확인학습문제

1. 두 자연수 a, b 의 최소공배수가 46 일 때, 다음 중 a, b 의 공배수인 것을 모두 골라라.

23, 46, 52, 60, 70, 92, 138, 184

[배점 2, 하중]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▶ 답:

- ▷ 정답: 46
- ▷ 정답: 92
- ▷ 정답: 138
- ▷ 정답: 184

해설

최소공배수가 46 일 때, a, b 의 공배수는 46 의 배수이다.
따라서 46, 92, 138, 184 이다.

2. 다음에서 소수를 모두 찾아라.

㉠ 5 ㉡ 9 ㉢ 11
㉣ 15 ㉤ 49

[배점 2, 하중]

- ▶ 답:
- ▶ 답:

- ▷ 정답: ㉠
- ▷ 정답: ㉢

해설

주어진 수에서 5, 11 은 소수이고 나머지는 모두 합성수이다.

3. 두 수 $2^3 \times 5^a \times 7$, $2^4 \times 5^5 \times 7^b$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 5^3 \times 7$, 최소공배수가 $2^4 \times 5^5 \times 7^3$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

최대공약수가 $2^3 \times 5^3 \times 7$ 이므로 $a = 3$,
최소공배수가 $2^4 \times 5^5 \times 7^3$ 이므로 $b = 3$
따라서 $a + b = 6$ 이다.

4. 다음 중 약수의 개수가 5 인 자연수 중 가장 작은 자연 수는? [배점 3, 하상]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로
약수의 개수가 5 인 경우는
지수가 4 인 소인수가 하나인 경우 밖에 없다.
따라서 이 경우 이 자연수가 가장 작기 위해서는
소인수가 가장 작아야하므로
소인수는 가장 작은 소수인 2 이고
따라서 약수의 개수가 5 인 가장 작은 자연수는
 $2^4 = 16$ 이다.

5. 다음 수를 소인수분해한 것 중에 옳지 않은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $36 = 2^2 \times 3^2$ ② $60 = 3 \times 4 \times 5$
 ③ $98 = 2 \times 7^2$ ④ $105 = 3 \times 5 \times 7$
 ⑤ $120 = 2^3 \times 3 \times 5$

해설

② $60 = 2^2 \times 3 \times 5$

6. 다음 중 소인수분해가 바르게 된 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $26 = 2 \times 13$ ② $36 = 2^3 \times 3^2$
 ③ $42 = 6 \times 7$ ④ $54 = 2^2 \times 3^3$
 ⑤ $128 = 2^8$

해설

- ② $2^2 \times 3^2$
 ③ $2 \times 3 \times 7$
 ④ 2×3^3
 ⑤ 2^7

7. 다음 중에서 60의 소인수 전체의 집합은?
[배점 3, 하상]

- ① $\{2, 3\}$ ② $\{2, 3, 5\}$
 ③ $\{2^3, 3, 5\}$ ④ $\{1, 2, 3, 5\}$
 ⑤ $\{2, 1, 1\}$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 60} \\ 2 \overline{) 30} \\ 3 \overline{) 15} \\ 5 \end{array}$$

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$

따라서 60의 소인수의 집합은 $\{2, 3, 5\}$ 이다.

8. 80에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수를 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$80 = 2^4 \times 5$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 5

9. 다음 중 두 수의 최대공약수가 1 이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 8, 11 ② 15, 16 ③ 19, 27
 ④ 13, 52 ⑤ 28, 45

해설

④ 주어진 두 수의 최대공약수는 13 이다.

10. 두 자연수의 곱이 540 이고 최대공약수가 6 일 때, 최소공배수는? [배점 3, 중하]

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 80 ⑤ 90

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) × (최소공배수) 이므로
 $540 = 6 \times (\text{최소공배수})$
 따라서 최소공배수는 90 이다.

11. 다음 중 180 의 약수는? [배점 3, 중하]

- ① $2^3 \times 5$ ② $3^2 \times 7$
 ③ $2^2 \times 3 \times 5$ ④ $3^3 \times 5 \times 7$
 ⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

180 을 소인수분해하면 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이다.

12. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $19^3 \times 31$ ② 2×5^4
 ③ $3^2 \times 7 \times 11$ ④ $3^2 \times 11^2 \times 13$
 ⑤ 19^9

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)
 ② $(1 + 1) \times (4 + 1) = 10$ (개)
 ③ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)
 ④ $(2 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 18$ (개)
 ⑤ $9 + 1 = 10$ (개)

13. 선미는 아버지께 자전거를 선물 받았는데 자전거의 자물쇠는 비밀번호로 잠가지게 되어 있다. 자물쇠의 비밀번호는 막내 이모, 엄마, 나의 나이인 26, 36, 12 의 최소공배수의 각 자리의 숫자로 정하였다. 자물쇠의 비밀번호로 가능한 가장 큰 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 864

해설

$$\begin{array}{r} 2) 26 \quad 36 \quad 12 \\ 2) 13 \quad 18 \quad 6 \\ 3) 13 \quad 9 \quad 3 \\ \quad 13 \quad 3 \quad 1 \end{array}$$

최소공배수는 $2 \times 2 \times 3 \times 13 \times 3 = 468$ 이다.

자물쇠의 비밀번호는 4, 6, 8 로 이루어져 있고, 그 중 가장 큰 수는 864 이다.

14. 다음 중 소수를 모두 골라라.

1 13 15 24 29 32 33 52 71 98

[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▷ 정답 : 13
- ▷ 정답 : 29
- ▷ 정답 : 71

해설

주어진 수 중에서 소수는 13, 29, 71 이다.

15. 다음 두 자연수의 최소공배수가 96 일 때, 최대공약수를 구하여라.

$8 \times a, 12 \times a$

[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{array}{r} 8 \times a = 2^3 \times a \\ 12 \times a = 2^2 \times 3 \times a \\ \hline \text{최소공배수} : 2^3 \times 3 \times a = 96 \\ \text{최대공약수} : 2^2 \times a \\ a = 96 \div 8 \div 3 = 4 \end{array}$$

따라서 최대공약수는 $2^2 \times a = 16$ 이다.

16. $\frac{252}{a}$ 가 어떤 자연수의 제곱이라고 한다. a 가 1 보다 클 때, a 가 될 수 있는 가장 작은 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▷ 정답 : 7

해설

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 지수가 홀수인 수 7 을 나누어 주면 $252 \div 7 = 36 = 6 \times 6$ 이 되어 6 의 제곱이 된다.

17. 세 수 $2^2 \times 3 \times 5, 90, 2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▷ 정답 : 6
- ▷ 정답 : 2520

해설

$$\begin{array}{r} 2^2 \times 3 \times 5 \\ 90 = 2 \times 3^2 \times 5 \\ 2^3 \times 3^2 \times 7 \\ \hline \text{최대공약수} : 2 \times 3 = 6 \\ \text{최소공배수} : 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7 = 2520 \end{array}$$

18. 100 이하의 자연수 중 5의 배수의 집합을 A , 7의 배수의 집합을 B 라 할 때 5의 배수이거나 7의 배수인 집합의 원소의 갯수는? [배점 4, 중중]

- ① 31 개 ② 32 개 ③ 33 개
 ④ 34 개 ⑤ 35 개

해설

$$n(A) = 20, n(B) = 14, n(A \cap B) = 2$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 20 + 14 - 2 = 32$$

19. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^3 \times 5$ 의 최대공약수는? [배점 4, 중중]

- ① $2^3 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5$
 ③ $2^2 \times 3 \times 5$ ④ $2^2 \times 3^2$
 ⑤ $2^2 \times 3$

해설

$2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^3 \times 5$ 에서
 최대공약수: $2^2 \times 3$ (지수가 작은 쪽)

20. 다음 수 중 서로소인 것끼리 짝지어진 것은? [배점 4, 중중]

- ① 9 과 21 ② 9 와 18 ③ 12 과 30
 ④ 12 와 35 ⑤ 24 과 42

해설

④ 12 와 25 는 공약수가 1 뿐이다.

21. 세 자연수 a, b, c 의 최소공배수가 120 일 때, a, b, c 의 공배수 중 500 에 가장 가까운 수는? [배점 4, 중중]

- ① 360 ② 480 ③ 120
 ④ 500 ⑤ 600

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 120의 배수 120, 240, 360, 480, 600, ... 중에서 500에 가장 가까운 수는 480이다.

