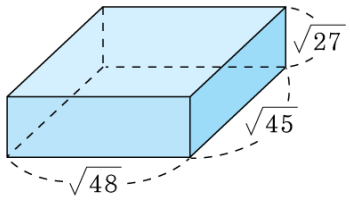
확인학습문제

1. 다음 직육면체의 모서리의 길이의 합을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $28\sqrt{3}+12\sqrt{5}$

해설

모서리의 길이의 합은

$$\begin{aligned}4(\sqrt{48}+\sqrt{45}+\sqrt{27}) &= 4(4\sqrt{3}+3\sqrt{5}+3\sqrt{3})\\ &= 4(7\sqrt{3}+3\sqrt{5})\\ &= 28\sqrt{3}+12\sqrt{5}\end{aligned}$$

2. $\sqrt{75}-\dfrac{9}{\sqrt{3}}$ 를 간단히 하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{75}-\frac{9}{\sqrt{3}} &= \sqrt{5\times5\times3}-\frac{9\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}\\ &= 5\sqrt{3}-\frac{9\sqrt{3}}{3}\\ &= 5\sqrt{3}-3\sqrt{3}\\ &= 2\sqrt{3}\end{aligned}$$

3. $\sqrt{72}+2\sqrt{8}-\sqrt{50}=a\sqrt{2}$ 에서 a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned}&\sqrt{6\times6\times2}+2\sqrt{2\times4}-\sqrt{5\times5\times2}\\ &= 6\sqrt{2}+4\sqrt{2}-5\sqrt{2}=5\sqrt{2}=a\sqrt{2}\end{aligned}$$

4. $a=2\sqrt{5},\ b=\dfrac{a}{2},\ c=ab$ 일 때, 다음을 구하여라.

보기

$$\frac{\sqrt{5}(a+b)}{2}-\frac{abc}{2}$$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\dfrac{85}{2}$

해설

$$a=2\sqrt{5},\quad b=\frac{2\sqrt{5}}{2}=\sqrt{5},\quad c=2\sqrt{5}\times\sqrt{5}=10$$

$$\begin{aligned}&\frac{\sqrt{5}(a+b)}{2}-\frac{abc}{2}\\ &= \frac{\sqrt{5}(2\sqrt{5}+\sqrt{5})}{2}-\frac{2\sqrt{5}(\sqrt{5})(\pm\sqrt{10})}{2}\\ &= \frac{15}{2}-50=-\frac{85}{2}\end{aligned}$$

5. $\frac{a}{b}=\frac{d}{c}=\frac{c}{d}$ 이고 $b=\sqrt{3},\ c=\sqrt{5}$ 일 때, $(a-b)(c+d)$ 의 값을 구하여라. (단, $a>0,\ d>0$)

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$\frac{d}{c}=\frac{c}{d}$에서 $\frac{d}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{d}$이면 $d=\sqrt{5}$
$\frac{a}{b}=\frac{d}{c}$에서 $\frac{a}{\sqrt{3}}=1$이면 $a=\sqrt{3}$
$\therefore (a-b)(c+d)=(\sqrt{3}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{5})=0(\sqrt{5}+\sqrt{5})=0$

6. 넓이가 50, 72 인 정사각형이 두 개가 있다. 정사각형 각각의 둘레를 구하면? [배점 3, 하상]

① $4\sqrt{3},\ 6\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{2},\ 6\sqrt{2}$
③ $5\sqrt{3},\ 6\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{2},\ 6\sqrt{2}$
⑤ $5\sqrt{7},\ 6\sqrt{7}$

해설

정사각형 한 변의 길이를 각각 x, y 라고 하면
$x^2=50, x=\pm 5\sqrt{2}, y^2=72, y=\pm 6\sqrt{2}$ 이다.
길이는 양수이므로
$x=5\sqrt{2}, y=6\sqrt{2}$ 이다.

7. $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})$ 을 간단히 하면?

[배점 3, 하상]

① $3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{2}+2\sqrt{6}$
③ $4\sqrt{2}-\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{2}+3\sqrt{6}$
⑤ $5\sqrt{2}+3\sqrt{6}$

해설

$\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})$
$=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-(\sqrt{2}+2\sqrt{6})$
$=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}$
$=3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$

8. $\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{5}}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\sqrt{5}}{2}$ 을 간단히 나타내면?

