Stress TEST

1. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 2, 하중]

① 13 은 소수이다.

② 52 는 합성수이다.

③ 가장 작은 소수는 1 이다.

④ 짝수인 소수는 존재하지 않는다.

⑤ 5 보다 작은 소수는 2 개이다.

해설

③ 1 은 소수도 합성수도 아니다.
④ 2 는 짝수이면서 소수이다.
⑤ 5 보다 작은 소수는 $2, 3$ 으로 2 개이다.

2. 140 에 어떤 자연수를 곱하였더니 자연수 b 의 제곱이 되었다. 곱할 수 있는 자연수 중 가장 작은 자연수를 a 라 할 때, $140 \times a$ 의 값은? [배점 2, 하중]

① 3600 ② 4900 ③ 6400

④ 8100 ⑤ 10000

해설

어떤 자연수를 소인수분해했을 때, 모든 소인수의 지수가 짝수이면 그 수는 다른 자연수의 제곱이 된다.
$140 = 2^2 \times 5 \times 7$
5 와 7 의 지수가 홀수이므로 제곱수가 되기 위해 곱해 주어야 하는 수는 $5 \times 7 \times x^2$ (x^2 은 자연수) 꼴이다.
따라서 가장 작은 수 $a = 5 \times 7 = 35$ 이다.
$140 \times 35 = 2^2 \times 5 \times 7 \times 5 \times 7 = (2 \times 5 \times 7)^2 = (70)^2 = 4900$

3. 다음 중에서 두 수가 서로소인 것은?

[배점 2, 하중]

① (14, 22) ② (21, 49) ③ (27, 72)

④ (15, 58) ⑤ (2, 20)

해설

각각의 두 수의 최대공약수를 구해 보면
① (14, 22) ⇒ 2
② (21, 49) ⇒ 7
③(27, 72) ⇒ 9
④ (15, 58) ⇒ 1
⑤ (2, 20) ⇒ 2

4. 가로의 길이가 16 cm , 세로의 길이가 20 cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?

[배점 2, 하중]

① 30 cm ② 40 cm ③ 50 cm

④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 16 과 20 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정사각형을 만들려면 한 변의 길이는 16 과 20 의 최소공배수이어야 한다.
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 80 cm 이다.

$$\begin{array}{r|ll} 4 & 16 & 20 \\ \hline & 4 & 5 \end{array}$$

5. 두 자연수의 최대공약수는 15 이다. 이 두 자연수의 공약수가 아닌 것은? [배점 2, 하중]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 15 의 약수이므로 $1, 3, 5, 15$ 이다.

6. 12 로 나누어도 1 이 남고, 16 로 나누어도 1 이 남는 자연수 중 100 보다 작은 자연수는?

[배점 2, 하중]

① $48, 96$ ② $48, 97$ ③ $49, 97$

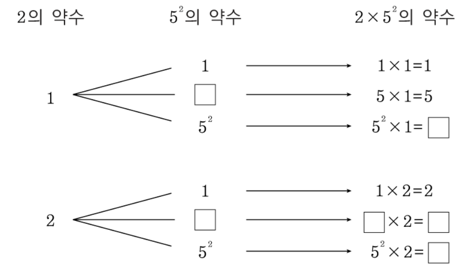
④ $50, 96$ ⑤ $50, 97$

해설

구하는 수는 12, 16 의 공배수보다 1 만큼 큰 수 중 100 보다 작은 수이다. 이때, 12, 16 의 최소공배수는 48이므로 12, 16 의 공배수는 48, 96, $\cdots$ 이다.

따라서 구하는 수는 $49, 97$ 이다.

7. 다음은 소인수분해를 이용하여 2×5^2 의 약수를 구하는 과정이다. $\boxed{}$안에 들어갈 알맞은 수를 각각 써넣어 2×5^2 의 약수를 구하여라.

