -8$

해설

점 $(-1, 7)$ 를 $f(x) = -2x^2 - 3x + a$ 가 지나므로
 $7 = -2(-1)^2 - 3(-1) + a, a = 6$ 이다.
 $f(x) = -2x^2 - 3x + 6$ 이고 점 $(2, b)$ 를 지나므로
 $b = -2(2)^2 - 3(2) + 6, b = -8$ 이다.

21. 이차함수 $y = x^2 + 3x + a$ 의 그래프가 두 점 $(1, 3)$, $(-1, b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점 $(1, 3)$ 을 지나므로 $x = 1, y = 3$ 을 대입하면
 $3 = 1^2 + 3 \times 1 + a, a = -1 \therefore y = x^2 + 3x - 1$
 점 $(-1, b)$ 를 지나므로 $x = -1, y = b$ 를 대입하면
 $b = (-1)^2 + 3 \times (-1) - 1 = -3 \therefore b = -3$
 따라서 $a = -1, b = -3$ 이므로 $ab = (-1) \times (-3) = 3$ 이다.

22. 이차함수 $f(x) = 2x^2 - ax + 3$ 의 그래프가 점 $(3, 6)$ 을 지날 때, 상수 a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$f(3) = 2 \times 3^2 - 3a + 3 = 6, 21 - 3a = 6$$

$$\therefore a = 5$$

23. 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + 6$ 에 대하여 $f(-2) = 8$, $f(1) = b$ 를 만족할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 7

해설

$f(-2) = 4 - 2a + 6 = 8$, $a = 1$ 이고 $f(1) = 1 + 1 + 6 = 8 = b$ 이므로 $b - a = 8 - 1 = 7$ 이다.

24. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에서 $f(-2) = -12$ 일 때, $y = -ax^2$ 과 x 축 대칭인 이차함수의 식은?
[배점 4, 중중]

- ① $y = -\frac{1}{2}x^2$ ② $y = 3x^2$
 ③ $y = \frac{1}{3}x^2$ ④ $y = -2x^2$
 ⑤ $y = -4x^2$

해설

$x = -2$, $y = -12$ 를 대입하면 $a = 3$ 이다.
따라서 $y = -ax^2 = -3x^2$ 이므로 x 축 대칭인 이차함수는 $y = 3x^2$ 이다.

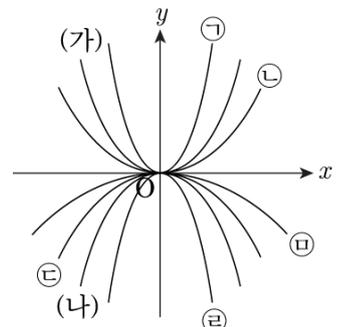
25. 다음 중 이차함수는? [배점 4, 중중]

- ① $y = 2x^2 - 2(x+1)^2$
 ② $y = 2(x-1) + 25$
 ③ $y = x^2 - (2x+x^2)$
 ④ $y = x^3 - (x+1)^2$
 ⑤ $y = 3x^2 - (2x+1)^2$

해설

- ① $y = 2x^2 - 2(x+1)^2 = -4x - 2$ (일차함수)
 ② $y = 2(x-1) + 25 = 2x + 23$ (일차함수)
 ③ $y = x^2 - (2x+x^2) = -2x$ (일차함수)
 ④ $y = x^3 - (x+1)^2 = x^3 - x^2 - 2x - 1$ (삼차함수)
 ⑤ $y = 3x^2 - (2x+1)^2 = -x^2 - 4x - 1$ (이차함수)

26. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이고, $y = x^2 \dots$ (가), $y = -x^2 \dots$ (나)이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프로 알맞은 것은?



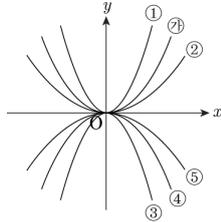
[배점 5, 중상]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

$0 < -a < 1$ 이므로 (가)와 x 축 사이에 있는 그래프를 찾으면 ㉡이다.

