약점 보강 1

1. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 6 = 0$ 의 해가 $x = \dfrac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$3x^2 - 4x - 6 = 0$ 에서

$x = \dfrac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$

$\therefore\ A = 2,\ B = 22$

$\therefore\ A + B = 24$

2. 다음은 이차방정식의 해를 구한 것이다. 옳지 <u>못한</u> 것은? [배점 2, 하중]

① $x^2 - 4x + 1 = 0,\ x = 2 \pm \sqrt{3}$

② $3x^2 + 7x - 5 = 0,\ x = \dfrac{-7 \pm \sqrt{109}}{6}$

③ $4x^2 - 5x - 3 = 0,\ x = \dfrac{5 \pm \sqrt{73}}{8}$

④ $3x^2 + 2x - 4 = 0,\ x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{13}}{3}$

⑤ $3x^2 - 6x + 2 = 0,\ x = \dfrac{6 \pm \sqrt{3}}{6}$

해설

⑤ $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$

3. 다음은 이차방정식 $2x^2 + 5x - 6 = 0$ 을 푸는 과정이다. 빈 칸에 알맞은 수를 써넣어라.

$$x = \frac{\boxed{㉠} \pm \sqrt{\boxed{㉡}^2 - 4 \times 2 \times \boxed{㉢}}}{2 \times \boxed{㉣}} = \frac{\boxed{㉤} \pm \sqrt{\boxed{㉥}}}{\boxed{㉦}}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠ = −5

▷ 정답: ㉡ = −5

▷ 정답: ㉢ = −6

▷ 정답: ㉣ = 2

▷ 정답: ㉤ = −5

▷ 정답: ㉥ = 73

▷ 정답: ㉦ = 4

해설

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 이다.

$x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 2 \times (-6)}}{2 \times 2} = \dfrac{-5 \pm \sqrt{73}}{4}$

4. 어떤 원의 반지름의 길이를 3 cm 늘였더니 넓이가 처음 원의 넓이의 4 배가 되었다. 처음 원의 반지름의 길이를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 cm

해설

처음 원의 반지름의 길이를 x cm 라고 하면

$(x+3)^2\pi = 4x^2\pi$

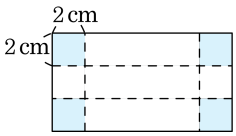
$x^2 + 6x + 9 - 4x^2 = 0$

$3x^2 - 6x - 9 = 0$

$3(x-3)(x+1) = 0$

$\therefore x = 3(\text{cm})\ (\because\ x > 0)$

5. 가로가 세로보다 5 cm 더 긴 직사각형 모양의 종이가 있다. 네 모퉁이에서 그림과 같이 한 변이 2cm 인 정사각형을 잘라 부피가 28 cm^3 인 상자를 만들었다. 처음 직사각형 모양의 종이의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 66 cm^2

해설

세로의 길이 : x cm , 가로의 길이 : $x+5$ cm 라고 하면,

$2(x-4)(x+5-4) = 28$

$2x^2 - 6x - 8 - 28 = 0$

$x^2 - 3x - 18 = 0$

$(x-6)(x+3) = 0,\ x = 6$

따라서 처음 직사각형의 넓이는 $x(x+5) = 6(6+5) = 66(\text{cm}^2)$ 이다.

6. 어떤 자연수에 4를 더하여 제곱해야 할 것을 잘못하여 2를 더하고 4를 곱했더니 29만큼 작아졌다. 어떤 수를 구하여라 [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$(x+4)^2 = 4(x+2) + 29$

$x^2 + 4x - 21 = 0$

$(x-3)(x+7) = 0$

x 는 자연수이므로 $x = 3$ 이다.

7. 어떤 자연수에 2를 더하여 제곱해야 할 것을 잘못하여 2를 더하여 2배 하였더니 48만큼 작아졌다. 어떤 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$(x+2)^2 = 2(x+2) + 48$

$x^2 + 2x - 48 = 0$

$(x-6)(x+8) = 0$

x 는 자연수이므로 $x = 6$ 이다.

8. 어떤 자연수에 3를 더하여 제곱한 수는 이 수를 제곱하여 3배한 것보다 11작다고 한다. 어떤 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

어떤 자연수를 x라고 하면

$(x+3)^2 = 3x^2 - 11$

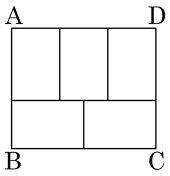
$x^2 + 6x + 9 - 3x^2 + 11 = 0$

$2x^2 - 6x - 20 = 0$

$(x+2)(x-5) = 0$

x 는 자연수이므로 $x = 5$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 를 5개의 똑같은 직사각형으로 나누었다. 직사각형 ABCD 의 넓이가 300cm^2 일 때, 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $22\sqrt{10}\,\text{cm}$

해설

작은 직사각형 한 개의 넓이 : $\frac{300}{5} = 60\,(\text{cm}^2)$

작은 직사각형의 짧은 변의 길이를 x 라고 하면 긴 변의 길이는 $\frac{3}{2}x$ 이다.