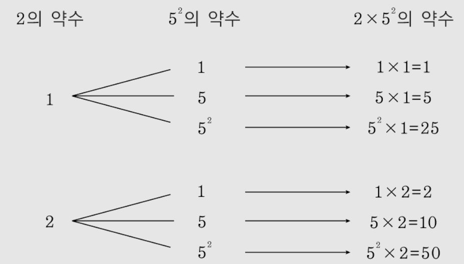


$\Rightarrow 2 \times 5^2$ 의 약수는 ______이다. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 해설 참조

해설



$\Rightarrow 2 \times 5^2$ 의 약수는 $1, 2, 5, 10, 25, 50$ 이다.

8. 다음 중 밑줄 친 숫자가 실제로 나타내는 값이 가장 큰 것은? [배점 3, 하상]

① $\underline{1}1000_{(2)}$ ② $\underline{1}010000_{(2)}$

③ $1\underline{4}8$ ④ $1\underline{2}9$

⑤ $1\underline{9}0$

해설

① $2^4 = 16$
② $2^6 = 64$
③ 40
④ 20
⑤ 90

9. 세 자리 이진법의 수 중에서 가장 작은 수와 가장 큰 수를 구하시오. [배점 3, 하상]

▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : $100_{(2)}$
▷ 정답 : $111_{(2)}$

해설

세 자리 이진법 수 중에서 가장 큰 수는 $111_{(2)}$ 이고, 가장 작은 수는 $100_{(2)}$ 이다.

10. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는? [배점 3, 하상]

① 60 ② 61 ③ 120

④ 181 ⑤ 121

해설

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.
4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120 이다.
$\therefore\ 120 + 1 = 121$

11. 다음 두 수의 대소를 비교한 것 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

① $1 > 1_{(2)}$ ② $3 > 100_{(2)}$

③ $4 > 111_{(2)}$ ④ $7 < 110_{(2)}$

⑤ $10 < 1011_{(2)}$

해설

① $1 = 1_{(2)}$
② $3 < 100_{(2)} = 4$
③ $4 < 111_{(2)} = 7$
④ $7 > 110_{(2)} = 6$
⑤ $10 < 1011_{(2)} = 11$

12. 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 48 cm, 64 cm, 80 cm 인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체 상자들로 빈틈없이 채우려고 한다. 정육면체의 개수를 가능한 적게 하려고 할 때, 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 cm

해설

정육면체가 개수가 가능한 적어야 하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다.
따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는
$48 = 2^4 \times 3$, $64 = 2^6$, $80 = 2^4 \times 5$ 의 최대공약수
$2^4 = 16(\text{cm})$

13. 가로, 세로의 길이와 높이가 각각 12cm , 20cm , 6cm 인 벽돌이 있다. 이들을 같은 방향으로 빈틈없이 쌓아서 가능한 한 작은 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 60 cm

해설

$$\begin{array}{r|rrr} 2 & 12 & 20 & 6 \\ \hline 2 & 6 & 10 & 3 \\ \hline 3 & 3 & 5 & 3 \\ \hline & 1 & 5 & 1 \end{array}$$

정육면체의 한 모서리의 길이는 12 , 20 , 6 의 최소공배수 $2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm})$ 이다.

14. $X = \{a, b\}$ 에서 a, b 의 최대공약수는 7 , 두 수의 곱이 588 일 때, 집합 X 의 개수는? [배점 3, 중하]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

a, b 의 최대공약수가 7 이므로
$a = 7x, b = 7y$ (x , y 는 서로소, $x < y$)라 하면
$7x \times 7y = 588$이다. 따라서 $x \times y = 12$
즉, (x , y)는 $(1, 12), (3, 4)$ 이므로 (a, b)는 $(7, 84), (21, 28)$ 이다.
따라서 $X = \{7, 84\}$ 또는 $X = \{21, 28\}$ 이므로 집합 X 는 2 개이다.

15. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 $\boxed{}$ 안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면? [배점 3, 중하]

① 3 ② 4 ③ 7 ④ 9 ⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)이다.
④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

16. 다음 $\boxed{}$ 안에 들어갈 수를 차례대로 고른 것은?

> (ㄱ) $2^2 \times 3, 2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 5 \times 7$ 의 최대공약수는 $\boxed{}$ 이다.
> (ㄴ) $2 \times 5 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는 $\boxed{}$ 이다.

