

약점 보강 3

1. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 6 = 0$ 의 해가 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - 4x - 6 = 0 \text{에서} \\ x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3} \\ \therefore A = 2, B = 22 \\ \therefore A + B = 24 \end{aligned}$$

2. 다음은 이차방정식의 해를 구한 것이다. 옳지 못한 것은? [배점 2, 하중]

- ① $x^2 - 4x + 1 = 0, x = 2 \pm \sqrt{3}$
 ② $3x^2 + 7x - 5 = 0, x = \frac{-7 \pm \sqrt{109}}{6}$
 ③ $4x^2 - 5x - 3 = 0, x = \frac{5 \pm \sqrt{73}}{8}$
 ④ $3x^2 + 2x - 4 = 0, x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{3}$
 ⑤ $3x^2 - 6x + 2 = 0, x = \frac{6 \pm \sqrt{3}}{6}$

해설

$$\textcircled{5} \quad x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

3. 다음은 이차방정식 $2x^2 + 5x - 6 = 0$ 을 푸는 과정이다. 빈 칸에 알맞은 수를 써넣어라.

$$x = \frac{\textcircled{㉠} \pm \sqrt{\textcircled{㉡}^2 - 4 \times 2 \times \textcircled{㉢}}}{2 \times \textcircled{㉣}} = \frac{\textcircled{㉤} \pm \sqrt{\textcircled{㉥}}}{\textcircled{㉦}} \quad [\text{배점 2, 하중}]$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ = -5

▷ 정답 : ㉡ = -5

▷ 정답 : ㉢ = -6

▷ 정답 : ㉣ = 2

▷ 정답 : ㉤ = -5

▷ 정답 : ㉥ = 73

▷ 정답 : ㉦ = 4

해설

$$\begin{aligned} \text{이차방정식 } ax^2 + bx + c = 0 \text{ 에서} \\ x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ 이다.} \\ x = \frac{-5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times (-6)}}{2 \times 2} = \frac{-5 \pm \sqrt{73}}{4} \end{aligned}$$

4. 어떤 원의 반지름의 길이를 3cm 늘였더니 넓이가 처음 원의 넓이의 4배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 3cm

해설

처음 원의 반지름의 길이를 x cm 라고 하면

$$(x+3)^2\pi = 4x^2\pi$$

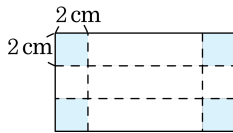
$$x^2 + 6x + 9 - 4x^2 = 0$$

$$3x^2 - 6x - 9 = 0$$

$$3(x-3)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = 3(\text{cm}) (\because x > 0)$$

5. 가로가 세로보다 5cm 더 긴 직사각형 모양의 종이가 있다. 네 모퉁이에서 그림과 같이 한 변이 2cm 인 정사각형을 잘라 부피가 28cm³ 인 상자를 만들었다. 처음 직사각형 모양의 종이의 넓이를 구하여라. [배점 4, 중중]



▶ 답:

▷ 정답: 66cm²

해설

세로의 길이 : x cm, 가로의 길이 : $x+5$ cm 라고 하면,

$$2(x-4)(x+5-4) = 28$$

$$2x^2 - 6x - 8 - 28 = 0$$

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x-6)(x+3) = 0, x = 6$$

따라서 처음 직사각형의 넓이는 $x(x+5) = 6(6+5) = 66(\text{cm}^2)$ 이다.

6. 어떤 자연수에 4를 더하여 제곱해야 할 것을 잘못하여 2를 더하고 4를 곱했더니 29만큼 작아졌다. 어떤 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$(x+4)^2 = 4(x+2) + 29$$

$$x^2 + 4x - 21 = 0$$

$$(x-3)(x+7) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 3$ 이다.

7. 어떤 자연수에 2를 더하여 제곱해야 할 것을 잘못하여 2를 더하여 2배 하였더니 48만큼 작아졌다. 어떤 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$(x+2)^2 = 2(x+2) + 48$$

$$x^2 + 2x - 48 = 0$$

$$(x-6)(x+8) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 6$ 이다.