[배점 3, 하상]

① $-\frac{\sqrt{3}}{12}-\frac{\sqrt{5}}{12}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{12}+\frac{\sqrt{5}}{3}$
③ $\frac{\sqrt{3}}{12}-\frac{\sqrt{5}}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{6}-\frac{\sqrt{5}}{6}$
⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{5}}{3}$

해설

$\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{5}}{6}-\frac{\sqrt{3}}{4}-\frac{\sqrt{5}}{2}$
$=\frac{4\sqrt{3}-3\sqrt{3}}{12}+\frac{\sqrt{5}-3\sqrt{5}}{6}$
$=\frac{\sqrt{3}}{12}-\frac{\sqrt{5}}{3}$

9. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳은 것을 두 개 고르면? [배점 3, 하상]

① $\sqrt{15}+1<2\sqrt{15}-1$

② $2\sqrt{5}+\sqrt{7}>\sqrt{5}+2\sqrt{7}$

③ $3\sqrt{5}-4\sqrt{2}<4\sqrt{5}-3\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{5}-3>5\sqrt{5}-2$

⑤ $3-\sqrt{10}<5-2\sqrt{10}$

해설

②$2\sqrt{5}+\sqrt{7}>\sqrt{5}+2\sqrt{7}$
$2\sqrt{5}+\sqrt{7}-\sqrt{5}-2\sqrt{7}=\sqrt{5}-\sqrt{7}<0$
$\therefore 2\sqrt{5}+\sqrt{7}<\sqrt{5}+2\sqrt{7}$
④$3\sqrt{5}-3>5\sqrt{5}-2$
$3\sqrt{5}-3-5\sqrt{5}+2=-2\sqrt{5}-1<0$
$\therefore 3\sqrt{5}-3<5\sqrt{5}-2$
⑤$3-\sqrt{10}<5-2\sqrt{10}$
$3-\sqrt{10}-5+2\sqrt{10}=-2+\sqrt{10}>0$
$\therefore 3-\sqrt{10}>5-2\sqrt{10}$

10. 등식 $7+5\sqrt{3}+5x-2y=3\sqrt{3}x-\sqrt{3}y-5$ 를 만족하는 유리수 x, y 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : $x=22$
▷ 정답 : $y=61$

해설

$7+5\sqrt{3}+5x-2y=3\sqrt{3}x-\sqrt{3}y-5$
$(7+5x-2y+5)+(5-3x+y)\sqrt{3}=0$
$5x-2y=-12 \Leftrightarrow y=\frac{5}{2}x+6$
$\therefore \quad -3x+y=-3x+\frac{5}{2}x+6=-\frac{1}{2}x+6=-5, \quad -\frac{1}{2}x=-11$
$\therefore \ x=22, y=61$

11. $\sqrt{45}+\sqrt{80}-k\sqrt{5}=0$ 일 때, 유리수 k 의 값은? [배점 3, 중하]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$3\sqrt{5}+4\sqrt{5}-k\sqrt{5}=0, 7\sqrt{5}=k\sqrt{5}, \ k=7$ 이다.

12. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $\sqrt{10}-\sqrt{45}+\sqrt{40}=-\sqrt{5}+3\sqrt{10}$

㉡ $\sqrt{24}+\sqrt{54}+\sqrt{27}-\sqrt{12}=5\sqrt{6}+\sqrt{3}$

㉢ $\sqrt{18}-\sqrt{8}+\sqrt{48}-\sqrt{12}=\sqrt{2}+\sqrt{3}$

㉣ $\frac{3}{\sqrt{3}}-\frac{28}{\sqrt{28}}=\sqrt{3}-\sqrt{7}$

㉤ $\sqrt{80}-\sqrt{20}-\frac{10}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$

[배점 3, 중하]

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢

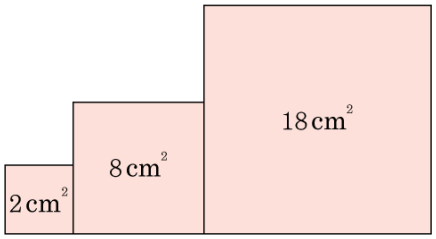
④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉡ $\sqrt{24}+\sqrt{54}+\sqrt{27}-\sqrt{12}$
$=2\sqrt{6}+3\sqrt{6}+3\sqrt{3}-2\sqrt{3}$
$=5\sqrt{6}+\sqrt{3}$

㉢ $\sqrt{18}-\sqrt{8}+\sqrt{48}-\sqrt{12}$
$=3\sqrt{2}-2\sqrt{2}+4\sqrt{3}-2\sqrt{3}$
$=\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

13. 다음 그림과 같이 넓이가 각각 2cm^2, 8cm^2, 18cm^2 인 정사각형 모양의 타일을 이어 붙였다. 이 때, 이 타일로 이루어진 도형의 둘레의 길이는?



