

약점 보강 2

1. 이차방정식 $3x^2 - 8x + 2 = 0$ 의 해를 완전제곱식을 이용하여 풀려고 한다. $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고쳐서 이차방정식의 해를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$ ② $x = \frac{3 \pm \sqrt{10}}{4}$
 ③ $x = \frac{4 \pm 2\sqrt{10}}{3}$ ④ $x = \frac{-4 \pm \sqrt{10}}{3}$
 ⑤ $x = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변을 3 으로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 - \frac{8}{3}x = -\frac{2}{3}$$

양변에 $\left(-\frac{8}{3} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{16}{9}$ 을 더하면

$$x^2 - \frac{8}{3}x + \frac{16}{9} = -\frac{2}{3} + \frac{16}{9}$$

$$\left(x - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{10}{9}$$

$$x - \frac{4}{3} = \pm \sqrt{\frac{10}{9}}$$

$$\therefore x = \frac{4}{3} \pm \frac{\sqrt{10}}{3}$$

2. 다음 중 이차방정식이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① $x(x - 7) = x^2 - 7x$
 ② $3x(x + 2) = 2x^2 + x + 1$
 ③ $(x + 4)^2 = 2x^2 + 2x + 1$
 ④ $(x + 1)^2 - 3(x + 1) = 28$
 ⑤ $(x - 1)(x + 3) = 3$

해설

① $x(x - 7) = x^2 - 7x$ 의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면

$$x(x - 7) - x^2 - 7x = 0$$

3. 이차방정식 $2x^2 + 4ax - 3a - 4 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① $-\frac{2}{7}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $\frac{11}{7}$
 ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

해설

$x = -1$ 을 대입하면

$$2 \times (-1)^2 + 4a \times (-1) - 3a - 4 = 0$$

$$2 - 4a - 3a - 4 = 0, a = -\frac{2}{7}$$

$$2x^2 - \frac{8}{7}x + \frac{6}{7} - 4 = 0, 7x^2 - 4x - 11 = 0$$

$$(7x - 11)(x + 1) = 0$$

$$x = \frac{11}{7} \text{ 또는 } x = -1$$

4. 이차 방정식 $3x^2 - ax - 16 = 0$ 의 한 근이 -4 일 때, a 와 다른 한 근의 곱을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{32}{3}$

해설

주어진 식에 x 대신 -4 를 대입하면

$$48 + 4a - 16 = 0$$

$$a = -8$$

$$3x^2 + 8x - 16 = 0$$

$$(3x - 4)(x + 4) = 0$$

$$x = \frac{4}{3}, x = -4$$

$$(\text{구하는 값}) = \frac{4}{3} \times (-8) = -\frac{32}{3}$$

5. $f(x) = (x+1)(x-2)$ 일 때, $f(x) = 4$ 를 만족시키는 x 의 값의 합을 구하면? [배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= 4 \\ (x+1)(x-2) &= 4 \\ x^2 - x - 2 - 4 &= 0 \\ x^2 - x - 6 &= 0 \\ (x-3)(x+2) &= 0 \\ \therefore x &= 3 \text{ 또는 } x = -2 \end{aligned}$$

따라서 x 의 값의 합은 1이다.

6. 이차방정식 $(x-2)^2 = 5$ 의 두 근의 곱을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} (x-2)^2 &= 5 \quad \therefore x = 2 \pm \sqrt{5} \\ \text{두 근의 곱을 구하면} \\ (2 + \sqrt{5})(2 - \sqrt{5}) &= 4 - 5 = -1 \end{aligned}$$

7. 다음 중 이차방정식이 아닌 것을 고르면?

[배점 3, 하상]

- ① $x^2 + 3 = x^2 - 6x + 9 + 4x$
 ② $2x^2 + 3x + 1 = 0$
 ③ $x(2x + 1) = 4x^2 - 1$
 ④ $3x^2 - x = 0$
 ⑤ $(x-1)(x-2) = x-5$

해설

이차방정식은 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 의 꼴이므로

① $x^2 + 3 = x^2 - 6x + 9 + 4x$
 $2x - 6 = 0$: 일차방정식

8. $(x+4) : x = x : 2$ 를 만족하는 x 의 값은?