8. 어떤 자연수에 3를 더하여 제곱한 수는 이 수를 제곱하여 3배한 것보다 11작다고 한다. 어떤 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$(x+3)^2 = 3x^2 - 11$$

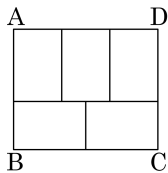
$$x^2 + 6x + 9 - 3x^2 + 11 = 0$$

$$2x^2 - 6x - 20 = 0$$

$$(x+2)(x-5) = 0$$

x 는 자연수이므로 $x = 5$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD를 5개의 똑같은 직사각형으로 나누었다. 직사각형 ABCD의 넓이가 300cm^2 일 때, 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $22\sqrt{10}\text{cm}$

해설

작은 직사각형 한 개의 넓이 : $\frac{300}{5} = 60 (\text{cm}^2)$

작은 직사각형의 짧은 변의 길이를 x 라고 하면 긴 변의 길이는 $\frac{3}{2}x$ 이다.

$$\frac{3}{2}x \times x = 60, x^2 = 40, x = 2\sqrt{10} (\text{cm})$$

$$\overline{AD} = 3x, \overline{AB} = \frac{3}{2}x + x = \frac{5}{2}x$$

따라서 둘레의 길이는 $\left(3x + \frac{5}{2}x\right) \times 2 = 11x = 22\sqrt{10} (\text{cm})$ 이다.

10. 이차방정식 $x^2 - 8x + 4 = 0$ 의 근의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2개

해설

$x^2 - 8x + 4 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = (-4)^2 - 1 \times 4 = 16 - 4 > 0$$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 가진다.

11. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 않은 것은?

[배점 2, 하중]

① $(x-3)(x+3) = 9x(x-2) \rightarrow x = \frac{3}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

② $3(4-x) = x^2 + 12 \rightarrow x = 0$ 또는 $x = -3$

③ $(x-3)^2 = 4x \rightarrow x = 1$ 또는 $x = 9$

④ $(x+1)(x+2) = 6 \rightarrow x = -4$ 또는 $x = 2$

⑤ $(x-2)^2 = 1 \rightarrow x = 1$ 또는 $x = 3$

해설

④ $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 고치면

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x-1)(x+4) = 0$$

따라서 $x = -4$ 또는 $x = 1$ 이다.

12. 이차방정식 $x^2 + 3x - 11 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은? [배점 3, 하상]

- ① $x^2 + 3x - 11 = 0$ ② $x^2 + 3x - 13 = 0$
 ③ $x^2 + x - 13 = 0$ ④ $x^2 + x - 11 = 0$
 ⑤ $x^2 + x - 9 = 0$

해설

$x^2 + 3x - 11 = 0$ 에서 $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -11$
 $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식에서
 두 근의 합은 $(\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$
 두 근의 곱은 $(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -13$
 $\therefore x^2 + x - 13 = 0$

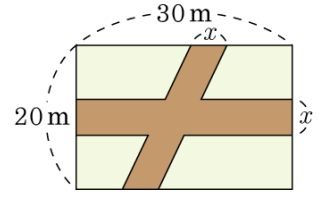
13. 이차방정식 $6x^2 + x - 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식의 일차항의 계수는? [배점 3, 하상]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$
 ④ $\frac{1}{36}$ ⑤ $-\frac{1}{36}$

해설

두 근의 합은 $-\frac{1}{6}$, 두 근의 곱은 $-\frac{1}{6}$
 $-\frac{1}{6}$ 을 중근으로 갖는 이차방정식이므로
 $\left(x + \frac{1}{6}\right)^2 = 0$
 $x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{36} = 0$
 따라서 일차항의 계수는 $\frac{1}{3}$

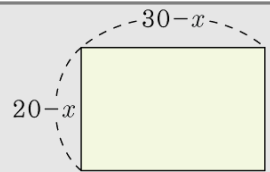
14. 다음 그림과 같이 가로 30 m, 세로 20 m 인 직사각형 모양의 잔디밭에 폭이 일정한 길을 만들려고 한다. 잔디밭의 넓이가 400 m^2 가 되게 하려고 할 때, 길의 폭을 x 라 하면 x 를 구하는 식으로 옳은 것은? [배점 3, 하상]



- ① $x^2 - 10x + 600 = 0$
 ② $x^2 - 20x + 400 = 0$
 ③ $x^2 - 30x - 200 = 0$
 ④ $x^2 + 40x + 200 = 0$
 ⑤ $x^2 - 50x + 200 = 0$

해설 I 람처럼 길을 한

쪽으로 몰아 보면 잔디밭의 넓이는 색칠한 부분과 같다.



식을 세우면 $(30 - x)(20 - x) = 400$
 $\therefore x^2 - 50x + 200 = 0$

15. 이차방정식 $2x^2 + bx + c = 0$ 의 근을 $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$ 이라 할 때, 이차방정식 $2x^2 - bx - c = 0$ 의 두 근의 합은? [배점 3, 하상]

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -3 ③ -4
 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 1

해설

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ 이므로}$$

$$b = 3, c = -1$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 = 0, (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 합은 $\frac{3}{2}$

16. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 에 대한 설명 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $b^2 - ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.
 ② $b^2 - ac = 0$ 이면 근이 없다.
 ③ $b^2 - 4ac < 0$ 이면 2 개의 다른 실근을 가진다.
 ④ $b = 0$ 이면 중근을 가진다.
 ⑤ $b^2 - 4ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

해설

$b^2 - 4ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가지고
 $b^2 - 4ac = 0$ 이면 중근을 가지고, $b^2 - 4ac < 0$ 이면 근이 없다.