[배점 3, 중하]

① $12\sqrt{2}$cm ② $13\sqrt{2}$ cm ③ $15\sqrt{2}$cm

④ $17\sqrt{2}$cm ⑤ $18\sqrt{2}$cm

해설

넓이가 각각 2cm^2, 8cm^2, 18cm^2 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$cm, $2\sqrt{2}$cm, $3\sqrt{2}$cm 이므로 이 타일로 이루어진 도형의 둘레의 길이는 $(\sqrt{2}+2\sqrt{2}+3\sqrt{2})\times 4-(\sqrt{2}+2\sqrt{2})\times 2=18\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

14. $\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{6}+\frac{\sqrt{3}}{3}=a\sqrt{2}+b\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{6}+\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{4\sqrt{2}}{6}-\frac{\sqrt{2}}{6}-\frac{3\sqrt{3}}{6}+\frac{2\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{6}$

따라서 $a=\frac{1}{2}$, $b=-\frac{1}{6}$ 이므로 $a+b=\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ 이다.

15. 다음 식을 간단히 하였을 때, 계산 결과가 다른 하나는? [배점 3, 중하]

① $2\sqrt{3}-3\sqrt{3}-3\sqrt{5}+5\sqrt{5}$

② $4\sqrt{3}+\sqrt{5}-5\sqrt{3}+\sqrt{5}$

③ $\sqrt{3}+3\sqrt{5}-\sqrt{5}-2\sqrt{3}$

④ $\sqrt{5}+\sqrt{5}+\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

⑤ $3\sqrt{5}-\sqrt{5}+3\sqrt{3}+2\sqrt{3}$

해설

①, ②, ③, ④ $-\sqrt{3}+2\sqrt{5}$,
⑤$5\sqrt{3}+2\sqrt{5}$

16. $a=\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}$, $b=\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $\sqrt{5}(a+b)+\sqrt{3}(a-b)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$a+b=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}=\sqrt{5}$$
$$a-b=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$$
$$\therefore\ \sqrt{5}(a+b)+\sqrt{3}(a-b)=\sqrt{5}\sqrt{5}+\sqrt{3}\sqrt{3}$$
$$=5+3$$
$$=8$$

17. 다음 중 세 수 $a=4-\sqrt{7}$, $b=2$, $c=4-\sqrt{8}$의 대소 관계로 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① $a<b<c$ ② $a<c<b$ ③ $b<a<c$

④ $b<c<a$ ⑤ $c<a<b$

해설

$1<a<2$ 이고
$-\sqrt{9}<-\sqrt{8}<-\sqrt{4}$
$4-\sqrt{9}<4-\sqrt{8}<4-\sqrt{4}$
$\therefore\ 1<4-\sqrt{8}<2$
$\therefore\ 1<c<2$
$a-c=\left(4-\sqrt{7}\right)-\left(4-\sqrt{8}\right)=\sqrt{8}-\sqrt{7}>0$
$\therefore\ a>c$
$\therefore\ c<a<b$

18. $\sqrt{125x}$ 가 자연수가 되게 하는 가장 작은 자연수 x 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\sqrt{125x}=\sqrt{5^2\times5\times x}$ 이므로 $x=5$

19. $\sqrt{3}\left(\frac{2}{\sqrt{6}}-\frac{10}{\sqrt{12}}\right)+\frac{6-2\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=a+b\sqrt{2}$ 일 때, $a\times b$ 의 값은? (단, a, b는 유리수) [배점 4, 중중]

① -48 ② -36 ③ -24

④ -18 ⑤ -12

해설

$\sqrt{3}\left(\frac{2}{\sqrt{6}}-\frac{10}{\sqrt{12}}\right)+\frac{6-2\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$

