

# 확인학습문제

1.  $2 \leq \sqrt{2x} < 4$  을 만족하는 자연수  $x$  의 개수는?  
[배점 2, 하중]

- ① 3 개      ② 4 개      ③ 5 개  
④ 6 개      ⑤ 7 개

해설

$2 \leq \sqrt{2x} < 4$  는  $4 \leq 2x < 16$  이다. 따라서  $2 \leq x < 8$  이므로 자연수  $x$  는 2, 3, 4, 5, 6, 7로 6개이다.

2.  $2 \leq \sqrt{x} < 3$  을 만족하는 자연수  $x$  의 개수를 구하여라.  
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5 개

해설

$2 \leq \sqrt{x} < 3$  는  $\sqrt{4} \leq \sqrt{x} < \sqrt{9}$  이므로  $4 \leq x < 9$  이다. 따라서 자연수  $x$  는 4, 5, 6, 7, 8로 5개이다.

3. 다음 중 가장 큰 값은? [배점 2, 하중]

- ①  $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2}$   
②  $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2}$   
③  $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2}$   
④  $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2}$   
⑤  $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$

해설

- ①  $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2} = 4 - 2 = 2$   
②  $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2} = 3 + 2 = 5$   
③  $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2} = 5 - 2 = 3$   
④  $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2} = 3 - 2 = 1$   
⑤  $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2 = 5 + 2 = 7$   
이므로  $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$  가 가장 크다.

4.  $\sqrt{17+x}$  의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수  $x$  는?  
[배점 2, 하중]

- ① 4      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 19

해설

$\sqrt{25}$  이므로  $x = 8$  이다.

5.  $-1 < a < 2$  일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+1)^2}$$

[배점 3, 하상]

- ①  $a - 3$       ②  $-2a - 3$       ③  $-2a + 1$   
 ④  $3$       ⑤  $1$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+1)^2} \\ &= -(a-2) - (a+1) \quad (\because a-2 < 0, a+1 > 0) \\ &= -a+2-a-1 \\ &= -2a+1 \end{aligned}$$

6. 다음 빈칸에 알맞은 수들의 합을 구하여라.

보기

- ㉠  $\sqrt{27} = 3\sqrt{\square}$   
 ㉡  $4\sqrt{6} \div 2\sqrt{3} \times (-\sqrt{18}) = \square$   
 ㉢  $\sqrt{50} - (-\sqrt{5})^2 - 5\sqrt{2} = \square$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답:  $-14$

해설

$$\begin{aligned} & \text{㉠ } \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \therefore \square = 3 \\ & \text{㉡ } 4\sqrt{6} \div 2\sqrt{3} \times (-\sqrt{18}) = 2\sqrt{2} \times (-3\sqrt{2}) = -12 \\ & \therefore \square = -12 \\ & \text{㉢ } \sqrt{50} - (-\sqrt{5})^2 - 5\sqrt{2} = 5\sqrt{2} - 5 - 5\sqrt{2} = -5 \\ & \therefore \square = -5 \\ & \therefore 3 - 12 - 5 = -14 \end{aligned}$$

7.  $\sqrt{10-x}$  가 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수  $x$  는? [배점 3, 하상]

- ①  $1$       ②  $2$       ③  $3$       ④  $4$       ⑤  $5$

해설

$x = 1$  일 때  $\sqrt{10-x} = \sqrt{10-1} = \sqrt{9} = 3$  이  
 되므로 성립한다.  
 $\therefore x = 1$

8. 다음 중  $x$  가 2 의 제곱근임을 나타내는 식은?

[배점 3, 하상]

- ①  $x = \sqrt{2}$       ②  $x = 2^2$       ③  $x^2 = 2$   
 ④  $2 = \sqrt{x}$       ⑤  $x = \sqrt{2^2}$

해설

$x$  가  $a$  의 제곱근일 때 (단,  $a \geq 0$ )  
 $x^2 = a$

9.  $\sqrt{(2-\sqrt{2})^2} - \sqrt{(1-\sqrt{2})^2}$  을 간단히 하면?  
[배점 3, 하상]

- ① 1                      ② -1  
 ③  $3 - 2\sqrt{2}$             ④  $-3 + 2\sqrt{2}$   
 ⑤  $1 - 2\sqrt{3}$

해설

$$1 < \sqrt{2} < 2 \text{ 이므로 } 2 - \sqrt{2} > 0, 1 - \sqrt{2} < 0 \\
|2 - \sqrt{2}| - |1 - \sqrt{2}| \\
= 2 - \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} = 3 - 2\sqrt{2}$$