[배점 3, 중하]

① 2×3 , $2^2 \times 5$ ② 2 , 2×3
③ $2 \times 3 \times 5$, 2×5 ④ 2 , 2×5
⑤ 2×3 , 2×7

해설

(ㄱ)의 최대공약수는 2 이다.
(ㄴ)의 최대공약수는 2×5 이다.
따라서 차례대로 쓴 것은 2 , 2×5 이다.

17. 1g, 2g, 4g, 8g, 16g 짜리 저울추가 각각 한 개씩 있고, 이 추들을 사용하여 어떤 물건의 무게를 재었더니 23g 이었다. 이 때, 사용되지 않은 추는 몇 g 짜리인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :
▷ 정답 : 8 g

해설

$$\begin{array}{rl} 2\,) \underline{23} & \\ 2\,) \underline{11} & \cdots\ 1 \\ 2\,) \underline{15} & \cdots\ 1 \\ 2\,) \underline{\ \ 2} & \cdots\ 1 \\ 2\,) \underline{\ \ 1} & \cdots\ 0 \\ 0 & \cdots\ 1 \end{array} \uparrow$$

$\therefore 23 = 10111_{(2)}$
$23 = 10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
따라서 사용되지 않은 추는 8g 짜리 추이다.

18. 두 자연수 A , B 의 최소공배수가 28 일 때, A 와 B 의 공배수 중 200 이하의 자연수의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 7 개

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 최소공배수인 28 의 배수 중 200 보다 작은 자연수의 개수를 구한다. $200 \div 28 = 7.14 \cdots$
따라서 200 보다 작은 자연수의 개수는 7 개이다.

19. $x \times x \times y \times z \times y \times y = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b - c$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :
▷ 정답 : 4

해설

(준식)$= x^2 \times y^3 \times z$ 이므로 $a = 2$, $b = 3$, $c = 1$ 이다.
따라서 $a + b - c = 2 + 3 - 1 = 4$ 이다.

20. 7^{100} 을 계산하면 85 자리의 수가 된다. 이 수의 일의 자리의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

7 의 거듭제곱 수마다 일의 자리 수를 구해보면 7, 9, 3, 1 이 반복되는 것을 알 수 있다.

7의 거듭제곱수	일의 자리 수
7^1 (=7)	7
7^2 (=7×7=49)	9
7^3 (=7×7×7=343)	3
7^4 (=7×7×7×7=2401)	1
7^5 (=7×7×7×7×7=16807)	7
⋮	⋮

100 은 4 로 나누어 떨어지므로 7^{100} 의 일의 자리의 수는 1 이다.

21. 270 과 $2^2 \times a \times 7$ 의 최대공약수가 18 일 때, a 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이고 $18 = 2 \times 3^2$ 이므로

$a = 3^2 = 9$

22. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?(정답 2 개) [배점 5, 상하]

① $2 \times 2 \times 4 \times 4 \times 7 = 2^2 \times 4^2 \times 7$

② $\dfrac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \dfrac{4}{3^3}$

③ $\dfrac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \dfrac{1}{2^2 \times 5^2}$

④ $\dfrac{1}{3^2 \times 3^4} = \dfrac{1}{3^8}$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b = a^3 \times b^2$

해설

② $\dfrac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \dfrac{1}{3^4}$, ④ $\dfrac{1}{3^2 \times 3^4} = \dfrac{1}{3^6}$

23. 자연수를 원소로 하는 집합 $A = \{x | x = 2^2 \times 3^2 \times 5$의 약수$\}$, $B = \{x | x = 2 \times 3^2 \times 5^3$의 약수$\}$ 에 대하여 $n(A \cup B)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$A = \{x | x = 2^2 \times 3^2 \times 5$의 약수$\}$ 이므로, $n(A) = 3 \times 3 \times 2 = 18$

$B = \{x | x = 2 \times 3^2 \times 5^3$의 약수$\}$ 이므로, $n(B) = 2 \times 3 \times 4 = 24$

$A \cap B = \{x | x$ 는 $2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수$\}$이므로, $n(A \cap B) = 2 \times 3 \times 2 = 12$

$\therefore n(A \cup B) = 18 + 24 - 12 = 30$