$=\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{6}}-\frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{12}}+\frac{6\sqrt{2}-2\sqrt{16}}{2}$

$=\sqrt{2}-5+3\sqrt{2}-4=-9+4\sqrt{2}$

$a=-9, b=4$

$\therefore ab=-36$

20. $\sqrt{5}$ 의 소수부분을 a, a 의 역수를 b 라고 할 때, $(a-1)x+2(b+3)y+1=0$ 을 만족하는 유리수 x, y 의 값을 각각 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=\frac{1}{8}$

▷ 정답 : $y=-\frac{1}{16}$

해설

$\sqrt{5}$ 의 소수부분 $a=\sqrt{5}-2$ 이고,

a 의 역수 $b=\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 이므로 분모를 유리화 시키면 $b=\sqrt{5}+2$ 이다.

$(a-1)x+2(b+3)y+1=0$ 식에

$a=\sqrt{5}-2$, $b=\sqrt{5}+2$ 를 대입하면

$(\sqrt{5}-2-1)x+2(\sqrt{5}+2+3)y+1=0$

정리하면 $(\sqrt{5}-3)x+2(\sqrt{5}+5)y+1=0$,

전개하면 $x\sqrt{5}-3x+2y\sqrt{5}+10y+1=0$ 이다.

(유리수) + (무리수) $=0$ 이므로

(유리수) $=0$, (무리수) $=0$ 이 되어야 한다.

$x\sqrt{5}+2y\sqrt{5}=0$, $-3x+10y+1=0$ 이므로

$x+2y=0$,$-3x+10y=-1$ 이다.

두 식 $x+2y=0$, $-3x+10y=-1$ 을 연립하여 풀면 $y=-\frac{1}{16}$ 이다.

또, $x+2y=0$ 에 $y=-\frac{1}{16}$ 을 대입하면 $x=\frac{1}{8}$ 이다.

21. $a*b=a(b+1+\sqrt{3}), a\star b=ab-\dfrac{a+b}{\sqrt{2}}$ 로 정의할 때, $\sqrt{6}*(\sqrt{3}\star\sqrt{2})$ 를 간단히 하면? [배점 4, 중중]

① $1+3\sqrt{2}$ ② $1+3\sqrt{3}$ ③ $2+3\sqrt{2}$
④ $2-2\sqrt{3}$ ⑤ $3+3\sqrt{2}$

해설

$a*b=a(b+1+\sqrt{3}), a\star b=ab-\dfrac{a+b}{\sqrt{2}}$ 로 정의할 때,
$\sqrt{3}\star\sqrt{2} = (\sqrt{3}\times\sqrt{2})-\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}-\dfrac{\sqrt{6}+2}{2}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}-1$
$\sqrt{6}*(\sqrt{3}\star\sqrt{2})=\sqrt{6}*(\dfrac{\sqrt{6}}{2}-1)$
$=\sqrt{6}(\dfrac{\sqrt{6}}{2}-1+1+\sqrt{3}) = \sqrt{6}(\dfrac{\sqrt{6}}{2}+\sqrt{3}) = 3+3\sqrt{2}$

22. $2\sqrt{75}+\sqrt{3}(8\sqrt{3}-\sqrt{2})-\dfrac{6-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① $8\sqrt{3}$ ② $8\sqrt{3}+24$ ③ $\sqrt{3}+24$
④ $\sqrt{3}+8$ ⑤ $2\sqrt{3}+8$

해설

$2\sqrt{75}+\sqrt{3}(8\sqrt{3}-\sqrt{2})-\dfrac{6-3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}+\sqrt{3}(8\sqrt{3}-\sqrt{2})-\dfrac{\sqrt{3}(6-3\sqrt{2})}{3}$
$=10\sqrt{3}+24-\sqrt{6}-\dfrac{(6\sqrt{3}-3\sqrt{6})}{3}=10\sqrt{3}+24-\sqrt{6}-(2\sqrt{3}-\sqrt{6})$
$=10\sqrt{3}+24-\sqrt{6}-2\sqrt{3}+\sqrt{6}=8\sqrt{3}+24$

