

약점 보강 3

1. 이차방정식 $(3x-4)^2 - 2(x-3)^2 = 0$ 을 $ax^2+bx+c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $ac - b$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$$\begin{aligned} (3x-4)^2 - 2(x-3)^2 &= 0 \\ 9x^2 - 24x + 16 - 2x^2 + 12x - 18 &= 0 \\ 7x^2 - 12x - 2 &= 0 \\ \therefore a = 7, b = -12, c = -2 \\ \therefore ac - b &= -14 + 12 = -2 \end{aligned}$$

2. 수학 시험 문제에 'x² - 8x + 12 = 0 을 인수분해를 이용하여 풀어라.' 라는 문제가 출제되어 민수, 수진, 영민이가 다음과 같이 답을 적었다. 다음 중 올바른 답을 적은 사람은 누구인지 구하여라.

민수 : $x = 2$ 이고 $x \neq 6$
 수진 : $x \neq 2$ 또는 $x = 6$
 영민 : $x = 2$ 또는 $x = 6$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 영민

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 8x + 12 = 0 \text{ 에서 } (x-2)(x-6) &= 0 \\ x-2 = 0 \text{ 또는 } x-6 = 0 \\ \therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 6 \end{aligned}$$

3. $x^2 - 3x + 1 = ax^2 + bx$ 이 이차방정식 일 때, a 값이 될 수 없는 것을 구하여라.(단, a, b 는 상수이다.)

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + 1 &= ax^2 + bx \text{ 에서} \\ (1-a)x^2 - (3+b)x + 1 &= 0 \\ \therefore x^2 \text{ 의 계수가 } 0 \text{ 이 아니어야 하므로 } a &\neq 1 \end{aligned}$$

4. 이차방정식 $x^2 - 4x + a = 0$ 의 해를 완전제곱식을 이용하여 풀었을 때, 유리수 해를 가지는 a 의 값을 모두 구하여라.(단, a ≥ 0)

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 0

▷ 정답: 3

▷ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x = -a \text{ 이고 완전제곱식이 되도록 양변에 } 4 \text{ 를 더하면} \\ x^2 - 4x + 4 = -a + 4, (x-2)^2 = -a + 4, x-2 = \pm\sqrt{4-a}, x = 2 \pm \sqrt{4-a} \\ \text{유리수 해를 가져야 하므로 } 4-a \text{ 가 } 4, 1, 0 \text{ 이어야 한다. 따라서} \\ 4-a = 0, a = 4, 4-a = 4, a = 0, 4-a = 1, a = 3 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

5. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 3ax - 2a = 0$ 의 한 근이 1 일 때, 다른 한 근은?(단, a 는 상수)
[배점 3, 하상]

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x^2 + 3ax - 2a = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면
 $1 + 3a - 2a = 0, a = -1$
 $x^2 - 3x + 2 = 0, (x - 2)(x - 1) = 0$
 $\therefore x = 2$ 또는 $x = 1$

6. 이차방정식 $2(x - 1)^2 = 6$ 의 두 근의 합은?
[배점 3, 하상]

① -10 ② $-2\sqrt{3}$ ③ -2
 ④ 2 ⑤ 4

해설

$2(x - 1)^2 - 6 = 0$
 $(x - 1)^2 = 3$
 $x = 1 \pm \sqrt{3}$
 $(1 + \sqrt{3}) + (1 - \sqrt{3}) = 2$

7. 두 집합 $A = \{x \mid x + 5 = 0\}, B = \{x \mid 3x - 1 = 0\}$ 에 대하여 집합 $\{x \mid (3x - 1)(x + 5) = 0\}$ 을 옳게 표현한 것은?
[배점 3, 하상]

① \emptyset ② $A \cup B$ ③ $A \cap B$
 ④ $A - B$ ⑤ $B - A$

해설

$(x + 5) = 0$ 또는 $(3x - 1) = 0$
 $A \cup B$

8. 이차방정식 $ax^2 - 5x - 3 = 0$ ($a \neq 0$)의 한 근이 3 일 때, 상수 a 의 값과 다른 한 근을 구하면?
[배점 3, 하상]

① $a = 3, x = -\frac{1}{3}$ ② $a = 3, x = \frac{1}{3}$
 ③ $a = 2, x = -\frac{1}{2}$ ④ $a = 2, x = \frac{1}{2}$
 ⑤ $a = 2, x = 3$

해설

$x = 3$ 을 대입하면 $9a - 15 - 3 = 0 \therefore a = 2$
 $2x^2 - 5x - 3 = 0$
 $(2x + 1)(x - 3) = 0$
 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 3$
 $\therefore a = 2, x = -\frac{1}{2}$

9. 두 집합 $A = \{x|x^2 - 2x - 3 = 0\}$, $B = \{x|3x^2 - 7x - 6 = 0\}$ 에서 $A \cup B$ 의 원소의 개수는?
[배점 3, 하상]

