실력 확인 문제

1. 다음 연립방정식을 대입법을 사용하여 풀어라.

$$\begin{cases} x = 2y - 5 \\ x - y + 2 = 0 \end{cases}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $y = 3$

해설

$$\begin{cases} x = 2y - 5 & \cdots ① \\ x - y + 2 = 0 & \cdots ② \end{cases}$$

①을 ②에 대입하면,

$(2y - 5) - y + 2 = 0$, $\therefore\ y = 3$

$\therefore\ x = 2y - 5 = 2 \times 3 - 5 = 1$

따라서 $x = 1,\ y = 3$ 이다.

2. 다음 중에서 해가 $(-1,\ 1)$ 인 연립방정식을 모두 고르면?(정답 2개) [배점 2, 하중]

① $\begin{cases} x + 3y = 2 \\ -6x + 7y = 13 \end{cases}$

② $\begin{cases} 0.3x + 0.5y = 3 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$

③ $\begin{cases} -4x + y = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$

④ $\begin{cases} 4x - 7y = -11 \\ -x + y = 2 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} 2x - 2y = 5 \\ \dfrac{x - y}{2} = -1 \end{cases}$

해설

② $x = -5,\ y = 9$

③ $x = 0,\ y = 0$

⑤ 해가 없다.

3. 연립방정식 $\begin{cases} 0.1x + 0.3y = 1 & \cdots ① \\ kx - 0.12y = -0.04 & \cdots ② \end{cases}$ 를 만족하는 x의 값이 y의 값의 2 배일 때, 상수 k의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 0.05$

해설

①식 양변에 10 을 곱하면, $x + 3y = 10$

$x = 2y$ 를 대입하면 $y = 2,\ x = 4$

②식 양변에 100 을 곱하면, $100kx - 12y = -4$

$(4,\ 2)$를 대입하면, $400k - 24 = -4$

$\therefore\ k = 0.05$

4. 다음 연립방정식을 풀면 ?

$$\begin{cases} 2x+5y=2 \\ 0.1x+0.3y=0.2 \end{cases}$$

[배점 3, 하상]

① $x=-4, y=2$ ② $x=4, y=-2$

③ $x=-2, y=4$ ④ $x=2, y=0$

⑤ $x=3, y=-2$

해설

$$\begin{cases} 2x+5y=2 \\ x+3y=2 \end{cases}$$

두 식을 연립하면, $y=2$, $x=-4$ 이다.

5. $A = \{(x,\ y)|(a-1)x-3y=9\}$, $B = \{(x,\ y)|-2x+3=0\}$ 일 때, $A \cap B = \varnothing$ 이 되는 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\frac{-2}{a-1} = \frac{3}{-3} \neq \frac{0}{9}$ 에서 $a=3$ 이다.

6. 연립방정식 $\begin{cases} m^2x-2y=m \\ 2y-9x=3 \end{cases}$ 의 해를 무수히 많게 하는 m 의 값은? [배점 3, 하상]

① -9 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

해설

두 번째 식에 $\times(-1)$ 을 해 주면 $9x-2y=-3$ 이 되고 이것이 첫 번째 식과 완전히 일치해야 하므로 $m^2=9$, $m=-3$ 이 성립한다. 따라서 $m=-3$ 이다.

7. 연립방정식 $\begin{cases} x+ay=1 \\ 3x-6y=10 \end{cases}$ 의 해가 없을 때 a 의 값을 구하면? [배점 3, 중하]

① -1 ② -2 ③ 0

④ -6 ⑤ -10

해설

$\frac{1}{3} = \frac{a}{-6} \neq \frac{1}{10}$ 이므로, $a=-2$

8. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+4y=7 \\ x-ay=5 \end{cases}$ 의 해가 없기 위한 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $a=-2$

해설

$\frac{2}{1}=\frac{4}{-a}\neq\frac{7}{5}$ 이므로 $a=-2$

9. 연립방정식 $\begin{cases} ax+3y=3 \\ 2x+y=b \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, $a+b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

해가 무수히 많을 조건은
$\frac{a}{2}=\frac{3}{1}=\frac{3}{b}$ 이므로
$a=6,\ b=1\ \therefore a+b=7$

10. 다음 중 해가 2 개 이상인 연립방정식은? [배점 3, 중하]

① $\begin{cases} 5x+2y=11 \\ -\frac{1}{2}x-\frac{1}{5}y=3 \end{cases}$

② $\begin{cases} x+y=2 \\ 3x+3y=4 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 0.2x+0.3y=0.4 \\ \frac{1}{6}x+\frac{1}{4}y=\frac{1}{3} \end{cases}$

④ $\begin{cases} x=y+3 \\ 2x-2y=5 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} 3x-y=-1 \\ 9x-3y=3 \end{cases}$

해설

해가 2 개 이상이라는 것은 연립방정식의 해가 무수히 많다는 것과 같다.
두 방정식의 미지수의 계수와 상수항이 각각 같을 때, 해가 무수히 많다.
따라서

① $\begin{cases} 5x+2y=11 & \cdots ㉠ \\ -\frac{1}{2}x-\frac{1}{5}y=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$
㉠ 과 $-10\times$ ㉡ 은 상수항만 다르므로 해가 없다.