22. 세 수 $2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수는? [배점 4, 중중]

- ① $2^3 \times 5^2 \times 7$ ② $2 \times 3 \times 5^2$
 ③ $2^3 \times 3^2 \times 5$ ④ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 ⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

해설

$2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$
 최소공배수: $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

27. $18 \times A \times 7^2$ 의 약수의 개수가 36 이라고 한다. 가장 작은 A 의 값을 a , 두 번째로 작은 A 의 값을 b 라고 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

$2 \times 3^2 \times 7^2 \times A$
 약수의 개수가 36 개이므로
 A 가 될 수 있는 수는 $2^2, 3^3, 7^3$ 이거나 $2, 3, 7$ 이외의 소수이다.
 따라서 가장 작은 값은 $2^2 = 4$,
 두 번째로 작은 값은 5
 $\therefore 5 - 4 = 1$

28. 세 자리의 두 정수의 최소공배수가 840 이고 최대공약수가 21 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 273

해설

$840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$ 이고, 두 수는 최대공약수 21의 배수이고, 세 자리 수이므로 $21 \times 5 = 105$ 와 $21 \times 2^3 = 168$ 이 된다.
 $\therefore 105 + 168 = 273$

29. 360 의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수) [배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2, b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.
 $\therefore a + b = 3$

30. 세 자연수의 비가 $3 : 6 : 10$ 이고 최소공배수가 360 일 때, 나눗셈을 이용하여 세 자연수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 36

▶ 정답: 72

▶ 정답: 120

해설

세 자연수의 비가 $3 : 6 : 10$ 이므로 원래의 세 자연수를 $3 \times a, 6 \times a, 10 \times a$ 라고 하면

$$\begin{array}{r} a) 3 \times a \quad 6 \times a \quad 10 \times a \\ 2) \quad 3 \quad 6 \quad 10 \\ 3) \quad 3 \quad 3 \quad 5 \\ \hline \quad 1 \quad 1 \quad 5 \end{array}$$

최소공배수는 $a \times 2 \times 3 \times 5 = 30 \times a$ 이다.

세 수의 최소공배수가 360 이므로 $30 \times a = 360$ 이고, a 는 12 이다.

따라서 세 자연수는 $3 \times 12 = 36, 6 \times 12 = 72, 10 \times 12 = 120$ 이다.

31. 216 을 소인수분해하면 $2^a \times b^c$ 이다. 이때, $a + b + c$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$216 = 2^3 \times 3^3$$

따라서 $a = 3, b = 3, c = 3$
 $a + b + c = 9$

32. 다음 중 약수의 개수가 나머지 셋과 다른 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $2^2 \times 3^3$ ② 24 ③ $2 \times 9 \times 5$
 ④ 500 ⑤ $3^4 \times 7^3$

해설

① $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)
 ② $24 = 2^3 \times 3 \Rightarrow (3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)
 ③ $2 \times 9 \times 5 = 2 \times 3^2 \times 5$
 $\Rightarrow (1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 2 \times 3 \times 2 = 12$ (개)
 ④ $500 = 2^2 \times 5^3 \Rightarrow (2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)
 ⑤ $3^4 \times 7^3 \Rightarrow (4 + 1) \times (3 + 1) = 5 \times 4 = 20$ (개)

33. 어느 두 자연수의 최대공약수가 15 일 때, 두수의 공약수가 아닌 것은? [배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 15 ⑤ 1

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 1, 3, 5, 15 이다.

34. 일곱 자리의 수 $3270xy6$ 이 8 의 배수이면서 9 의 배수이기 위한 (x, y) 의 순서쌍을 모두 찾아라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (0, 9)

▷ 정답: (9, 9)

▷ 정답: (8, 1)

해설

어떤 수가 8 의 배수라면 마지막 두 자리가 8 의 배수이고,

어떤 수가 9 의 배수라면 각 자리의 수를 더한 값이 9 의 배수이다.

$y6$ 이 8 의 배수가 되려면 y 는 1, 9 이어야 한다.
 $3 + 2 + 7 + 0 + x + y + 6$ 이 9 의 배수가 되려면 $x + y$ 는 9, 18 이어야 한다.

두 조건으로 순서쌍 (x, y) 를 구해 보면,
 $\therefore (x, y) = (0, 9), (9, 9), (8, 1)$

35. 연속하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 가 15 의 배수가 되는 순서쌍 (a, b, c) 는 모두 몇 개인지 구하여라. (단, $a \leq 100$) [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 20 개

해설

$b = a + 1, c = a + 2$ 이므로,

$$a + (a + 1) + (a + 2) = 15k$$

$\rightarrow 3a = 15k - 3 \rightarrow a = 5k - 1 \rightarrow a$ 는 5 로 나누어서 나머지가 1 인 수이다.

$a \leq 100$ 일 때, a 의 개수는 20 개이다.

$\therefore$ 순서쌍 (a, b, c) 의 개수=20 개