확인학습문제

1. $2 \le \sqrt{2x} < 4$ 을 만족하는 자연수 x의 개수는?

[배점 2, 하중]

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개

④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$2 \le \sqrt{2x} < 4$ 는 $4 \le 2x < 16$ 이다. 따라서 $2 \le x < 8$ 이므로 자연수 x 는 2, 3, 4, 5, 6, 7로 6개이다.

2. $\sqrt{17+x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

[배점 2, 하중]

① 4 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 19

해설

$\sqrt{25}$ 이므로 $x = 8$ 이다.

3. 다음 중 $\sqrt{45+x}$ 가 자연수가 되게 하는 x 의 값으로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

[배점 3, 하상]

① 3 ② 4 ③ 19 ④ 26 ⑤ 36

해설

① $\sqrt{45+3} = \sqrt{48} = \sqrt{2^4 \times 3}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.

④ $\sqrt{45+26} = \sqrt{71}$ 이 되어 자연수가 되지 못한다.

4. $(-5)^2$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{81}$ 의 음의 제곱근을 b , 제곱근 4 를 c 라고 할 때, $a+b-c$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$(-5)^2 = 25$ 의 양의 제곱근 $a = 5$, $\sqrt{81} = 9$ 의 음의 제곱근 $b = -3$, 제곱근 4 는 $\sqrt{4} = 2$ 이므로 $c = 2$

$\therefore a+b-c = 5-3-2 = 0$

5. $a > 0$ 일 때, $-\sqrt{(-5a)^2} + \sqrt{16a^2}$ 을 간단히 하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-a$

해설

$-\sqrt{(-5a)^2} + \sqrt{16a^2} = -\sqrt{25a^2} + |4a| = -|5a| + |4a| = -a$

6. 다음 빈칸을 채워 넣어라.

$\sqrt{49}$ 의 양의 제곱근은 $\square$이고, $(-5)^2$ 의 음의 제곱근은 $\square$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{7}$

▷ 정답 : -5

해설

$\sqrt{49} = 7$ 이므로 7 의 양의 제곱근은 $\sqrt{7}$, $(-5)^2 = 25$ 이므로 25 의 음의 제곱근은 -5 이다.

7. $\sqrt{121} - \sqrt{(-6)^2}$ 을 계산하여라. [배점 3, 하상]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$11 - 6 = 5$

8. $\sqrt{25}, \sqrt{(-6)^2}$ 을 근호를 사용하지 않고 차례대로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

① 5, 6 ② 5, -6 ③ 5, 36

④ 25, 36 ⑤ 25, -36

해설

$\sqrt{25} = 5, \sqrt{(-6)^2} = \sqrt{36} = 6$

$\therefore 5, 6$

9. 다음 중 제곱수가 아닌 것 모두 고르면?

[배점 3, 하상]

① 36 ② 49 ③ -1

④ 225 ⑤ 50

해설

③ 제곱해서 -1 이 되는 자연수는 존재하지 않으므로 -1 은 제곱수가 아니다.

⑤ 제곱해서 50 이 되는 자연수는 존재하지 않으므로 50 은 제곱수가 아니다.

10. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.
이 때, $N(1) + N(2) + \cdots + N(9) + N(10)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\sqrt{4} = 2,\ \sqrt{9} = 3$ 이므로

$N(1), N(2), N(3) = 1$

$N(4), N(5), \cdots, N(8) = 2$

$N(9),\ N(10) = 3$

$\therefore\ N(1) + N(2) + \cdots + N(9) + N(10) = 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$

11. $\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 차를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 567

해설

$1029 = 7^3 \times 3 = 7^2 \times 21$

$\sqrt{1029 \times a}$ 가 자연수가 되려면

$a = 21 \times$ (제곱수) 이어야 한다.

$21 \times 4 = 84,\ 21 \times 9 = 189,\ \ldots$

$21 \times 25 = 525,\ 21 \times 36 = 756$

$\therefore\ 756 - 189 = 567$

12. 다음 표의 수 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수들을 찾아 색칠하여라. 또 그 수들이 나타내는 수를 아래쪽에 색칠하여 두 그림이 나타내는 수를 말하여라.