27. 다음 그림은 모두 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이며, x 축을 기준으로 위, 아래에 놓여있는 그래프는 서로 대칭이다. 그 중 ㉔는 $y = x^2$ 의 그래프이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = ax^2$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



[배점 5, 중상]

해설

$-1 < a < 0$ 이므로 위로 볼록, $|a| < 1$ 이므로 폭은 ㉔ $y = x^2$ 보다 넓은 포물선이다. 따라서 ㉕번 그래프이다.

28. 이차함수 $f(x) = x^2 - 6x - 4$ 에서 $f(a) = -4$ 일 때, a 의 값을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$f(a) = a^2 - 6a - 4 = -4$, $a(a - 6) = 0$ 이므로 $a = 0$, $a = 6$ 이다.

29. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 조건을 만족할 때, 상수 b 의 값을 구하여라.

- (가) 상수 m, n 에 대하여 $m - n = 6$ 이다.
 (나) 두 점 $(1, m)$ 과 $(-1, n)$ 을 지난다.

[배점 5, 중상]

▶ **답:**

▷ **정답:** 3

해설

두 점 $(1, m)$ 과 $(-1, n)$ 을 함수식에 대입하면
 $m = a + b + c$, $n = a - b + c$
 두 식을 연립하여 풀면 $m - n = 2b$, $m - n = 6$
 이므로 $2b = 6$ $\therefore b = 3$

30. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 의 값이 -1 에서 5 까지 증가할 때, y 의 값은 24 만큼 감소한다. 다음 중 이 그래프 위에 점은?

보기

- | | |
|-----------|-------------|
| ㉠ (2, -4) | ㉡ (-4, 16) |
| ㉢ (3, 9) | ㉣ (-4, -32) |
| ㉤ (4, -2) | |

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

$f(x) = ax^2$ 에 대하여 $f(-1) = a$, $f(5) = 25a$ 이므로

$$25a - a = -24, 24a = -24, a = -1 \therefore f(x) = -x^2$$

$$\textcircled{1} f(2) = -1 \times (2)^2 = -4 \therefore (2, -4)$$

$$\textcircled{2} f(-4) = -1 \times (-4)^2 = -16 \therefore (-4, -16)$$

따라서 주어진 그래프 위의 점은 ㉠, ㉣이다.

31. 이차함수 $f : R \rightarrow R$ 에서 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$ 이다. $f(2a) = 2a - 1$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, R 은 실수)

[배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(2a) = 2a - 1$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times (2a)^2 - 2a + 1 = 2a - 1, 2a^2 - 4a + 2 = 0, a^2 - 2a + 1 = 0, (a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

32. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프는 점 $(a, 12)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, ab 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 4 ② -4 ③ 2 ④ -2 ⑤ 9

해설

$y = 3x^2$ 에 $(a, 12)$ 를 대입하면 $a = \pm 2$ 이다.

i) $a = 2$ 일 때,

$y = bx^2$ 이 x 축 대칭이므로 $b = -2$ 이므로

$$\therefore ab = -4$$

ii) $a = -2$ 일 때,

$b = 2$ 이고

$$\therefore ab = -4$$

33. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $(b, \frac{9}{2})$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$) [배점 5, 중상]

- ① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ 3
 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

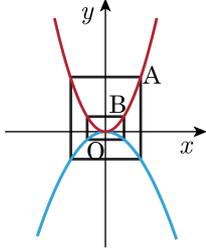
해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $(b, \frac{9}{2})$ 을 대입하면 $a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ 이다.

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 이고 $(-3, c)$ 를 지나므로

$$\therefore c = -\frac{9}{2}$$

34. 아래 그림과 같이 두 함수 $y = x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 에 대하여 두 직사각형이 서로 다른 닮음이다. A 의 x 좌표를 a , B 의 x 좌표를 b 라 할때, ab 의 값을 구하면?



[배점 5, 상하]

- ① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{16}{9}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

서로 같지 않는 닮음 이므로 큰 사각형의 가로와 작은 사각형의 세로가 대응변이다.

그러므로 $2a : \frac{3}{2}a^2 = \frac{3}{2}b^2 : 2b$ 에서

$$\frac{9}{4}a^2b^2 = 4ab$$

$$\therefore ab = \frac{16}{9}$$