23. $-3\sqrt{2}-\dfrac{11}{4}\sqrt{5}+5\sqrt{2}+\dfrac{3}{4}\sqrt{5}=a\sqrt{2}+b\sqrt{5}$가 성립할 때, $2a+b$ 의 값은? (단, a , b 는 유리수) [배점 4, 중중]

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$-3\sqrt{2}-\dfrac{11}{4}\sqrt{5}+5\sqrt{2}+\dfrac{3}{4}\sqrt{5}$
$=(-3+5)\sqrt{2}+\dfrac{-11+3}{4}\sqrt{5}$
$=2\sqrt{2}-2\sqrt{5}$
$a=2,\ b=-2$이므로 $2a+b=2$

24. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}+\dfrac{3\sqrt{5}}{5}-\dfrac{3\sqrt{2}}{5}-\dfrac{\sqrt{5}}{4}$ 을 간단히 나타내면? [배점 4, 중중]

① $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}-\dfrac{7\sqrt{5}}{20}$ ② $\dfrac{7\sqrt{2}}{20}+\dfrac{7\sqrt{5}}{20}$
③ $\dfrac{9\sqrt{2}}{10}+\dfrac{7\sqrt{5}}{20}$ ④ $\dfrac{9\sqrt{2}}{10}-\dfrac{5\sqrt{5}}{20}$
⑤ $\dfrac{21\sqrt{2}}{5}-\dfrac{17\sqrt{5}}{20}$

해설

$\dfrac{3\sqrt{2}}{2}+\dfrac{3\sqrt{5}}{5}-\dfrac{3\sqrt{2}}{5}-\dfrac{\sqrt{5}}{4}$
$=\dfrac{15\sqrt{2}-6\sqrt{2}}{10}+\dfrac{12\sqrt{5}-5\sqrt{5}}{20}$
$=\dfrac{9\sqrt{2}}{10}+\dfrac{7\sqrt{5}}{20}$

25. $\sqrt{192}-\sqrt{54}-\sqrt{108}+\sqrt{24}$ 를 $a\sqrt{3}+b\sqrt{6}$ 의 꼴로 고칠 때, $a-b$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\sqrt{192}-\sqrt{54}-\sqrt{108}+\sqrt{24}$
$=8\sqrt{3}-3\sqrt{6}-6\sqrt{3}+2\sqrt{6}$
$=2\sqrt{3}-\sqrt{6}$
$\therefore\ a=2,\ b=-1$
$\therefore\ a-b=2-(-1)=3$

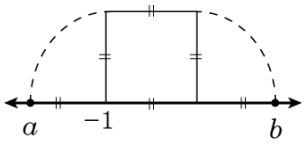
26. $a=(\sqrt{2}+\sqrt{3}),\ b=(\sqrt{2}-\sqrt{3})$ 일 때, a^2-b^2 의 값은? [배점 5, 중상]

① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{3}$
④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 10

해설

a^2-b^2
$=(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$
$=(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$
$=(2+\sqrt{6}+\sqrt{6}+3)-(2-\sqrt{6}-\sqrt{6}+3)$
$=4\sqrt{6}$

27. 다음 그림의 사각형은 넓이가 3 인 정사각형이다. 다음 설명 중 <u>틀린</u> 것은?



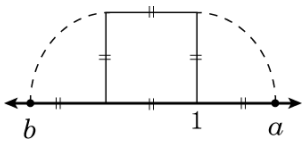
[배점 5, 중상]

① 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.
② b 에 대응하는 실수는 $-1+2\sqrt{3}$ 이다.
③ $\dfrac{b-a}{\sqrt{2}}$ 의 값은 $-\sqrt{2}$ 이다.
④ a 에 대응하는 실수는 $-1-\sqrt{3}$ 이다.
⑤ 대각선의 길이는 $\sqrt{6}$이다.

해설

넓이가 3 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$
$a=-1-\sqrt{3}$, $b=-1+2\sqrt{3}$
$\dfrac{b-a}{\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left\{-1+2\sqrt{3}-(-1-\sqrt{3})\right\}=\dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$

28. 다음 그림의 사각형은 넓이가 2 인 정사각형이다. $\dfrac{a+b}{\sqrt{2}}$ 의 값은?



