

실력 확인 문제

1. $4.1 < \sqrt{x} < 5.6$ 를 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값으로 알맞은 것은? [배점 2, 하중]

① 42 ② 45 ③ 48 ④ 51 ⑤ 54

해설

$4.1 = \sqrt{16.81}$, $5.6 = \sqrt{31.36}$ 이므로
 $16.81 < x < 31.36$
 $a = 31, b = 17$
 $\therefore a + b = 17 + 31 = 48$

2. 보기는 두 실수 A, B 의 대소 관계를 비교하는 과정을 나타낸 것이다. 다음 과정 중 가장 먼저 틀린 것은?

$A = \sqrt{19} - \sqrt{11}$, $B = \sqrt{17} - \sqrt{13}$
 ㉠ A, B 는 양수이므로 $a^2 > b^2$ 이면 $a > b$ 이다.
 $A^2 - B^2$
 $= \textcircled{㉡} (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2$
 $= \textcircled{㉢} (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13)$
 $= \textcircled{㉣} -2\sqrt{209} - 2\sqrt{221} < 0$
 ㉤ $\therefore A < B$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: ㉤

해설

$A = \sqrt{19} - \sqrt{11}$, $B = \sqrt{17} - \sqrt{13}$
 A, B 는 양수이므로 $a^2 > b^2$ 이면 $a > b$ 이다.
 $A^2 - B^2$
 $= (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2$
 $= (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13)$
 $= -2\sqrt{209} + 2\sqrt{221} > 0$
 $\therefore A > B$

3. 다음 중 대소비교가 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5}$
 ㉡ $4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6}$
 ㉢ $\sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1$

[배점 2, 하중]

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉡, ㉢
 ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{5} = -\sqrt{2} < 0$
 $\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5}$
 ㉡ $4 - \sqrt{5} - (3 - \sqrt{6}) = 1 - \sqrt{5} + \sqrt{6} = \sqrt{6} - \sqrt{5} + 1 > 0$
 $\therefore 4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6}$
 ㉢ $\sqrt{5} - \sqrt{2} - (\sqrt{5} - 1) = -\sqrt{2} + 1 < 0$
 $\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1$

4. 한 변의 길이가 각각 $\sqrt{6}\text{cm}$, $\sqrt{8}\text{cm}$ 인 정사각형 두 개가 있다. 이 두 정사각형의 넓이를 합하여 하나의 큰 정사각형으로 만들 때, 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: $\sqrt{14}\text{cm}$

해설

$(\sqrt{6})^2 + (\sqrt{8})^2 = 6 + 8 = 14$
 큰 정사각형의 한 변의 길이는 14의 양의 제곱근 따라서 $\sqrt{14}\text{cm}$ 이다.

5. 다음 빈칸에 알맞은 수들의 합을 구하여라.

보기

㉠ $\sqrt{27} = 3\sqrt{\square}$

㉡ $4\sqrt{6} \div 2\sqrt{3} \times (-\sqrt{18}) = \square$

㉢ $\sqrt{50} - (-\sqrt{5})^2 - 5\sqrt{2} = \square$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -14

해설

㉠ $\sqrt{27} = 3\sqrt{3} \therefore \square = 3$

㉡ $4\sqrt{6} \div 2\sqrt{3} \times (-\sqrt{18}) = 2\sqrt{2} \times (-3\sqrt{2}) = -12$

$\therefore \square = -12$

㉢ $\sqrt{50} - (-\sqrt{5})^2 - 5\sqrt{2} = 5\sqrt{2} - 5 - 5\sqrt{2} = -5$

$\therefore \square = -5$

$\therefore 3 - 12 - 5 = -14$

6. $2 < x < 3$ 일 때, $\sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{4(1-x)^2}$ 을 간단히 하면? [배점 3, 하상]

㉠ $x + 1$

㉡ 1

㉢ $x - 1$

㉣ $-2x + 1$

㉤ $2 - x$

해설

$2 < x < 3$ 에서 $x - 3 < 0, 1 - x < 0$

$\sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{4(1-x)^2}$

$= \sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{2^2 \times (1-x)^2} = -(x-3) - 2(1-x)$
 $= -x + 3 - 2 + 2x = x + 1$

7. $a > 3$ 일 때, $\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2}$ 을 간단히 하면? [배점 3, 하상]

㉠ $-4a - 3$

㉡ $-4a + 3$

㉢ $-2a + 3$

㉣ $2a - 3$

㉤ $2a + 3$

해설

$\sqrt{(-3a)^2} - \sqrt{(a-3)^2} = 3a - (a-3) = 2a + 3$

8. 제곱근 81 을 A , 81 의 음의 제곱근을 B 라고 할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

(제곱근 81) = $\sqrt{81} = 9$, $A = 9$ 이고, (81 의 음의 제곱근) = $-\sqrt{81} = -9$, $B = -9$ 이다. 따라서 $A + B = 9 + (-9) = 0$ 이다.

9. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.
이 때, $N(1) + N(2) + \dots + N(9) + N(10)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 19

해설

$\sqrt{4} = 2, \sqrt{9} = 3$ 이므로
 $N(1), N(2), N(3) = 1$
 $N(4), N(5), \dots, N(8) = 2$
 $N(9), N(10) = 3$
 $\therefore N(1) + N(2) + \dots + N(9) + N(10) = 1 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 2 = 19$

10. 다음 식을 만족하는 x 의 값 중에서 유리수가 아닌 것을 고르면? [배점 3, 중하]

- ① $\frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{1}{6}$ ② $\sqrt{2x} = 4$
 ③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$ ④ $2x + 1 = 1$
 ⑤ $2x - 1 = 0.\dot{7}$

해설

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$ 이면 $x^2 = 2$
 $\therefore x = \pm\sqrt{2}$ 이다.

11. $6 \leq \sqrt{5x} < 10$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

[배점 3, 중하]

- ① 7 개 ② 9 개 ③ 10 개
 ④ 12 개 ⑤ 13 개

해설

$6 \leq \sqrt{5x} < 10$ 에서 $36 \leq 5x < 100$
 따라서 $\frac{36}{5} \leq x < 20$ 이므로
 정수 x 는 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 이다. 따라서 12 개이다.

12. 다음 수를 크기가 작은 것부터 순서대로 나열하여라.

$\sqrt{3}, -\sqrt{2}, 2, 1, -\sqrt{3}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :

▶ 정답 : $-\sqrt{3}$
 ▶ 정답 : $-\sqrt{2}$
 ▶ 정답 : 1
 ▶ 정답 : $\sqrt{3}$
 ▶ 정답 : 2

해설

$-\sqrt{3}, -\sqrt{2}, 1, \sqrt{3}, 2$ 의 순서이다.

13. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $\sqrt{24} < 5$ ② $\sqrt{17} > 4$
 ③ $4 < \sqrt{20}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{6} < \frac{\sqrt{3}}{6}$
 ⑤ $\sqrt{0.7} < 0.7$

해설

$\sqrt{0.7} > \sqrt{0.49}$ 이므로 $\sqrt{0.7} > 0.7$ 이다.

14. 실수 전체의 집합을 R , 유리수 전체의 집합을 Q 라 할 때, 다음 중 집합 $R - Q$ 에 속하는 원소는 모두 몇 개인가?

$$\sqrt{121}, \frac{\sqrt{12}}{2}, -\frac{\pi}{2}, \sqrt{0.04}, \sqrt{3} - 2$$

[배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\sqrt{121} = 11$, $\sqrt{0.04} = 0.2$: 유리수
 $\frac{\sqrt{12}}{2}, -\frac{\pi}{2}, \sqrt{3} - 2$: 무리수

15. $x > 0$ 이고 x 의 음의 제곱근이 a 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $a^2 = x$ ② $x = \sqrt{a}$ ③ $x^2 = a$
 ④ $x = -\sqrt{a}$ ⑤ $a = \sqrt{x}$

해설

a 는 x 의 제곱근 중 하나이므로 $x^2 = a$ 이고, x 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이고 이 중에서 음의 제곱근 $x = -\sqrt{a}$ 이다.

16. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $4 - \sqrt{9} < -1$
- ㉡ $4\sqrt{5} + 1 > 4\sqrt{5} + \sqrt{2}$
- ㉢ $-\sqrt{5} > -4$
- ㉣ $\sqrt{28} + 1 > 3 + 2\sqrt{7}$
- ㉤ $2\sqrt{3} - 2 < 3\sqrt{2} - 2$
- ㉥ $2 - \sqrt{2} > \sqrt{2}$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡, ㉢, ㉤
- ② ㉡, ㉢, ㉤
- ③ ㉠, ㉢, ㉤
- ④ ㉢, ㉤
- ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ $4 - \sqrt{9} - (-1) = 5 - \sqrt{9} > 0$
 $\therefore 4 - \sqrt{9} > -1$
 ㉡ $4\sqrt{5} + 1 - (4\sqrt{5} + \sqrt{2}) = 4\sqrt{5} + 1 - 4\sqrt{5} - \sqrt{2}$
 $= 1 - \sqrt{2} < 0$
 $\therefore 4\sqrt{5} + 1 < 4\sqrt{5} + \sqrt{2}$
 ㉢ $-\sqrt{5} > -\sqrt{16}$
 $\therefore -\sqrt{5} > -4$
 ㉣ $\sqrt{28} + 1 - (3 + 2\sqrt{7}) = \sqrt{28} + 1 - 3 - \sqrt{28}$
 $= -2 < 0$
 $\therefore \sqrt{28} + 1 < 3 + 2\sqrt{7}$
 ㉤ $2\sqrt{3} - 2 - (3\sqrt{2} - 2) = 2\sqrt{3} - 3\sqrt{2} = \sqrt{12} - \sqrt{18} < 0$
 $\therefore 2\sqrt{3} - 2 < 3\sqrt{2} - 2$
 ㉥ $2 - \sqrt{2} - \sqrt{2} = 2 - 2\sqrt{2} < 0$
 $\therefore 2 - \sqrt{2} < \sqrt{2}$

17. 자연수, 정수, 유리수, 무리수, 실수 전체의 집합을 각각 N, Z, Q, I, R 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?(단, R 은 전체집합이다.) [배점 4, 중중]

- ① $I \subset Z^c$
- ② $(N \cap Q) \subset Z$
- ③ $R - Q^c = I^c$
- ④ $R - (Q \cup I) = \phi$
- ⑤ $I - (Q \cap Z) = \phi$

해설

⑤ $I - (Q \cap Z) = I - Z = I$