

약점 보강 4

1. 이차방정식 $(3x-4)^2 - 2(x-3)^2 = 0$ 을 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 나타낼 때, $ac-b$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(3x-4)^2 - 2(x-3)^2 &= 0 \\ 9x^2 - 24x + 16 - 2x^2 + 12x - 18 &= 0 \\ 7x^2 - 12x - 2 &= 0 \\ \therefore a &= 7, b = -12, c = -2 \\ \therefore ac - b &= -14 + 12 = -2\end{aligned}$$

2. $x^2 - 3x + 1 = ax^2 + bx$ 이 이차방정식 일 때, a 값이 될 수 없는 것을 구하여라.(단, a, b 는 상수이다.)

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 3x + 1 &= ax^2 + bx \text{ 에서} \\ (1-a)x^2 - (3+b)x + 1 &= 0 \\ \therefore x^2 \text{ 의 계수가 } 0 \text{ 이 아니어야 하므로 } a &\neq 1\end{aligned}$$

3. 이차방정식 $(3x-1)(x+2)=0$ 을 풀면?

[배점 3, 중하]

- ① $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = -2$
 ② $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -2$
 ③ $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$
 ④ $x = 1$ 또는 $x = -3$
 ⑤ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -3$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 수를 찾는다.

4. 두 집합 $A = \{x|x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{x|3x^2 - 7x - 6 = 0\}$ 에서 $A \cup B$ 의 원소의 개수는?

[배점 3, 하상]

- ① 4 개 ② 3 개 ③ 2 개
 ④ 1 개 ⑤ 0 개

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - 3 &= 0 \\ (x-3)(x+1) &= 0 \\ x &= 3, -1 \\ \therefore A &= \{-1, 3\} \\ 3x^2 - 7x - 6 &= 0 \\ (3x+2)(x-3) &= 0 \\ x &= 3, -\frac{2}{3} \\ \therefore B &= \left\{-\frac{2}{3}, 3\right\} \\ \therefore A \cup B &= \left\{-1, -\frac{2}{3}, 3\right\}\end{aligned}$$

5. 다음 중 $x = -3$ 이 해가 되는 이차방정식은? (정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① $x(x+2) = 0$ ② $x^2 + 2x - 3 = 0$
 ③ $x^2 + 5x + 6 = 0$ ④ $2x^2 - x - 1 = 0$
 ⑤ $2x^2 + 4 = 0$

해설

- ② $(x-1)(x+3) = 0$
 ③ $(x+2)(x+3) = 0$

6. 이차방정식 $x^2 - 2(x+A) - 5 = 0$ 이 $x = B$ 를 중근으로 가질 때, 상수 A, B 에 대하여 AB 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : -3

해설

$x^2 - 2x - 2A - 5 = 0$ 이 중근을 가지므로
 $-2A - 5 = \left(\frac{-2}{2}\right)^2 = 1$
 $\therefore A = -3$
 즉, $x^2 - 2x + 1 = 0$ 이므로 $(x-1)^2 = 0, x = 1$
 $\therefore A = -3, B = 1$
 그러므로 $AB = -3$ 이다.

7. 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀 때, 근으로 알맞은 것은?

$$x^2 - 4x + 2 = 0$$

[배점 3, 하상]

- ① $2 \pm \sqrt{2}$ ② $3 \pm \sqrt{2}$ ③ $3 \pm \sqrt{3}$
 ④ $2 \pm \sqrt{3}$ ⑤ $4 \pm \sqrt{2}$

해설

$$x^2 - 4x = -2, x^2 - 4x + 4 = -2 + 4$$

$$(x-2)^2 = 2$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{2}$$

8. $3x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 해를 구하면 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 이다. 이때, $A + B$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$$3x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -1$$

$$3(x-1)^2 = 2$$

$$(x-1)^2 = \frac{2}{3}$$

$$x-1 = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \quad \therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}$$

$$A = 3, B = 6 \quad \therefore A + B = 9$$

9. 이차방정식 $ax^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근이 1 일 때, a 의 값과 또 다른 근과의 곱을 구하면? [배점 3, 하상]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $a - 1 - 1 = 0 \therefore a = 2$
따라서 주어진 식은 $2x^2 - x - 1 = 0$
 $(2x + 1)(x - 1) = 0$
 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 1$
 $\therefore 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -1$

10. 이차방정식 $(a - 1)x^2 - 7x + 3 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 상수 a 의 값과 나머지 한 근을 구하면? [배점 3, 하상]

① $a = -3, x = -2$ ② $a = -3, x = 2$
③ $a = 3, x = \frac{1}{2}$ ④ $a = 3, x = -\frac{1}{2}$
⑤ $a = -3, x = \frac{1}{2}$

해설

$(a - 1)x^2 - 7x + 3 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면
 $(a - 1) \times 3^2 - 7 \times 3 + 3 = 0$
 $9(a - 1) - 18 = 0 \therefore a = 3$
 $2x^2 - 7x + 3 = 0, (x - 3)(2x - 1) = 0$
 $\therefore x = 3$ 또는 $x = \frac{1}{2}$
따라서 $a = 3$ 이고 나머지 한 근은 $x = \frac{1}{2}$

11. 두 집합 $A = \{x | x^2 - 5x + 6 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 9 = 0\}$ 에서 집합 $A \cap B$ 의 원소는? [배점 3, 하상]

① -3 ② 0 ③ 2 ④ 3 ⑤ 9

해설

$x^2 - 5x + 6 = 0$
 $(x - 3)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = 2, 3$
 $x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3) = 0$
 $\therefore x = \pm 3$
따라서, 공통인 해는 $x = 3$ 이다.

