

# 확인학습문제

1.  $4^3$  에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 12 와 같다.
- ② 밑은 4 이다.
- ③ 지수는 3 이다.
- ④  $4 \times 4 \times 4$  를 나타낸 것이다.
- ⑤  $3^4$  보다 작다.

해설

- ①  $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$  이므로 12 와 같지 않다.
- ⑤  $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① 1 은 소수가 아니다.
- ② 10 은 합성수이다.
- ③ 17 은 소수이다.
- ④ 약수가 2 개인 수는 소수이다.
- ⑤ 두 소수의 합은 언제나 홀수이다.

해설

- ⑤ (반례) 3 과 5 는 소수이지만 두 소수의 합인 8 은 짝수이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 2, 하중]

- ① 13 은 소수이다.
- ② 52 는 합성수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 짝수인 소수는 존재하지 않는다.
- ⑤ 5 보다 작은 소수는 2 개이다.

해설

- ③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ④ 2 는 짝수이면서 소수이다.
- ⑤ 5 보다 작은 소수는 2,3 으로 2 개이다.

4. 두 자연수  $A$  와  $B$  의 최대공약수가 10 일 때,  $A$  와  $B$  의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.  
최대공약수 10 을 소인수분해하면  $10 = 2 \times 5$  이므로 약수의 개수는  $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$  (개) 이다.  
따라서 두 자연수  $A$  와  $B$  의 공약수의 개수는 4 개이다.

5. 다음 중  $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$  의 소인수의 집합은? [배점 3, 하상]

- ①  $\{2, 3, 5\}$                       ②  $\{2, 3, 7\}$   
 ③  $\{2, 3, 5, 7\}$                   ④  $\{2^2, 3^2, 5^2, 7^2\}$   
 ⑤  $\{2^3, 3^2, 5, 7^4\}$

해설

$2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7^4$  이므로 소인수의 집합은  $\{2, 3, 5, 7\}$

6. 두 자연수의 최대공약수가 9 이고, 곱이 810 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 90

해설

두 수  $A, B$  의 최대공약수를  $G$ , 최소공배수를  $L$  이라 할 때,  $G \times L = A \times B$   
 $810 = 9 \times (\text{최소공배수})$  이다.  
 $\therefore (\text{최소공배수}) = 90$

7. 다음 중 두 수가 서로소인 것은? [배점 3, 하상]

- ① 8, 9                      ② 24, 27                      ③ 12, 51  
 ④ 14, 35                      ⑤ 13, 91

해설

① 8 과 9 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.

8.  $240 \times a = b^2$  을 만족하는 가장 작은 자연수  $a, b$  에 대하여  $b - a$  의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 45                      ② 60                      ③ 75  
 ④ 90                      ⑤ 105

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5$  이므로  $a = 3 \times 5$   
 $2^4 \times 3 \times 5 \times (3 \times 5) = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$ ,  $b = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$   
 $a = 15, b = 60$   
 $\therefore b - a = 45$

9. 다음 중 소수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 7                      ② 11                      ③ 13                      ④ 19                      ⑤ 21

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.  
 $21 = 3 \times 7$  이므로 소수가 아니다.

10. 두 자연수  $A, B$  의 최대공약수가 16 , 최소공배수가 240 일 때,  $A-B$  의 값 중 가장 큰 것을 구하여라. (단,  $A < B$  ) [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 224

해설

$A = 16 \times a, B = 16 \times b$ 이고,  
두 자연수  $A, B$  는 최대공약수가 16 , 최소공배수가 240 이므로  
 $16 \times a \times b = 240$   
 $a \times b = 15$  (단,  $a, b$  는 서로소)  
 $A < B$  이므로  
 $a = 1, b = 15$  또는  $a = 3, b = 5$   
(i)  $a = 1, b = 15$  일 때  
 $B - A = 16 \times 15 - 16 \times 1 = 224$   
(ii)  $a = 3, b = 5$  일 때  
 $B - A = 16 \times 5 - 16 \times 3 = 32$   
차가 가장 큰  $A, B$  의 값을 구해야 하므로  
 $a = 1, b = 15$   
 $\therefore A = 16 \times 1 = 16$   
 $B = 16 \times 15 = 240$   
따라서  $A - B = 240 - 16 = 224$ 이다.