② $\begin{cases} x+y=2 & \cdots ㉠ \\ 3x+3y=4 & \cdots ㉡ \end{cases}$
$3\times$ ㉠ 과 ㉡은 상수항만 다르므로 해가 없다.

③ $\begin{cases} 0.2x+0.3y=0.4 & \cdots ㉠ \\ \frac{1}{6}x+\frac{1}{4}y=\frac{1}{3} & \cdots ㉡ \end{cases}$
$10\times$ ㉠ $=12\times$ ㉡ 이므로 해가 무수히 많다.

④ 해가 없다.

⑤ 해가 없다.

11. $A = \{(x,\ y) \mid 2(0.1x - 0.2y) = 1\}$, $B = \left\{(x,\ y) \mid \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 4\right\}$ 일 때, $A \cap B$ 의 원소를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $(9, 2)$

해설

A 식의 양변에 10 을 곱한다.

$20(0.1x - 0.2y) = 10$

$2x - 4y = 10 \cdots ①$

B 식의 양변에 6 을 곱한다.

$2x + 3y = 24 \cdots ②$

① − ② 하면 $-7y = -14$

$\therefore\ x = 9,\ y = 2$

12. 두 집합 $A = \{(x, y) \mid -3(x - 2y) = -8x + 7\}$, $B = \{(x, y) \mid 2(x + 4y) - 3 = 4y + 3\}$에 대하여 다음 중 $A \cap B$은? [배점 4, 중중]

① $\{(2,\ 1)\}$ ② $\{(12,\ -1)\}$

③ $\{(3,\ 2)\}$ ④ $\{(-2,\ 3)\}$

⑤ $\{(-1,\ 2)\}$

해설

$\begin{cases} -3(x - 2y) = -8x + 7 & \cdots ㉠ \\ 2(x + 4y) - 3 = 4y + 3 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠, ㉡을 정리하면

$\begin{cases} 5x + 6y = 7 & \cdots ㉢ \\ 2x + 4y = 6 & \cdots ㉣ \end{cases}$

㉢ × 2 − ㉣ × 3을 하면 $4x = -4$

$\therefore x = -1$

$x = -1$을 ㉢에 대입하면 $-5 + 6y = 7$

$\therefore y = 2$

$\therefore A \cap B = \{(-1, 2)\}$

13. 다음 연립방정식을 풀면?

$\begin{cases} \{-(x + 4y) + 2x + y\} - 2 = 10 \\ 5(x - y) + 2(y - x) = 18 \end{cases}$

[배점 4, 중중]

① $x = -2,\ y = -2$ ② $x = 1,\ y = 0$

③ $x = 1,\ y = -1$ ④ $x = -2,\ y = 3$

⑤ $x = 3,\ y = -3$

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$\begin{cases} x - 3y = 12 & \cdots ㉠ \\ 3x - 3y = 18 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉡ − ㉠을 하면 $2x = 6 \quad \therefore x = 3$

$x = 3$을 ㉠에 대입하면 $3 - 3y = 12 \quad \therefore y = -3$

14. 다음 연립방정식의 해를 (x, y)로 바르게 나타낸 것은?

$\begin{cases} 2(3x - y) + 3y = 13 \\ 4x - 2(y - x) = 10 \end{cases}$

[배점 4, 중중]

① $(-1,\ 2)$ ② $(9,\ 5)$ ③ $(-2,\ 1)$

④ $(2,\ 1)$ ⑤ $(3,\ 1)$

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$\begin{cases} 6x + y = 13 & \cdots ㉠ \\ 6x - 2y = 10 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠ − ㉡을 하면 $3y = 3 \quad \therefore y = 1$

$y = 1$ 을 ㉠에 대입하면 $6x + 1 = 13 \quad \therefore x = 2$

$\therefore (2,\ 1)$

15. 다음 중 해가 없는 연립방정식은? [배점 4, 중중]

① $\begin{cases} 5x-2y=4 \\ 10x-4y=8 \end{cases}$

② $\begin{cases} \frac{1}{3}x-0.2y=1 \\ x-0.6y=3 \end{cases}$

③ $\begin{cases} 4y=8x+3 \\ 4x-2y=1 \end{cases}$

④ $\begin{cases} 0.4x-0.9y=1.2 \\ 8x=6(3y+4) \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} 2x-3(x+y)=6 \\ 3x+9y=-18 \end{cases}$

해설

두 방정식의 미지수의 계수는 각각 같고 상수항이 다를 때 해가 없다.