$\frac{3}{2}x \times x = 60,\ x^2 = 40,\ x = 2\sqrt{10}\,(\text{cm})$

$\overline{AD} = 3x,\ \overline{AB} = \frac{3}{2}x + x = \frac{5}{2}x$

따라서 둘레의 길이는 $\left(3x + \frac{5}{2}x\right) \times 2 = 11x = 22\sqrt{10}\,(\text{cm})$ 이다.

10. 이차방정식 $x^2 - 12x + 3 = 0$ 의 근의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 2 개

해설

$x^2 - 12x + 3 = 0$ 에서

$\frac{D}{4} = (-6)^2 - 1 \times 3 = 36 - 3 > 0$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 가진다.

11. 다음 보기와 같은 방법으로 이차방정식을 구하여라.

보기

이차항의 계수 : 1
두 근 : 1, 3
$(x-1)(x-3)=0 \Rightarrow x^2-4x+3=0$

(1) 이차항의 계수 : 1
두 근 : 2, -1 _ ⇒ _

(2) 이차항의 계수 : 2
두 근 : -1, 3 _ ⇒ _

(3) 이차항의 계수 : 3
두 근 : -2, -3 _ ⇒ _ [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 풀이참조

해설

이차항의 계수 : 1
(1) 두 근 : 2, -1
$(x-2)(x+1)=0 \Rightarrow x^2-x-2=0$
이차항의 계수 : 2
(2) 두 근 : -1, 3
$2(x+1)(x-3)=0 \Rightarrow 2x^2-4x-6=0$
이차항의 계수 : 3
(3) 두 근 : -2, -3
$3(x+2)(x+3)=0 \Rightarrow 3x^2+15x+18=0$

12. 이차방정식 $2x^2-ax+b=0$ 의 두 근이 -2, $\frac{1}{2}$ 일 때, $a+b^2$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

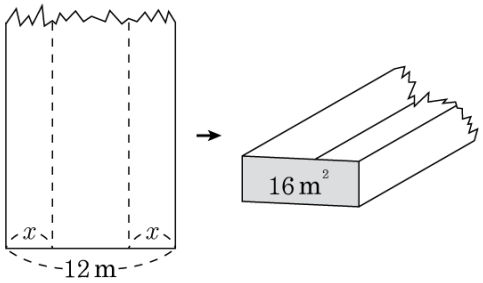
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\frac{a}{2}=-\frac{3}{2}$, $a=-3$
$\frac{b}{2}=-1$, $b=-2$
$\therefore\ a+b^2=(-3)+(-2)^2=1$

13. 다음 그림과 같이 너비가 12 m 인 철판을 직사각형 모양으로 접어서 대형 수로를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 16 m² 일때, x 의 값을 구하는 식으로 옳은 것은?



[배점 3, 하상]

① $x^2-8x+6=0$ ② $2x^2-5x+8=0$
③ $8x^2-6x+1=0$ ④ $x^2-6x+8=0$
⑤ $6x^2-x+8=0$

해설

$(12-2x)x=16$
$2x^2-12x+16=0$
$\therefore\ x^2-6x+8=0$

14. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 의 양의 근을 고르면? [배점 3, 하상]

① $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$ ② $x = \dfrac{3 + \sqrt{15}}{3}$
③ $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$ ④ $x = \dfrac{3 + \sqrt{3}}{3}$
⑤ $x = \dfrac{3 - \sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식 (짝수 공식) 으로 풀면
$x = \dfrac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \dfrac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$
$\therefore\ 3 < \sqrt{15}$ 이므로 양의 해는 $\dfrac{3 + \sqrt{15}}{3}$

15. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 4x - 2 = 0$ 을 풀면? [배점 3, 하상]

① $x = 2 \pm \sqrt{6}$ ② $x = -2 \pm \sqrt{2}$
③ $x = -2 \pm \sqrt{6}$ ④ $x = 2 \pm \sqrt{2}$
⑤ $x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

근의 짝수공식에 대입하면,
$x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 1 \times (-2)}}{1} = -2 \pm \sqrt{6}$

16. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은? [배점 3, 하상]

① $x^2 - 6x - 2 = 0$ ② $x^2 - 3x - 4 = 0$
③ $2x^2 - 2x + 2 = 0$ ④ $2x^2 - 4x + 2 = 0$
⑤ $x^2 - x - 12 = 0$

해설

③ $D = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 2 < 0$ $\therefore$ 해가 없다.