11. 두 수의 곱이 504 이고 최소공배수가 168 일 때, 이 두 자연수의 최대공약수는? [배점 3, 중하]

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수)  $\times$  (최소공배수) 이므로  
 $504 = (\text{최대공약수}) \times 168$   
최대공약수는 3 이다.

12. 두 자연수의 곱이 540 이고 최대공약수가 6 일 때, 최소공배수는? [배점 3, 중하]

① 40      ② 50      ③ 60      ④ 80      ⑤ 90

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수)  $\times$  (최소공배수) 이므로  
 $540 = 6 \times (\text{최소공배수})$   
따라서 최소공배수는 90 이다.

13. 태환이가 오늘 배운 소인수분해를 이용하여  $3^3 \times 10 \times 5^2$  의 약수의 개수를 구하는 과정을 다음과 같이 수학 공책에 적었다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 말하여라.

문제)  $3^3 \times 10 \times 5^2$  의 약수의 개수 구하기  
풀이)

㉠ 10 을 소인수분해하면  $2 \times 5$  이므로

㉡  $3^3 \times 10 \times 5^2 = 2 \times 3^3 \times 5^3$

㉢ 약수의 개수를 구할 때, 각 지수에 1 을 더하여 곱하면

㉣  $(0+1) \times (3+1) \times (3+1) = 16(\text{개})$ 이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

㉣  $2 \times 3^3 \times 5^3$  에서 2,  $3^3$ ,  $5^3$  의 지수는 각각 1, 3, 3 이므로 약수의 개수는  $(1+1) \times (3+1) \times (3+1) = 32$  (개)이다.

14. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 12, 10, 4 의 최소공배수는 60 이다.  
 ② 4, 5, 10 의 최소공배수는 20 이다.  
 ③ 2, 3, 6 의 최소공배수는 6 이다.  
 ④ 12, 24, 6 의 최소공배수는 24 이다.  
 ⑤ 14, 6, 8 의 최소공배수는 100 이다.

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 14} \quad 6 \quad 8 \\ 7 \quad 3 \quad 4 \end{array}$$

최소공배수는  $2 \times 7 \times 3 \times 4 = 168$  이다.

15. 소인수분해를 이용하여 세 수 24, 32, 36 의 최소공배수를 구하면? [배점 3, 중하]

- ① 4                      ② 48                      ③ 96  
 ④ 288                      ⑤ 360

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \quad 2 \overline{) 32} \quad 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 12} \quad 2 \overline{) 16} \quad 2 \overline{) 18} \\ 2 \overline{) 6} \quad 2 \overline{) 8} \quad 3 \overline{) 9} \\ 3 \quad 2 \quad 3 \\ 2 \end{array}$$

$\therefore 24 = 2^3 \times 3$      $\therefore 32 = 2^5$      $\therefore 36 = 2^2 \times 3^2$   
 따라서 최소공배수는  $2^5 \times 3^2 = 288$  이다.

16. 소인수분해를 이용하여 세 수 15, 45, 90 의 최대공약수를 구하면? [배점 3, 중하]

- ① 3                      ② 5                      ③ 9                      ④ 10                      ⑤ 15

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 15} \quad 3 \overline{) 45} \quad 3 \overline{) 90} \\ 5 \quad 3 \overline{) 15} \quad 3 \overline{) 30} \\ 5 \quad 2 \overline{) 10} \\ 5 \end{array}$$

$15 = 3 \times 5$      $45 = 3^2 \times 5$      $24 = 2 \times 3^2 \times 5$   
 따라서, 최대공약수는  $3 \times 5 = 15$  이다.

17. 다음 식을 만족하는  $a, b, c$  의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

[배점 3, 중하]

- ① 0                      ② 1                      ③ 4                      ④ 6                      ⑤ 8

해설

$$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$$

$\therefore a = 6, b = 0, c = 3$   
 $\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$

18. 자연수  $2^2 \times 3 \times 5$  의 약수 중에서 두 번째로 큰 수를  $a$ , 세 번째로 큰 수를  $b$  라 할 때,  $a+b$  의 값을 구하면?  
[배점 4, 중중]

① 15    ② 30    ③ 50    ④ 60    ⑤ 75

해설

$2^2 \times 3 \times 5$  의 약수 중 두 번째로 큰 수는  $2 \times 3 \times 5 = 30$ , 세 번째로 큰 수는  $2^2 \times 5 = 20$  이므로,  
 $a+b = 30+20 = 50$  이다.