따라서

① $\begin{cases} 5x-2y=4 & \cdots ㉠ \\ 10x-4y=8 & \cdots ㉡ \end{cases}$

$2\times ㉠ = ㉡$ 이므로 해가 무수히 많다.

② $\begin{cases} \frac{1}{3}x-0.2y=1 & \cdots ㉠ \\ x-0.6y=3 & \cdots ㉡ \end{cases}$

$3\times ㉠ = ㉡$ 이므로 해가 무수히 많다.

③ $\begin{cases} 4y=8x+3 & \cdots ㉠ \\ 4x-2y=1 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠과 $2\times ㉡$ 은 상수항만 다르므로 해가 없다.

④ $\begin{cases} 0.4x-0.9y=1.2 & \cdots ㉠ \\ 8x=6(3y+4) & \cdots ㉡ \end{cases}$

$20\times ㉠ = ㉡$ 이므로 해가 무수히 많다.

⑤ $\begin{cases} 2x-3(x+y)=6 & \cdots ㉠ \\ 3x+9y=-18 & \cdots ㉡ \end{cases}$

$(-3)\times ㉠ = ㉡$ 이므로 해가 무수히 많다.

16. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=16 \\ x+2y=13+a \end{cases}$ 을 만족하는 x 와 y 의 값의 비가 3 : 2 일 때, $a+y$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 1 ② 4 ③ 5 ④ 7 ⑤ 10

해설

$x : y=3 : 2$ 이므로 $2x=3y$ 를 $2x+y=16$ 에 대입하면 $3y+y=16$,

따라서 $x=6,\ y=4$,

이것을 $x+2y=13+a$ 에 대입하면 $a=1$ 이다.

17. 다음 연립방정식의 해를 구하여라

$\begin{cases} \frac{7}{x}+9y=32 \\ \frac{6}{x}-3y=31 \end{cases}$ [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=\frac{1}{5}$

▷ 정답 : $y=-\frac{1}{3}$

해설

$\frac{1}{x}=X,\ y=Y$ 라 하면 주어진 식은

$\begin{cases} 7X+9Y=32 & \cdots ㉠ \\ 6X-3Y=31 & \cdots ㉡ \end{cases}$

$㉠+㉡\times 3$ 하면 $X=5,\ Y=-\frac{1}{3}$

$\therefore\ x=\frac{1}{5},\ y=-\frac{1}{3}$

18. x , y 에 관한 연립방정식 $\begin{cases} ax+y=5 \\ 2x-y=b \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때 $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=-7$

해설

해가 무수히 많은 조건을 $\frac{a}{2}=\frac{1}{-1}=\frac{5}{b}$ 이므로
$a=-2$, $b=-5$ $\therefore a+b=-7$

19. 연립방정식 $\begin{cases} ax-by=-4 \\ 5x+cy=-2 \end{cases}$ 을 푸는데, c 를 잘못 보아 $x=-1$, $y=\frac{3}{2}$ 을 해로 얻었다. 옳은 해가 $x=\frac{1}{2}$, $y=\frac{9}{4}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, c 는 옳은 값이다.) [배점 5, 중상]

① 5 ② 3 ③ 2 ④ 1 ⑤ 0

해설

옳은 해를 위의 두 방정식에 대입하면
$\frac{1}{2}a-\frac{9}{4}b=-4\cdots$㉠
$\frac{5}{2}+\frac{9}{4}c=-2$
$\therefore c=-2$
또한 잘못 얻은 해는 첫 번째 방정식을 만족하므로
이것을 대입하면 $-a-\frac{3}{2}b=-4\cdots$㉡
㉠과 ㉡을 연립해서 풀면 $a=1$, $b=2$
$\therefore a+b+c=1+2-2=1$

20. 다음 연립방정식을 풀어라.

$\begin{cases} 0.\dot{6}x-1.2y=3.\dot{9} \\ \frac{1}{5}(0.\dot{2}x-y)=0.\dot{8} \end{cases}$ [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=-\frac{10}{3}$

▷ 정답 : $y=-\frac{140}{27}$

해설

$\begin{cases} 0.\dot{6}x-1.2y=3.\dot{9} \\ \frac{1}{5}(0.\dot{2}x-y)=0.\dot{8} \end{cases}$
에서 무한소수를 분수로 정리하면
$\begin{cases} \frac{2}{3}x-1.2y=4 & \cdots$㉠ \\ \frac{1}{5}\left(\frac{2}{9}x-y\right)=\frac{8}{9} & \cdots$㉡ \end{cases}$
이다. 계수를 정수로 만들어 주기 위해
$15\times$㉠, $45\times$㉡ 하면
$\begin{cases} 10x-18y=60 & \cdots$㉢ \\ 2x-9y=40 & \cdots$㉣ \end{cases}$
이므로 x 를 소거하기 위해 ㉢ $-5\times$ ㉣ 하면
$y=-\frac{140}{27}$ 이고, $y=-\frac{140}{27}$ 를 대입하면 $x=-\frac{10}{3}$
이다.