[배점 3, 하상]

- ① $x = 2$ 또는 $x = -4$
 ② $x = -2$ 또는 $x = 4$
 ③ $x = -2$ 또는 $x = -4$
 ④ $x = 0$ 또는 $x = 2$
 ⑤ $x = 0$ 또는 $x = -2$

해설

$$\begin{aligned} (x+4) : x &= x : 2 \\ x^2 &= 2(x+4), x^2 = 2x + 8 \\ x^2 - 2x - 8 &= 0, (x+2)(x-4) = 0 \\ \therefore x &= -2 \text{ 또는 } x = 4 \end{aligned}$$

9. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{5}$ 일 때 a 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

$x^2 - 2x + a = 0$ 에 $1 - \sqrt{5}$ 를 대입하면
 $(1 - \sqrt{5})^2 - 2(1 - \sqrt{5}) + a = 0$
 $1 - 2\sqrt{5} + 5 - 2 + 2\sqrt{5} + a = 0$
 $\therefore a = -4$

10. 이차방정식 $x^2 + 6x - 3 + k = 0$ 이 중근을 갖기 위한 실수 k 의 값은? [배점 3, 중하]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

중근이 되려면 $D = b^2 - 4ac = 0$ 이므로
 $36 - 4 \times 1 \times (-3 + k) = 0$
 $36 + 12 - 4k = 0$
 $4k = 48$
 $\therefore k = 12$

11. 두 이차방정식 $x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 의 공통근이 $x = 1$ 일 때, $a - b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① 0 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2 - ax + 3 = 0$, $x^2 + 2x - b = 0$ 에
 $x = 1$ 을 대입하면 $a = 4$, $b = 3$
 $\therefore a - b = 4 - 3 = 1$

12. 이차방정식 $(x - 1)(3x - 2) = 0$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$(x - 1)(3x - 2) = 0$
 $3x^2 - 5x + 2 = 0$
 $\therefore a = 3, b = -5, c = 2$
 $\therefore a + b + c = 3 - 5 + 2 = 0$

13. 이차방정식 $x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} = 0$ 이 중근을 가질 때, 양수 k 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $k = \frac{5}{2}$

해설

$$x^2 + (k-1)x + \frac{9}{16} = 0$$

i) $\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 = 0, x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0$
 $-\frac{3}{2} = k-1 \quad \therefore k = -\frac{1}{2}$

ii) $\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = 0, x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{16} = 0$
 $\frac{3}{2} = k-1 \quad \therefore k = \frac{5}{2}$

따라서 k 는 양수이므로 $k = \frac{5}{2}$

14. 두 이차방정식 $2x^2 - 2x - 12 = 0, 3x^2 - 11x + 6 = 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값은? [배점 3, 중하]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$2x^2 - 2x - 12 = 0$$

$$2(x-3)(x+2) = 0$$

$\therefore x = 0$
 3 또는 $x = -2$

$$3x^2 - 11x + 6 = (3x-2)(x-3) = 0$$

$\therefore x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = 3$

15. 이차방정식 $2x^2 + 6x - a = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 다른 한 근의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -6

해설

$x = 3$ 을 주어진 식에 대입하면

$$18 + 18 - a = 0$$

$\therefore a = 36$

$$2x^2 + 6x - 36 = 0, (2x+12)(x-3) = 0$$

$$(x+6)(x-3) = 0$$

$\therefore x = -6$ 또는 $x = 3$

따라서 다른 한 근은 3

16. x 가 집합 $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ 의 원소일 때, 방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 해는? [배점 3, 중하]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

집합의 원소들을 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 에 대입해본다.

17. 다음의 이차방정식에서 양의 근들의 합은?

$$\textcircled{㉠} (2x+1)(3x-1)=0$$

$$\textcircled{㉡} 2x(x-1)=0$$

$$\textcircled{㉢} 4\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right)=0$$

[배점 4, 중중]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

$$\textcircled{㉠} 2x+1=0 \text{ 또는 } 3x-1=0 \quad \therefore x=-\frac{1}{2}$$

$$\text{또는 } x=\frac{1}{3}$$

$$\textcircled{㉡} 2x=0 \text{ 또는 } x-1=0 \quad \therefore x=0 \text{ 또는 } x=1$$

$$\textcircled{㉢} x-\frac{1}{2}=0 \text{ 또는 } x-\frac{2}{3}=0 \quad \therefore x=\frac{1}{2} \text{ 또는 } x=\frac{2}{3}$$

$$\text{따라서 양의 근만 모두 더하면 } \frac{1}{3}+1+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=\frac{5}{2}$$

18. 이차방정식 $x^2+ax-2=0$ 의 한 근이 $x=-2$ 이고,
 $x^2+3x+b=0$ 의 한 근이 $x=-1$ 일 때, ab 의 값을
 구하면? [배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$x^2+ax-2=0 \text{에 } x=-2 \text{를 대입하면,}$$

$$4-2a-2=0 \quad \therefore a=1$$

$$x^2+3x+b=0 \text{에 } x=-1 \text{을 대입하면,}$$

$$1-3+b=0 \quad \therefore b=2$$

$$\therefore ab=2$$