19. 자연수  $a$  의 약수의 개수를  $f(a)$  로 나타낼 때  $f(420) \times f(a) = 144$  인 자연수  $a$  중에서 가장 작은 수를 구하여라.  
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$  이므로  
 $N(420) = 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$   
 $24 \times N(a) = 144 \quad \therefore N(a) = 6$   
약수의 개수가 6 개인 가장 작은 자연수는  
 $12 = 2^2 \times 3$  이다.

20. 세 수 72, 84,  $2^2 \times 3^2$  의 최대공약수는?

[배점 4, 중중]

①  $2^2 \times 3^2$     ② 24    ③  $2^2 \times 3$   
④ 18    ⑤  $2 \times 3$

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ ,  $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ ,  $2^2 \times 3^2$  이므로  
최대공약수는  $2^2 \times 3$

21.  $3^x \times 5^2 \times 20$  의 약수의 개수가 72 일 때,  $x$  를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$3^x \times 5^2 \times 20 = 2^2 \times 3^x \times 5^3$  이므로  
약수의 개수는  
 $(2+1) \times (x+1) \times (3+1) = 72$  (개)  
 $\therefore x = 5$

22. 두 집합  $A = \{16, 32, 48, 64, \dots\}$ ,  $B = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$ 에 대하여 다음 중  $A \cap B$ 는?  
[배점 4, 중중]

- ①  $\{x|x\text{는 }6\text{의 배수}\}$   
 ②  $\{x|x\text{는 }16\text{의 배수}\}$   
 ③  $\{x|x\text{는 }48\text{의 배수}\}$   
 ④  $\{x|x\text{는 }96\text{의 배수}\}$   
 ⑤  $\{x|x\text{는 }112\text{의 배수}\}$

해설

$A \cap B$ 는 16과 6의 최소공배수인 48의 배수의 집합이다.

23.  $x \times x \times y \times y \times z \times z = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는 자연수  $a, b, c$ 에 대하여  $a + b + c$ 의 값은?  
[배점 4, 중중]

- ① 2    ② 4    ③ 6    ④ 8    ⑤ 10

해설

(준식)  $= x^2 \times y^2 \times z^2$  이므로  $a = 2, b = 2, c = 2$ 이다.  
따라서  $a + b + c = 2 + 2 + 2 = 6$ 이다.

24. 자연수  $a$ 의 약수의 개수를  $n(a)$ 로 나타낼 때,  $n(240) \div n(162) \times n(x) = 20$ 을 만족시키는 자연수  $x$  중에서 가장 작은 수를 구하여라.  
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 48

해설

$240 = 2^4 \times 3 \times 5, 162 = 2 \times 3^4$ 에서  
 $n(240) = (4+1) \times (1+1) \times (1+1) = 20$   
 $n(162) = (1+1) \times (4+1) = 10$   
 $n(240) \div n(162) \times n(x) = 20$   
 $20 \div 10 \times n(x) = 20$   
 $\therefore n(x) = 10$   
 $10 = 5 \times 2 = (4+1)(1+1)$  이므로  
 가장 작은  $x = 2^4 \times 3 = 48$   
 $\therefore 48$

25. 희정이는 1과 100 사이의 자연수 중에서  $\frac{1}{3}$ 을 곱하여도,  $\frac{1}{8}$ 을 곱하여도 항상 자연수가 되는 수가 모두 몇 개인가를 조사하려고 한다. 희정이가 찾은 자연수는 모두 몇 개인가?  
[배점 5, 중상]

- ① 3개    ② 4개    ③ 5개  
 ④ 6개    ⑤ 7개

해설

구하는 수를  $a$ 라 하면  $\frac{1}{3} \times a = (\text{자연수}), \frac{1}{8} \times a = (\text{자연수})$ 가 되는  $a$ 는 3과 8의 공배수이므로, 3과 8의 최소공배수는 24 따라서 24, 48, 72, 96의 4개