10. 다음 값을 근호를 사용하지 않고 나타낸 것으로 옳바르지 않은 것은?  
[배점 3, 하상]

- ①  $\sqrt{16} = 4$                       ②  $\sqrt{0.16} = 0.4$   
 ③  $-\sqrt{\frac{121}{64}} = -\frac{11}{8}$             ④  $\sqrt{(-0.1)^2} = -0.1$   
 ⑤  $-\sqrt{(\frac{5}{10})^2} = -\frac{1}{2}$

해설

$$④ \sqrt{(-0.1)^2} = 0.1$$

11.  $\sqrt{x}$  이하의 자연수의 개수를  $N(x)$  라고 하면  $2 < \sqrt{5} < 3$  이므로  $N(5) = 2$  이다.  
이 때,  $N(8) + N(9) + \dots + N(19) + N(20)$  의 값을 구하여라.  
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 43

해설

$$\sqrt{9} = 3, \sqrt{16} = 4 \text{ 이므로} \\
N(8) = 2 \\
N(9), N(10), \dots, N(15) = 3 \\
N(16), N(17), \dots, N(20) = 4 \\
\therefore N(8) + N(9) + \dots + N(19) + N(20) = 2 + 3 \times 7 + 4 \times 5 = 43$$

12.  $\sqrt{1029 \times a}$  가 자연수가 되게 하는  $a$  의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라.  
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 567

해설

$$1029 = 7^3 \times 3 = 7^2 \times 21 \\
\sqrt{1029 \times a} \text{ 가 자연수가 되려면} \\
a = 21 \times (\text{제곱수}) \text{ 이어야 한다.} \\
21 \times 4 = 84, 21 \times 9 = 189, \dots \\
21 \times 25 = 525, 21 \times 36 = 756 \\
\therefore 756 - 189 = 567$$

13.  $\sqrt{135 \times a}$  가 자연수가 되게 하는  $a$  의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 825

해설

$135 = 3^3 \times 5 = 3^2 \times 15$   
 $\sqrt{135 \times a}$  가 자연수가 되려면  
 $a = 15 \times (\text{제곱수})$  이어야 한다.  
 $15 \times 4 = 60, 15 \times 9 = 135, \dots$   
 $15 \times 49 = 735, 15 \times 64 = 960$   
 $\therefore 960 - 135 = 825$

14. 다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라.

㉠  $\sqrt{0.81}$     ㉡  $\sqrt{0.1}$     ㉢  $\sqrt{121}$   
 ㉣  $\sqrt{13}$     ㉤  $-\sqrt{\frac{4}{25}}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

해설

㉠  $\sqrt{0.81}$  은 0.81 의 양의 제곱근이므로 0.9이다.  
 ㉡  $\sqrt{0.1}$  은 0.1 의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.  
 ㉢  $\sqrt{121}$  은 121 의 양의 제곱근이므로 11이다.  
 ㉣  $\sqrt{13}$  은 13 의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.  
 ㉤  $-\sqrt{\frac{4}{25}}$  는  $\frac{4}{25}$  의 음의 제곱근이므로  $-\frac{2}{5}$  이다.

15. 다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라.

㉠  $\sqrt{0.16}$     ㉡  $\sqrt{0.4}$     ㉢  $\sqrt{101}$   
 ㉣  $\sqrt{9}$     ㉤  $-\sqrt{\frac{4}{9}}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

㉠  $\sqrt{0.16}$  은 0.16 의 양의 제곱근이므로 0.4이다.  
 ㉡  $\sqrt{0.4}$  는 0.4 의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.  
 ㉢  $\sqrt{101}$  은 101 의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.  
 ㉣  $\sqrt{9}$  는 9 의 양의 제곱근이므로 3이다.  
 ㉤  $-\sqrt{\frac{4}{9}}$  는  $\frac{4}{9}$  의 음의 제곱근이므로  $-\frac{2}{3}$  이다.

16. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 네 번째에 오는 수는?

$4, \sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{12}, -2, \sqrt{3}$

[배점 3, 중하]

① 4    ②  $\sqrt{\frac{1}{2}}$     ③  $-\sqrt{12}$   
 ④ -2    ⑤  $\sqrt{3}$

해설

$4, \sqrt{3}, \sqrt{\frac{1}{2}}, -2, -\sqrt{12}$  의 순서이므로 네 번째에 오는 수는 -2 이다.

17. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라.

$$\frac{1}{3}, \sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{12}, -2, \sqrt{0.6}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 :  $\frac{1}{3}$

해설

$\sqrt{0.6}, \sqrt{\frac{1}{3}}, \frac{1}{3}, -2, -\sqrt{12}$  의 순서이므로 세 번째에 오는 수는  $\frac{1}{3}$  이다.