[배점 5, 중상]

① $\sqrt{2}-2$ ② $\sqrt{2}-1$ ③ $\sqrt{2}$
④ $2-\sqrt{2}$ ⑤ 3

해설

넓이가 2 인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$
$a=1+\sqrt{2}$, $b=1-2\sqrt{2}$
$\dfrac{a+b}{\sqrt{2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}(1+\sqrt{2}+1-2\sqrt{2})=\dfrac{2-\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{2\sqrt{2}-2}{2}=\sqrt{2}-1$

29. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 5, 중상]

① $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})=3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$

② $\frac{3}{\sqrt{2}}(3+2\sqrt{6})-3(\sqrt{3}+\frac{\sqrt{2}}{2})=3\sqrt{2}+3\sqrt{3}$

③ $\sqrt{6}(\sqrt{24}-3\sqrt{2})=12-6\sqrt{3}$

④ $\sqrt{(-6)^2}+(-2\sqrt{2})^2-\sqrt{3}(2\sqrt{48}-\sqrt{\frac{1}{3}})=-10+\sqrt{3}$

⑤ $\frac{4}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}(2-\sqrt{2})=2$

해설

① $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-(\sqrt{2}+2\sqrt{6})=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}=3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$

② $\frac{3}{\sqrt{2}}(3+2\sqrt{6})-3(\sqrt{3}+\frac{\sqrt{2}}{2})=\frac{9}{\sqrt{2}}+6\sqrt{3}-3\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{2}}{2}=\frac{9\sqrt{2}}{2}+6\sqrt{3}-3\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}+3\sqrt{3}$

③ $\sqrt{6}(\sqrt{24}-3\sqrt{2})=\sqrt{6}(2\sqrt{6}-3\sqrt{2})=2\times(\sqrt{6})^2-\sqrt{6}\times3\sqrt{2}=12-3\sqrt{12}=12-6\sqrt{3}$

④ $\sqrt{(-6)^2}+(-2\sqrt{2})^2-\sqrt{3}(2\sqrt{48}-\sqrt{\frac{1}{3}})=6+8-\sqrt{3}(8\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}})=14-24+1=-9$

⑤ $\frac{4}{\sqrt{2}}-\sqrt{2}(2-\sqrt{2})=\frac{4\sqrt{2}}{2}-2\sqrt{2}+2=2$

30. 다음 계산 중 옳은 것은? [배점 5, 중상]

① $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=8+3\sqrt{2}$

② $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})=3\sqrt{2}-2\sqrt{6}$

③ $(\sqrt{63}-\sqrt{35})\div\sqrt{7}=2-\sqrt{5}$

④ $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\frac{5\sqrt{6}}{6}$

⑤ $\frac{12+3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

해설

① $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{3}+\frac{4-2\sqrt{6}}{2}=2\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(2-\sqrt{6})=8-3\sqrt{6}$

② $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}=3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$

③ $(\sqrt{63}-\sqrt{35})\div\sqrt{7}=\frac{\sqrt{63}-\sqrt{35}}{\sqrt{7}}=\sqrt{9}-\sqrt{5}=3-\sqrt{5}$

④ $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

$=\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)+\left(\frac{\sqrt{3}\times2\sqrt{2}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$

$=\left(\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2}+1\right)+\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}-1\right)$

$=\left(\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)+(1-1)=\frac{7\sqrt{6}}{6}$

⑤ $\frac{12+3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}(12+3\sqrt{6})}{3}=\frac{12\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{3}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

31. $\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2}+\sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$ 을 간단히 하면 $a+b\sqrt{5}$ 이다. 유리수 a 와 b 의 합은? [배점 5, 중상]

① -4 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 11

해설

$\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2}+\sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$
$=|5-2\sqrt{5}|+|2\sqrt{5}-5|$
$=5-2\sqrt{5}-(2\sqrt{5}-5)$
$=5-2\sqrt{5}-2\sqrt{5}+5$
$=10-4\sqrt{5}$
$\therefore\ a+b=10-4=6$

32. 아래와 같은 세 수의 대소 관계를 부등호로 나타내면?