17. 길이가 5cm 인 선분을 두 부분으로 나누어 그 각각의 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그렸더니 두 정사각형의 넓이의 비가 2 : 3 이 되었다. 작은 정사각형의 한 변의 길이는? [배점 3, 하상]

① $-10 - \sqrt{6}$ ② $-10 + \sqrt{6}$
③ $-5 + 5\sqrt{6}$ ④ $-5 - 5\sqrt{6}$
⑤ $-10 + 5\sqrt{6}$

해설

두 변의 길이를 x cm, $(5 - x)$ cm라 하면
$x^2 : (5 - x)^2 = 2 : 3$
$3x^2 = 2(5 - x)^2$
$x^2 + 20x - 50 = 0$
$x = -10 \pm 5\sqrt{6}$
$0 < x < 5$ 이므로 $x = -10 + 5\sqrt{6}$

18. 어떤 연속한 세 정수가 있다. 가장 큰 수의 제곱은 다른 두 수의 제곱의 합과 같을 때, 세 수를 구하여라. (단, 연속한 세 정수중 어느 하나도 0 은 아니다.)

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: 4

▷ 정답: 5

해설

연속한 세 정수를 $x-1,\ x,\ x+1$ 이라 하면

$(x+1)^2=(x-1)^2+x^2$

$x^2+2x+1=2x^2-2x+1$

$x^2-4x=0$

$x(x-4)=0$

$x=0$ 또는 $x=4$ 이다.

어떤 수 중 0 은 없으므로 $x=4$ 이다.

따라서 연속한 세 정수는 3, 4, 5이다.

19. 어떤 물체를 초속 50m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이가 $(50t-5t^2)$m 이다. 이 물체가 처음으로 높이 105m 가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3초

해설

$50t-5t^2=105$ 이므로

$5t^2-50t+105=0$

$t^2-10t+21=0$

$(t-3)(t-7)=0$

따라서 $t=3,\ 7$이다.

처음으로 105m 가 되는 것은 쏘아올린 지 3 초 후이다.

20. 지상 10m 의 높이에서 6m/s 로 위로 똑바로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이는 $10+6x-3x^2$(m) 라고 한다. 이 물체의 높이가 13 m 로 되는 것은 던져 올린 지 몇 초 후가 되는지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 1초후

해설

x초 후에 높이가 13 m 되었다면

$10+6x-3x^2=13$

$3x^2-6x+3=0$

$x^2-2x+1=0$

$(x-1)^2=0$

$\therefore x=1$

21. 이차방정식 A 가 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 B 의 두 근일 때, $\frac{n}{m}$ 의 값을 구하여라.

$A: x^2+(k-2)x+4=0$

$B: x^2+mx+n=0$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

A 가 중근을 가지려면 $(k-2)^2-4\times1\times4=0$ 이 되어야 한다.

$k^2-4k-12=0$

$(k-6)(k+2)=0$

$\therefore k=-2$ 또는 $k=6$

$-2, 6$이 이차방정식 B의 두 근이므로

$-m=-2+6=4,\ m=-4$

$n=-2\times6=-12$

$\therefore \frac{n}{m}=3$

22. 이차방정식 $x^2 + x - 5 = 0$ 의 두 근의 합과 곱이 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근일 때, $m + n$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

근과 계수와의 관계에 의해 두 근의 합은 -1 , 두 근의 곱은 -5

따라서 -1, -5 가 $x^2+mx+n=0$ 의 두 근이다.

$-m = (-1)+(-5) = -6$, $n = (-1)\times(-5) = 5$

$m = 6$, $n = 5$

$\therefore\ m+n = 11$

23. 지상에서 10m 의 높이에 있는 건물의 옥상에서 초속 20m 로 똑바로 위로 던진 공의 x 초 후의 높이가 $h = (10 - 2x^2 + 20x)$ m 라고 할 때, 공이 다시 건물의 옥상으로 떨어질 때까지 걸리는 시간을 구하여라. (단, 단위는 생략) [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$h = 10 - 2x^2 + 20x$ 에서 공이 옥상에 떨어지는 것은 높이 h 가 10 m가 될 때이다.

$10 = 10-2x^2+20x$, $x^2-10x = 0$, $x(x-10) = 0$

$x > 0$ 이므로 $x = 10$