$\sqrt{0.4}$	$\sqrt{28}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{0.01}$	$\sqrt{-16}$
$\sqrt{18}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{-16}$
$\sqrt{-0.9}$	$\sqrt{0}$	$\sqrt{120}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{20}$
$\sqrt{49}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{81}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{0.09}$
$\sqrt{-36}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{-9}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{8}$

−5	6	3	0	25
−10	−0.3	16	8	11
−1	7	9	0.1	−4
15	10	−10	−6	−13
−7	2	0.3	5	12

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 42

해설

$\sqrt{0.4}$	$\sqrt{28}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{0.01}$	$\sqrt{-16}$
$\sqrt{18}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{25}$	$\sqrt{-16}$
$\sqrt{-0.9}$	$\sqrt{0}$	$\sqrt{120}$	$\sqrt{36}$	$\sqrt{20}$
$\sqrt{49}$	$\sqrt{9}$	$\sqrt{81}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{0.09}$
$\sqrt{-36}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{-9}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{8}$

−5	6	3	0	25
−10	−0.3	16	8	11
−1	7	9	0.1	−4
15	10	−10	−6	−13
−7	2	0.3	5	12

13. 다음 표의 수 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있는 수들을 찾아 색칠하여라. 또 그 수들이 나타내는 수를 아래쪽에 색칠하여 두 그림이 나타내는 수를 말하여라.

$\sqrt{81}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{0}$	$\sqrt{0.01}$	$\sqrt{64}$
$\sqrt{9}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{28}$	$\sqrt{-16}$	$\sqrt{25}$
$\sqrt{49}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{120}$	$\sqrt{20}$	$\sqrt{36}$
$\sqrt{-0.9}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt{0.4}$	$\sqrt{-16}$	$\sqrt{0.09}$
$\sqrt{-36}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{-9}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{4}$

-5	15	16	0	25
-10	-0.3	3	8	11
-1	6	-6	0.1	-4
7	10	2	0.3	9
-7	-10	-13	5	12

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 74

해설

$\sqrt{81}$	$\sqrt{100}$	$\sqrt{0}$	$\sqrt{0.01}$	$\sqrt{64}$
$\sqrt{9}$	$\sqrt{13}$	$\sqrt{28}$	$\sqrt{-16}$	$\sqrt{25}$
$\sqrt{49}$	$\sqrt{15}$	$\sqrt{120}$	$\sqrt{20}$	$\sqrt{36}$
$\sqrt{-0.9}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt{0.4}$	$\sqrt{-16}$	$\sqrt{0.09}$
$\sqrt{-36}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{-9}$	$\sqrt{8}$	$\sqrt{4}$

-5	15	16	0	25
-10	-0.3	3	8	11
-1	6	-6	0.1	-4
7	10	2	0.3	9
-7	-10	-13	5	12

14. 다음 중 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라.

㉠ $\sqrt{0.16}$ ㉡ $\sqrt{0.4}$ ㉢ $\sqrt{101}$

㉣ $\sqrt{9}$ ㉤ $-\sqrt{\frac{4}{9}}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

㉠ $\sqrt{0.16}$ 은 0.16 의 양의 제곱근이므로 0.4 이다.
㉡ $\sqrt{0.4}$ 는 0.4 의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.
㉢ $\sqrt{101}$ 은 101 의 양의 제곱근이다. 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 없다.
㉣ $\sqrt{9}$ 는 9 의 양의 제곱근이므로 3 이다.
㉤ $-\sqrt{\frac{4}{9}}$ 는 $\frac{4}{9}$ 의 음의 제곱근이므로 $-\frac{2}{3}$ 이다.

15. $\sqrt{180x}$ 가 양의 정수가 되도록 하는 가장 작은 두 자리의 자연수 x를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$180x = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times x$ 이고,
x는 가장 작은 두 자리의 자연수이므로
$x = 2^2 \times 5 = 20$ 이다.

16. 다음 수를 크기가 작은 것부터 순서대로 나열하여라.

$\sqrt{3},\quad -\sqrt{2},\quad 2,\quad 1,\quad -\sqrt{3}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : $-\sqrt{3}$
▷ 정답 : $-\sqrt{2}$
▷ 정답 : 1
▷ 정답 : $\sqrt{3}$
▷ 정답 : 2

해설

$-\sqrt{3}, -\sqrt{2}, 1, \sqrt{3}, 2$ 의 순서이다.

17. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\sqrt{90} < 10$	㉡ $0.4 > \sqrt{0.4}$
㉢ $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$	㉣ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$
㉤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{5}}$	㉥ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉡
▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\sqrt{0.16} < \sqrt{0.4}$ 이므로 $0.4 < \sqrt{0.4}$ 이다.
㉣ $\sqrt{6} > \sqrt{5}$ 이므로 $-\sqrt{6} < -\sqrt{5}$ 이다.