$a=4\ ,\ b=5-\sqrt{2}\ ,\ c=\sqrt{17}$

[배점 5, 중상]

① $a<b<c$ ② $b<a<c$ ③ $c<a<b$
④ $b<c<a$ ⑤ $a<c<b$

해설

1) $a=4$
2) b 의 범위
$-\sqrt{4}<-\sqrt{2}<-\sqrt{1}$
$5-\sqrt{4}<5-\sqrt{2}<5-\sqrt{1}$
$\therefore\ 3<5-\sqrt{2}<4$
3) c 의 범위
$\sqrt{16}<\sqrt{17}<\sqrt{25}$
$\therefore\ 4<\sqrt{17}<5$
$\therefore\ b<a<c$

33. $f(x)=\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}$ 일 때, $f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(99)+f(100)$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① -1 ② $\sqrt{101}-1$
③ $\sqrt{102}-1$ ④ $\sqrt{102}-\sqrt{101}$
⑤ $\sqrt{102}$

해설

$f(0)=\sqrt{2}-\sqrt{1}=-1+\sqrt{2}$
$f(1)=\sqrt{3}-\sqrt{2}=-\sqrt{2}+\sqrt{3}$
$f(2)=\sqrt{4}-\sqrt{3}=-\sqrt{3}+\sqrt{4}\cdots$
$f(99)=\sqrt{101}-\sqrt{100}=-\sqrt{100}+\sqrt{101}$
$f(100)=\sqrt{102}-\sqrt{101}=-\sqrt{101}+\sqrt{102}$
$\therefore f(0)+f(1)+f(2)+\cdots+f(99)+f(100)$
$=-1+\sqrt{2}-\sqrt{2}+\sqrt{3}+-\sqrt{3}+\sqrt{4}+\cdots-\sqrt{100}+\sqrt{101}-\sqrt{101}+\sqrt{102}$
$=-1+(\sqrt{2}-\sqrt{2})+(\sqrt{3}-\sqrt{3})+(\sqrt{4}+\cdots-\sqrt{100})+(\sqrt{101}-\sqrt{101})+\sqrt{102}$
$=-1+(0)+(0)+(0)+\sqrt{102}$
$=-1+\sqrt{102}$

34. 가로, 세로, 높이의 길이가 각각 x, y, z인 직육면체에 대하여

$x : y : z = (\sqrt{2}+2\sqrt{3}) : (2\sqrt{3}-\sqrt{5}) : (\sqrt{5}-\sqrt{2})$

이고

모서리의 길이의 합이 $4\sqrt{27}$일 때, $xy+yz$의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{63}{16}$

해설

$x : y : z = (\sqrt{2}+2\sqrt{3}) : (2\sqrt{3}-\sqrt{5}) : (\sqrt{5}-\sqrt{2})$ 이므로

$\frac{x}{\sqrt{2}+2\sqrt{3}} = \frac{y}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{z}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = k$라 하면

$x = (\sqrt{2}+2\sqrt{3})k$

$y = (2\sqrt{3}-\sqrt{5})k$

$z = (\sqrt{5}-\sqrt{2})k$

(단, $k > 0$)

직육면체의 모서리의 합이 $4\sqrt{27}$ 이므로

$4(x+y+z) = 4\sqrt{27}$, $x+y+z = \sqrt{27}$

$(\sqrt{2}+2\sqrt{3})k+(2\sqrt{3}-\sqrt{5})k+(\sqrt{5}-\sqrt{2})k = \sqrt{27}$

$4\sqrt{3}k = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ $\therefore\ k = \frac{3}{4}$

$\therefore\ xy+yz = \frac{3}{4}(\sqrt{2}+2\sqrt{3}) \times \frac{3}{4}(2\sqrt{3}-\sqrt{5}) + \frac{3}{4}(2\sqrt{3}-\sqrt{5}) \times \frac{3}{4}(\sqrt{5}-\sqrt{2}) = \frac{63}{16}$

35. $A = 3\sqrt{3}-4$, $B = \sqrt{12}-2A$, $C = B\sqrt{3}+2$일 때, $A+B+C$의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $7\sqrt{3}-6$

해설

$A = 3\sqrt{3}-4$이므로

$B = \sqrt{12}-2A = 2\sqrt{3}-2(3\sqrt{3}-4) = -4\sqrt{3}+8$,

$C = B\sqrt{3}+2 = (-4\sqrt{3}+8)\sqrt{3}+2 = 8\sqrt{3}-10$

,

$\therefore\ A+B+C = 3\sqrt{3}-4+(-4\sqrt{3}+8)+8\sqrt{3}-10 = 7\sqrt{3}-6$