- ① 4 개 ② 3 개 ③ 2 개
④ 1 개 ⑤ 0 개

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2x - 3 &= 0 \\ (x - 3)(x + 1) &= 0 \\ x &= 3, -1 \\ \therefore A &= \{-1, 3\} \\ 3x^2 - 7x - 6 &= 0 \\ (3x + 2)(x - 3) &= 0 \\ x &= 3, -\frac{2}{3} \\ \therefore B &= \left\{-\frac{2}{3}, 3\right\} \\ \therefore A \cup B &= \left\{-1, -\frac{2}{3}, 3\right\} \end{aligned}$$

10. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 의 한 근이 2 일 때, a 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

해설

이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,
 $2 \times 2^2 - 11 \times 2 + a = 0$
 $8 - 22 + a = 0$
 $\therefore a = 14$

11. 이차방정식 $2x^2 - (k+3)x + 2k = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값 들의 곱을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - (k+3)x + 2k &= 2(x-a)^2 \\ &= 2x^2 - 4ax + 2a^2 = 0 \\ k+3 &= 4a, 2a^2 = 2k \\ (k+3)^2 &= 16k \\ k^2 - 10k + 9 &= 0 \\ (k-1)(k-9) &= 0 \\ \therefore k &= 1 \text{ 또는 } k = 9 \therefore 1 \times 9 = 9 \end{aligned}$$

12. x 의 값의 범위가 $0 \leq x < 2$ 일 때, 이차방정식 $2x^2 - 7x + 6 = 0$ 을 만족시키는 해를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 - 7x + 6 &= 0 \\ (2x - 3)(x - 2) &= 0 \\ \therefore x &= \frac{3}{2} \text{ 또는 } x = 2 \\ x \text{ 의 값의 범위가 } 0 \leq x < 2 \text{ 이므로 } x &= \frac{3}{2} \end{aligned}$$

13. 이차방정식 $3x^2 + ax + 12 = 0$ 이 음수의 중근을 가질 때, a 의 값을 구하면? [배점 3, 중하]

- ① -12 ② -9 ③ 4
 ④ 9 ⑤ 12

해설

$$3x^2 + ax + 12 = 0$$

$$x^2 + \frac{a}{3}x + 4 = 0, (x+2)^2 = 0$$

$$\frac{a}{3} = 4 \quad \therefore a = 12$$

14. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은? [배점 3, 중하]

- ① $(x-2)(x+3) = 0$ ② $x^2 + 2x = 0$
 ③ $3x^2 + x - 1 = 0$ ④ $x^2 - 9x + 14 = 0$
 ⑤ $2x^2 - 8 = 0$

해설

④ $x = 7$ 또는 $x = 2$ 일 때 성립하므로 모두 양수이다.

15. 두 집합 $A = \{x|(x+6)(2x+3) = 0\}$, $B = \{x|(4x+6)(x-9) = 0\}$ 에 대하여 $B - A$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: {9}

해설

$$A = \{x|(x+6) = 0 \text{ 또는 } (2x+3) = 0\}, B = \{x|(4x+6) = 0 \text{ 또는 } (x-9) = 0\}$$

$$\therefore A = \left\{-6, -\frac{3}{2}\right\}, B = \left\{-\frac{3}{2}, 9\right\} \text{ 이므로}$$

$$B - A = \{9\} \text{ 이다.}$$

16. 이차방정식 $(3x-1)(x+2) = 0$ 을 풀면? [배점 3, 중하]

- ① $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = -2$
 ② $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -2$
 ③ $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$
 ④ $x = 1$ 또는 $x = -3$
 ⑤ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -3$

해설

각각의 항을 0 으로 만드는 수를 찾는다.

17. 다음 중 해가 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = 2$ 인 이차방정식을 고르면? [배점 4, 중중]

① $(2x + 1)(x + 2) = 0$

② $(2x - 1)(x + 2) = 0$

③ $-(2x - 1)(x - 2) = 0$

④ $-\frac{1}{2}x(x - 2) = 0$

⑤ $2(2x + 1)(x - 2) = 0$

해설

$$2x + 1 = 0 \text{ 또는 } x - 2 = 0$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 2$$

18. 두 집합 $A = \{x \mid 2x^2 + mx - 3 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + x + n = 0\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{-3\}$ 일 때, $m + n$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① -11

② -1

③ 1

④ 8

⑤ 11

해설

$A \cap B$ 이므로 -3 은 두 방정식의 공통의 해이다.
 $x = -3$ 을 두 방정식에 각각 대입하면
 $18 - 3m - 3 = 0$ 이므로 $m = 5$
 $9 - 3 + n = 0$ 이므로 $n = -6$
 $\therefore m + n = -1$