

Stress TEST

1. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 2, 하중]

- ① 13 은 소수이다.
- ② 52 는 합성수이다.
- ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ④ 짝수인 소수는 존재하지 않는다.
- ⑤ 5 보다 작은 소수는 2 개이다.

해설

- ③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ④ 2 는 짝수이면서 소수이다.
- ⑤ 5 보다 작은 소수는 2,3 으로 2 개이다.

2. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수 b 의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 a 라 할 때, $140 \times a$ 의 값은? [배점 2, 하중]

- ① 3600
- ② 4900
- ③ 6400
- ④ 8100
- ⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.

$$140 = 2^2 \times 5 \times 7$$

5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는 $5 \times 7 \times x^2$ (x^2 은 자연수) 꼴이다.

따라서 가장 작은 수 $a = 5 \times 7 = 35$ 이다.

$$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$$

3. 다음 중에서 두 수가 서로소인 것은?

[배점 2, 하중]

- ① (14, 22)
- ② (21, 49)
- ③ (27, 72)
- ④ (15, 58)
- ⑤ (2, 20)

해설

각각의 두 수의 최대공약수를 구해 보면

- ① (14, 22) $\Rightarrow 2$
- ② (21, 49) $\Rightarrow 7$
- ③ (27, 72) $\Rightarrow 9$
- ④ (15, 58) $\Rightarrow 1$
- ⑤ (2, 20) $\Rightarrow 2$

4. 가로 의 길이가 16 cm , 세로 의 길이가 20 cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?

[배점 2, 하중]

- ① 30 cm
- ② 40 cm
- ③ 50 cm
- ④ 60 cm
- ⑤ 80 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 16 과 20 의 공배수 이어야 하고, 가장 작은 정사각형을 만들려면 한 변의 길이는 16 과 20 의 최소공배수 이어야 한다. 따라서 정사각형의 한 변의 길이는 80 cm 이다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 16 \ 20} \\ \underline{4 \ 5} \end{array}$$

5. 두 자연수의 최대공약수는 15 이다. 이 두 자연수의 공약수가 아닌 것은? [배점 2, 하중]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 15 의 약수이므로 1, 3, 5, 15 이다.

6. 12 로 나누어도 1 이 남고, 16 로 나누어도 1 이 남는 자연수 중 100 보다 작은 자연수는? [배점 2, 하중]

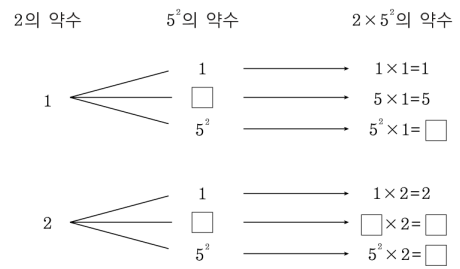
① 48, 96 ② 48, 97 ③ 49, 97
④ 50, 96 ⑤ 50, 97

해설

구하는 수는 12, 16 의 공배수보다 1 만큼 큰 수 중 100 보다 작은 수이다. 이때, 12, 16 의 최소공배수는 48이므로 12, 16 의 공배수는 48, 96, ... 이다.

따라서 구하는 수는 49, 97 이다.

7. 다음은 소인수분해를 이용하여 2×5^2 의 약수를 구하는 과정이다. 안에 들어갈 알맞은 수를 각각 써넣어 2×5^2 의 약수를 구하여라.

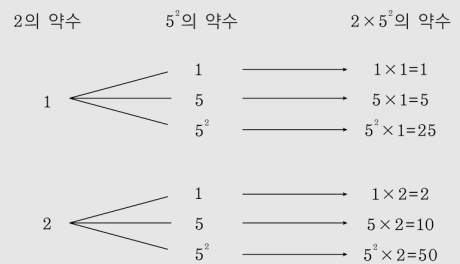


$\Rightarrow 2 \times 5^2$ 의 약수는 _____ 이다. [배점 2, 하중]

▶ **답:**

▷ **정답:** 해설 참조

해설



$\Rightarrow 2 \times 5^2$ 의 약수는 1, 2, 5, 10, 25, 50 이다.

8. 다음 중 밑줄 친 숫자가 실제로 나타내는 값이 가장 큰 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\underline{1}1000_{(2)}$ ② $\underline{1}010000_{(2)}$
 ③ $\underline{1}48$ ④ $\underline{1}29$
 ⑤ $\underline{1}90$

해설

- ① $2^4 = 16$
 ② $2^6 = 64$
 ③ 40
 ④ 20
 ⑤ 90

9. 세 자리 이진법의 수 중에서 가장 작은 수와 가장 큰 수를 구하시오. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $100_{(2)}$

▶ 정답: $111_{(2)}$

해설

세 자리 이진법 수 중에서 가장 큰 수는 $111_{(2)}$ 이고, 가장 작은 수는 $100_{(2)}$ 이다.

10. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는? [배점 3, 하상]

- ① 60 ② 61 ③ 120
 ④ 181 ⑤ 121

해설

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120 이다.

$$\therefore 120 + 1 = 121$$

11. 다음 두 수의 대소를 비교한 것 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $1 > 1_{(2)}$ ② $3 > 100_{(2)}$
 ③ $4 > 111_{(2)}$ ④ $7 < 110_{(2)}$
 ⑤ $10 < 1011_{(2)}$

해설

- ① $1 = 1_{(2)}$
 ② $3 < 100_{(2)} = 4$
 ③ $4 < 111_{(2)} = 7$
 ④ $7 > 110_{(2)} = 6$
 ⑤ $10 < 1011_{(2)} = 11$

12. 가로, 세로의 길이, 높이가 각각 48cm, 64cm, 80cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체의 개수를 가능한 적게 하려고 할 때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 16cm

해설

정육면체가 개수가 가능한 적어야 하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다.