18. $5 < \sqrt{4n} < 6$ 을 만족하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 2 개

해설

$5 < \sqrt{4n} < 6 \rightarrow \sqrt{25} < \sqrt{4n} < \sqrt{36}$
$\frac{25}{4} < n < 9 \therefore n = 7,\ 8$

19. $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} - \sqrt{(\sqrt{5}+3)^2}$ 을 간단히 하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :
▷ 정답 : -4

해설

$1-\sqrt{5} < 0$ 이므로 $\sqrt{(1-\sqrt{5})^2} = \sqrt{5}-1$
(준식) $= \sqrt{5}-1-(\sqrt{5}+3) = -4$

20. $\sqrt{25-x} = 3$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 16

해설

$\sqrt{25-x} = \sqrt{9}, 25-a = 9 \quad \therefore a = 16$

21. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 4, 중중]

① $\sqrt{64a^2} - \sqrt{a^2} = 7a$

② $\sqrt{(11a)^2} + \sqrt{(-11a)^2} = 0$

③ $-\sqrt{169a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -10a$

④ $(-\sqrt{3a})^2 - (-\sqrt{7a})^2 = 10a$

⑤ $(-\sqrt{2a})^2 + (-\sqrt{a^2}) = a$

해설

② $\sqrt{(11a)^2} + \sqrt{(-11a)^2} = 11a + 11a = 22a$
③ $-\sqrt{169a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -13a - 3a = -16a$
④ $(-\sqrt{3a})^2 - (-\sqrt{7a})^2 = 3a - 7a = -4a$

22. 9 의 제곱근을 a , 20 의 제곱근을 b 라고 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

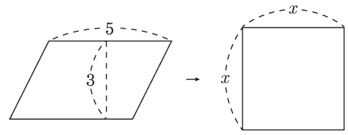
▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

$a^2 = 9,\ b^2 = 20$
$\therefore\ a^2 + b^2 = 9 + 20 = 29$

23. 가로의 길이가 5cm , 높이가 3cm 인 평행사변형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이 x 를 구하면?



[배점 4, 중중]

① 3cm ② 5cm ③ 15cm

④ $\sqrt{15}$cm ⑤ $\dfrac{\sqrt{15}}{2}$cm

해설

(평행사변형의 넓이) = (정사각형의 넓이)
$3 \times 5 = x^2$
$\therefore\ x = \sqrt{15}\,\text{cm}$

24. 다음 보기의 수들을 큰 수부터 차례대로 나열했을 때, 첫째와 셋째에 놓이는 수는?

보기

$2\sqrt{5},\ -\sqrt{2},\ \sqrt{2^3},\ -\sqrt{5},\ 3\sqrt{3}$

[배점 4, 중중]

① $2\sqrt{5}, \sqrt{2^3}$ ② $2\sqrt{5}, -\sqrt{2}$

③ $2\sqrt{5}, -\sqrt{5}$ ④ $3\sqrt{3}, 2\sqrt{5}$

⑤ $3\sqrt{3}, \sqrt{2^3}$

해설

$2\sqrt{5} = \sqrt{20},\ -\sqrt{2}\ ,\ \sqrt{2^3} = \sqrt{8}\ ,\ -\sqrt{5}\ ,\ 3\sqrt{3} = \sqrt{27}$ 이고, 큰 수부터 차례대로 나열하면 다음과 같다.
$3\sqrt{3}, 2\sqrt{5}, \sqrt{2^3}, -\sqrt{2}, -\sqrt{5}$
따라서 첫째와 셋째에 놓이는 수는 각각 $3\sqrt{3}, \sqrt{2^3}$ 이다.

25. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ 0 의 제곱근은 0 뿐이다.

㉡ 음수의 제곱근은 1 개이다.

㉢ 제곱근은 항상 무리수이다.

㉣ $\sqrt{(-81)^2}$ 의 제곱근은 ± 9 이다.

㉤ $-\sqrt{a}$ 는 $-a$ 의 음의 제곱근이다.

[배점 4, 중중]

해설

㉡ 음수의 제곱근은 없다.
㉢ 제곱근은 무리수일 수도 있고 유리수일 수도 있다.
㉤$-\sqrt{a}$ 는 a 의 음의 제곱근이다.

26. $0 < x < 5$ 일 때, $\sqrt{(x-5)^2} - \sqrt{(5-x)^2}$ 을 간단히 하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x - 5 < 0$ 이므로 $\sqrt{(x-5)^2} = -(x-5)$
$\therefore$ (준식) $= -(x-5)-(5-x) = -x+5-5+x = 0$

27. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 보기 중 그 값이 가장 큰 것을 구하여라.

보기

㉠ $-x^2$ ㉡ x ㉢ $\sqrt{x}$

㉣ $-\dfrac{1}{x}$ ㉤ $-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\dfrac{1}{x}$

해설

$-\dfrac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 답이다.