17. 어떤 정사각형에서 각 변의 길이를 2cm 씩 늘인 정사각형의 넓이는 2cm 씩 줄인 정사각형의 넓이의 9 배가 된다고 한다. 처음 정사각형의 한 변의 길이는? [배점 3, 하상]

- ① 4cm ② 5cm ③ 6cm
 ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm 라고 하면

$$(x + 2)^2 = 9(x - 2)^2$$

$$8x^2 - 40x + 32 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x - 1)(x - 4) = 0$$

$$x = 1, 4$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4$ 이다.

18. 야구 선수가 35m 높이의 야구장 꼭대기에서 공을 던져 올리는데 던져 올린 공의 t 초 후의 높이가 $(35 + 20t - 3t^2)$ m 라고 할 때, 공을 던져 올린 후 공의 높이가 60m 가 될 때는 쏘아 올린지 5 초, $\frac{m}{n}$ 초이다. $m + n$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$35 + 20t - 3t^2 = 60$$

$$3t^2 - 20t + 25 = 0$$

$$(3t - 5)(t - 5) = 0$$

$$t = 5, \frac{5}{3}$$

따라서 $m + n = 8$ 이다.

19. 높이가 20m 인 건물에서 물체를 떨어뜨렸을 때, x 초 후의 물체를 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 30x + 20$ 인 관계가 있다고 한다. 물체가 지상에 떨어진 것은 떨어뜨린 지 몇 초 후인가? [배점 3, 하상]

- ① $(3 + 2\sqrt{5})$ 초 ② 6 초
 ③ $(3 + \sqrt{13})$ 초 ④ $(5 - 2\sqrt{5})$ 초
 ⑤ 13 초

해설

물체가 땅에 떨어질 때는 높이 $y = 0$ 일 때이다.
 $-5x^2 + 30x + 20 = 0 \rightarrow x^2 - 6x - 4 = 0$
 근의 짝수공식으로 풀면 $x = 3 \pm \sqrt{13}$
 $\therefore x > 0$ 이므로 $x = 3 + \sqrt{13}$

20. 이차방정식 $x^2 - 6x - 16 = 0$ 의 두 근을 p, q 라 할 때, $p^2 + 3pq + q^2$ 의 값 중 알맞은 것을 고르면? [배점 3, 중하]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

$x^2 - 6x - 16 = 0$ 의 두 근을 p, q 라면
 $p + q = 6, pq = -16$
 $p^2 + 3pq + q^2$
 $= (p + q)^2 + pq$
 $= 6^2 - 16 = 36 - 16 = 20$

21. 연속하는 두 자연수의 제곱의 합이 85 일 때, 두 자연수 중 작은 수는? [배점 3, 중하]

- ① 8 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

두 자연수를 $x, x + 1$ 이라고 하면
 $x^2 + (x + 1)^2 = 85$
 $2x^2 + 2x - 84 = 0$
 $x^2 + x - 42 = 0$
 x 는 자연수이므로 $x = 6$
 $\therefore$ 연속하는 두 자연수는 6, 7

22. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, -2 일 때, $a - b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① -18 ② -6 ③ 6
 ④ 18 ⑤ 24

해설

근과 계수의 관계로부터
 $1 + (-2) = -\frac{a}{6}, a = 6$
 $1 \times (-2) = \frac{b}{6}, b = -12$
 $\therefore a - b = 18$

23. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 FCHG 는 정사각형이다. $\overline{BC} = 6\text{cm}$ 이고, 정사각형 ABCD 와 직사각형 EBHG 의 넓이가 같을 때, 직사각형 EBCF 의 둘레의 길이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $12\sqrt{5}\text{cm}$

해설

$\overline{CH} = x\text{cm}$ 라고 하면

$$6 \times 6 = x(6 + x)$$

$$36 = 6x + x^2$$

$$x^2 + 6x - 36 = 0$$

$$x = -3 \pm 3\sqrt{5}$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = -3 + 3\sqrt{5}(\text{cm})$$

따라서 직사각형 EBCF 의 둘레의 길이는 $\{6 + 2(-3 + 3\sqrt{5})\} \times 2 = 12\sqrt{5}(\text{cm})$ 이다.