12. 두 집합 $A = \{x | 2x^2 + 3x - 2 = 0\}$, $B = \{x | 2x^2 + 7x + 6 = 0\}$ 에 대하여 $A \cup B$ 를 구하면? [배점 3, 중하]

① $\left\{-\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}\right\}$ ② $\left\{-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 2\right\}$
③ $\left\{-2, -\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right\}$ ④ $\left\{-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 2\right\}$
⑤ $\left\{-2, -\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, 2\right\}$

해설

$2x^2 + 3x - 2 = 0$
 $(2x - 1)(x + 2) = 0$
 $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -2$
 $\therefore A = \left\{-2, \frac{1}{2}\right\}$
 $2x^2 + 7x + 6 = 0$
 $(2x + 3)(x + 2) = 0$
 $x = -\frac{3}{2}$ 또는 $x = -2$
 $\therefore B = \left\{-2, -\frac{3}{2}\right\}$
 $\therefore A \cup B = \left\{-2, -\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right\}$

13. 이차방정식 $x^2 - 7x + 2 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $ab(a+b)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\begin{aligned}(x-a)(x-b) &= 0 \\ x^2 - (a+b)x + ab &= 0 \\ a+b &= 7, ab = 2 \\ \therefore ab(a+b) &= 2 \times 7 = 14\end{aligned}$$

14. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

① $2x^2 + 4x + 2 = 0$

② $x^2 + 10x + 25 = 0$

③ $3x^2 - 7x + 2 = 0$

④ $10(x-1) = x^2 + 11$

⑤ $(x-3)^2 = 4$

해설

$$\begin{aligned}\text{① } 2x^2 + 4x + 2 &= 0 \text{ 에서 } 2(x^2 + 2x + 1) = 0, 2(x+1)^2 = 0 \\ \therefore x &= -1 \\ \text{② } x^2 + 10x + 25 &= 0 \text{ 에서 } (x+5)^2 = 0 \\ \therefore x &= -5 \\ \text{③ } 3x^2 - 7x + 2 &= 0 \text{ 에서 } (3x-1)(x-2) = 0 \\ \therefore x &= \frac{1}{3} \text{ 또는 } x = 2 \\ \text{④ } 10(x-1) &= x^2 + 11 \text{ 에서 } x^2 - 10x + 21 = 0, \\ (x-3)(x-7) &= 0 \\ \therefore x &= 3 \text{ 또는 } x = 7 \\ \text{⑤ } (x-3)^2 &= 4 \text{ 에서 } x^2 - 6x + 5 = 0, (x-1)(x-5) = 0 \\ \therefore x &= 1 \text{ 또는 } x = 5\end{aligned}$$

15. 이차방정식 $5x^2 + ax - a - 1 = 0$ 의 두 근이 $x = -3, x = b$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{55}$

해설

$$\begin{aligned}x &= -3 \text{ 을 주어진 식에 대입하면} \\ 5 \times (-3)^2 - 3a - a - 1 &= 0, a = 11 \\ 5x^2 + 11x - 11 - 1 &= 0 \\ 5x^2 + 11x - 12 &= 0 \\ (5x-4)(x+3) &= 0 \\ x &= \frac{4}{5}, x = -3 \\ \therefore b &= \frac{4}{5} \\ \frac{b}{a} &= \frac{4}{5} \times \frac{1}{11} = \frac{4}{55}\end{aligned}$$

16. 다음의 이차방정식의 음의 근만 모두 더하면?

㉠ $(x-3)(x-5)=0$

㉡ $(2x-1)(x+3)=0$

㉢ $(3x+1)(4x-2)=0$

[배점 4, 중중]

① $-\frac{5}{3}$

② $-\frac{7}{3}$

③ $-\frac{8}{3}$

④ $-\frac{10}{3}$

⑤ $-\frac{11}{3}$

해설

㉠ $x-3=0$ 또는 $x-5=0$

$\therefore x=3$ 또는 $x=5$

㉡ $2x-1=0$ 또는 $x+3=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 또는 $x=-3$

㉢ $3x+1=0$ 또는 $4x-2=0$

$\therefore x=-\frac{1}{3}$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

따라서 음의 근만 모두 더하면 $-3 - \frac{1}{3} = -\frac{10}{3}$

17. 다음에서 $AB \neq 0$ 과 같은 뜻을 갖는 것은?

[배점 4, 중중]

① $A \neq 0$ 또는 $B \neq 0$

② $A \neq 0$ 또는 $B = 0$

③ $A = 0$ 또는 $B \neq 0$

④ $A \neq 0$ 이고 $B \neq 0$

⑤ $A \neq 0$ 이고 $B = 0$

해설

$AB \neq 0$ 이려면 A, B 모두 0이 아니어야 한다.

18. 집합 $A = \{x | ax^2 + (5-4b)x - 6 = 0\}$ 에 대하여 $1 \in A$ 일 때, 상수 $a-4b$ 의 값을 구하면?

[배점 4, 중중]

① 15

② -8

③ 1

④ 8

⑤ 15

해설

이차방정식 $ax^2 + (5-4b)x - 6 = 0$ 에 $x=1$ 을 대입하면,

$a + 5 - 4b - 6 = 0$

$\therefore a - 4b = 1$