28. $\sqrt{120-x} - \sqrt{5+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

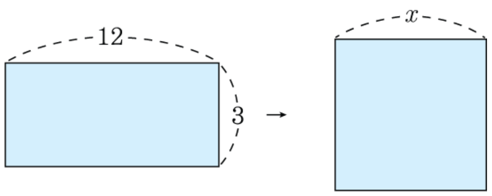
▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 20$

해설

$\sqrt{120-x}$, $\sqrt{5+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다.
$\sqrt{120-x}$ 가 최대 $\sqrt{5+x}$ 가 최소가 되려면 $x = 20$ 이어야 한다.

29. 다음 그림과 같이 가로가 12 이고 세로가 3 인 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 그리려고 한다. 이 정사각형의 한 변 x 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

직사각형의 넓이를 구해보면 $12 \times 3 = 36$ 이 된다. 직사각형과 넓이가 같은 정사각형을 만들려면 $x^2 = 36$ 을 만족하여야 한다. 즉, 36 의 제곱근을 구하면 되는 것이다. 36 의 제곱근은 ± 6 이다. 그러므로 정사각형 한 변 x 의 길이는 6 이 된다.

30. 자연수 x 에 대하여 $f(x) =$ ($\sqrt{x}$이하의 자연수 중 가장 큰 수) 라고 할 때, $f(90) - f(40)$ 의 값은? (단, x 는 자연수이다.)

[배점 5, 중상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\sqrt{90}$ 이하의 자연수중 가장 큰 수는 9 이고 $\sqrt{40}$ 이하의 자연수중 가장 큰 수는 6 이므로 $9 - 6 = 3$ 이다.

31. 두 실수 a, b 에 대하여 $a > b$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} - \sqrt{(-2b)^2}$ 을 간단히 하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + 2b$

해설

$a > b$, $ab < 0$ 이므로 $a > 0$, $b < 0$ 이다.

$\therefore \sqrt{a^2} - \sqrt{(-2b)^2} = a - (-2b) = a + 2b$

32. 다음 수 중 가장 작은 수를 x, 가장 큰 수를 y 라고 할 때 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

보기

$\sqrt{5}, -\sqrt{2}, \dfrac{\sqrt{7}}{2}, \sqrt{6}, -\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

[배점 5, 중상]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

가장 큰 수는 $\sqrt{6}$

가장 작은 수는 $-\sqrt{2}$

$\therefore x^2 + y^2 = (-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6})^2 = 2 + 6 = 8$

33. 다음 중 옳은 것은?(단, $a>0, b>0$)

[배점 5, 중상]

① $-\sqrt{0.121}=-0.11$

② $\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{9}{100}}}=0.3$

③ $\sqrt{(-1)^2}$ 의 제곱근은 -1 이다.

④ $a>0$ 이면, $\dfrac{-\sqrt{(-a)^2}}{a}=-1$ 이다.

⑤ $A=-\sqrt{a^2}, B=(\sqrt{-b})^2$ 이면, $A\times B=ab$ 이다.

해설

① $-0.11=-\sqrt{0.11^2}=-\sqrt{0.0121}$
② $\dfrac{1}{\sqrt{\dfrac{9}{100}}}=\dfrac{1}{0.3}=\dfrac{10}{3}$
③ $\sqrt{(-1)^2}=1$ 의 제곱근은 ±1 이다.
⑤ $A=-\sqrt{a^2}=-a, B=(\sqrt{-b})^2=b$ 이므로 $A\times B=-ab$

34. $-2<x<y<-1$ 일 때, 다음 수를 작은 수부터 나열하여라.

㉠ $\sqrt{(3-x)^2}$	㉡ $-\sqrt{(x-3)^2}$
㉢ $\sqrt{(1+y)^2}$	㉣ $-(\sqrt{-y})^2$
㉤ $-\sqrt{(y-3)^2}$	㉥ $\sqrt{(x-1)^2}$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉡
▷ 정답 : ㉤
▷ 정답 : ㉣
▷ 정답 : ㉢
▷ 정답 : ㉥
▷ 정답 : ㉠

해설

㉠ : $3-x$, $4<3-x<5$
㉡ : $x-3$, $-5<x-3<-4$
㉢ : $-y-1$, $0<-y-1<1$
㉣ : y, $-2<y<-1$
㉤ : $y-3$, $-5<y-3<-4$
㉥ : $-x+1$, $2<-x+1<3$
㉡, ㉤ 에서 $x<y$이므로 $x-3<y-3$

35. $\sqrt{56 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1022

해설

$\sqrt{56 \times a} = \sqrt{2^2 \times 14 \times a}$

$\therefore a = 14 \times x^2$

$100 \leq 14 \times x^2 < 1000$

$x^2 = 9,\ 16,\ 25,\ 36,\ 49,\ 64$

$a = 126,\ 224,\ 350,\ 504,\ 686,\ 896$

가장 작은 세 자리의 수 : 126

가장 큰 세 자리의 수 : 896

$126 + 896 = 1022$