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 $48 = 2^4 \times 3$, $64 = 2^6$, $80 = 2^4 \times 5$ 의 최대공약수 $2^4 = 16(\text{cm})$

13. 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 12cm, 20cm, 6cm 인 벽돌이 있다. 이들을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가능한 한 작은 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 60cm

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 20 \quad 6} \\ 2 \overline{) 6 \quad 10 \quad 3} \\ 3 \overline{) 3 \quad 5 \quad 3} \\ 1 \quad 5 \quad 1 \end{array}$$

정육면체의 한 모서리의 길이는 12, 20, 6 의 최소공배수 $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm})$ 이다.

14. $X = \{a, b\}$ 에서 a, b 의 최대공약수는 7, 두 수의 곱이 588 일 때, 집합 X 의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

a, b 의 최대공약수가 7 이므로

$a = 7x, b = 7y$ (x, y 는 서로소, $x < y$) 라 하면

$7x \times 7y = 588$ 이다. 따라서 $x \times y = 12$

즉, (x, y) 는 $(1, 12), (3, 4)$ 이므로 (a, b) 는 $(7, 84), (21, 28)$ 이다.

따라서 $X = \{7, 84\}$ 또는 $X = \{21, 28\}$ 이므로 집합 X 는 2 개이다.

15. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 $\square$ 안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면? [배점 3, 중하]

- ① 3 ② 4 ③ 7 ④ 9 ⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개) 이다.

④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개) 이다.

16. 다음 안에 들어갈 수를 차례대로 고른 것은?

(ㄱ) $2^2 \times 3, 2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수는 이다.

(ㄴ) $2 \times 5 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는 이다.

[배점 3, 중하]

① $2 \times 3, 2^2 \times 5$ ② $2, 2 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 5, 2 \times 5$ ④ $2, 2 \times 5$

⑤ $2 \times 3, 2 \times 7$

해설

(ㄱ)의 최대공약수는 2 이다.

(ㄴ)의 최대공약수는 2×5 이다.

따라서 차례대로 쓴 것은 2, 2×5 이다.

17. 1g, 2g, 4g, 8g, 16g 짜리 저울추가 각각 한 개씩 있고, 이 추들을 사용하여 어떤 물건의 무게를 재었더니 23g 이었다. 이 때, 사용되지 않은 추는 몇 g 짜리인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8g

해설

2) 23	
2) 11 ...	1
2) 15 ...	1
2) 2 ...	1
2) 1 ...	0
20 ...	1

$\therefore 23 = 10111_{(2)}$

$23 = 10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

따라서 사용되지 않은 추는 8g 짜리 추이다.

18. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 28 일 때, A 와 B 의 공배수 중 200 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 28 의 배수 중 200 보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $200 \div 28 = 7.14 \dots$

따라서 200 보다 작은 자연수의 개수는 7 개이다.

19. $x \times x \times y \times z \times y \times y = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

(준식) $= x^2 \times y^3 \times z$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 1$ 이다.

따라서 $a + b - c = 2 + 3 - 1 = 4$ 이다.

20. 7^{100} 을 계산하면 85 자리의 수가 된다. 이 수의 일의 자리의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

7의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 7, 9, 3, 1이 반복되는 것을 알 수 있다.

7의 거듭제곱수	일의 자리 수
$7^1 (=7)$	7
$7^2 (=7 \times 7=49)$	9
$7^3 (=7 \times 7 \times 7=343)$	3
$7^4 (=7 \times 7 \times 7 \times 7=2401)$	1
$7^5 (=7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7=16807)$	7
$\vdots$	$\vdots$

100은 4로 나누어 떨어지므로 7^{100} 의 일의 자리의 수는 1이다.

21. 270과 $2^2 \times a \times 7$ 의 최대공약수가 18일 때, a 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이고 $18 = 2 \times 3^2$ 이므로 $a = 3^2 = 9$

22. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

[배점 5, 상하]

① $2 \times 2 \times 4 \times 4 \times 7 = 2^2 \times 4^2 \times 7$

② $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{4}{3^3}$

③ $\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^2}$

④ $\frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^8}$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b = a^3 \times b^2$

해설

② $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4}$, ④ $\frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^6}$

23. 자연수를 원소로 하는 집합 $A = \{x | x = 2^2 \times 3^2 \times 5 \text{의 약수}\}$, $B = \{x | x = 2 \times 3^2 \times 5^3 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n(A \cup B)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$A = \{x | x = 2^2 \times 3^2 \times 5 \text{의 약수}\}$ 이므로, $n(A) = 3 \times 3 \times 2 = 18$

$B = \{x | x = 2 \times 3^2 \times 5^3 \text{의 약수}\}$ 이므로, $n(B) = 2 \times 3 \times 4 = 24$

$A \cap B = \{x | x \text{는 } 2 \times 3^2 \times 5 \text{의 약수}\}$ 이므로, $n(A \cap B) = 2 \times 3 \times 2 = 12$

$\therefore n(A \cup B) = 18 + 24 - 12 = 30$