18.  $a > 0, b > 0$  일 때, 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

①  $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

②  $-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$

③  $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

④  $\sqrt{a} + \sqrt{b} < \sqrt{a+b}$

⑤  $a > b$  이면  $\sqrt{a} > \sqrt{b}$

해설

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$$

19.  $5 < n < 25$  일 때,  $\sqrt{60n}$  이 정수가 되는 자연수  $n$  의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 15

해설

$$\sqrt{60n} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 5 \times n}$$

$$n = 3 \times 5 \times k^2 \text{ 이므로}$$

$$k = 1 \text{ 일 때, } n = 3 \times 5, n = 3 \times 5 \times 2^2 = 60$$

그런데  $5 < n < 25$  이므로  $n = 15$  이다.

20.  $\sqrt{54-x}$  가 자연수가 되는 양의 정수  $x$  의 값들의 합은? [배점 4, 중중]

① 60

② 116

③ 155

④ 197

⑤ 238

해설

$\sqrt{54-x}$  가 자연수가 되기 위해서는,

$54-x =$  완전제곱수가 되어야 한다.

$$54-x = 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$$

$$\therefore x = 5 + 18 + 29 + 38 + 45 + 50 + 53 = 238$$

21.  $3.\dot{9}$  의 음의 제곱근을  $a$  라고 할 때,  $a$  의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

① -12

② -6

③ -4

④ -2

⑤  $-\sqrt{3.9}$

해설

$$3.\dot{9} = \frac{39-3}{9} = 4, 4 \text{ 의 음의 제곱근은 } -2$$

22.  $\sqrt{(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2}$  을 계산하면?  
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} 2\sqrt{5} &= \sqrt{20} > \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ 이므로} \\ \sqrt{(2\sqrt{5} - 3\sqrt{2})^2} - \sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5})^2} \\ &= 2\sqrt{5} - 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

23. 다음 수를 큰 순서대로 바르게 나열한 것은?

보기

$$\sqrt{(-3)^2}, -3, -\sqrt{3}, -\frac{1}{3}, -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

[배점 4, 중중]

- ①  $-3 > -\sqrt{3} > -\frac{1}{\sqrt{3}} > -\frac{1}{3} > \sqrt{(-3)^2}$   
 ②  $-3 > -\frac{1}{3} > -\frac{1}{\sqrt{3}} > -\sqrt{3} > \sqrt{(-3)^2}$   
 ③  $\sqrt{(-3)^2} > -\frac{1}{3} > -\frac{1}{\sqrt{3}} > -\sqrt{3} > -3$   
 ④  $\sqrt{(-3)^2} > -3 > -\sqrt{3} > -\frac{1}{3} > -\frac{1}{\sqrt{3}}$   
 ⑤  $-\frac{1}{3} > \sqrt{(-3)^2} > -\sqrt{3} > -3 > -\frac{1}{\sqrt{3}}$

해설

음수는 음수끼리 비교한다.

부호를 제외하고 제곱을 하면

$$-3^2 = -9, -(\sqrt{3})^2 = -3$$

$$-\frac{1^2}{3} = -\frac{1}{9}, -(\frac{1}{\sqrt{3}})^2 = -\frac{1}{3} \text{ 이다.}$$

$$\therefore -\frac{1}{3} > -\frac{1}{\sqrt{3}} > -\sqrt{3} > -3$$

$$\therefore \sqrt{(-3)^2} > -\frac{1}{3} > -\frac{1}{\sqrt{3}} > -\sqrt{3} > -3$$

24.  $-2 < x < 5$  인 실수  $x$  에 대하여  $\sqrt{(x+2)^2} + \sqrt{(x-5)^2}$  을 간단히 하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} -2 < x \text{ 이므로 } x+2 > 0, x < 5 \text{ 이므로 } x-5 < 0 \\ \therefore (\text{준식}) &= x+2 - (x-5) = 7 \end{aligned}$$

25. 자연수  $x$  에 대하여  $\sqrt{x}$  이하의 자연수의 개수를  $f(x)$  라고 할 때,  $f(150) - f(99)$  의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 2개      ② 3개      ③ 4개  
 ④ 5개      ⑤ 6개

해설

$f(150) - f(99)$  는  $\sqrt{99}$  초과  $\sqrt{150}$  이하의 자연수의 개수이다.

$$\sqrt{99} < 10, 11, 12 \leq \sqrt{150}$$

$\therefore$  3개