

단원 종합 평가

1. 다음은 수진, 영우, 희망이가 전체집합 U 의 두 부분 집합 A, B 에 대하여 $B \subset A$ 일 때, 두 집합사이의 관계를 표현한 것이다. 바르게 표현한 사람은 누구인지 말하여라.

수진 : $A - B = \emptyset$
 영우 : $A \cap B = A$
 희망 : $B - A = \emptyset$

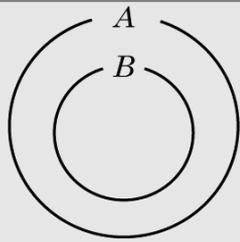
[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 희망

해설

A 이면 집합 A, B 는 다음 벤 다이어그램과 같은 포함관계를 만족한다.
 따라서 $B - A = \emptyset, A \cap B = B$ 이다.



2. 다음 이진법으로 나타낸 두 수에서 ㉠이 실제로 나타내는 값은 ㉡이 실제로 나타내는 값의 몇 배인지 구하여라.

$$\begin{array}{cc} 101101_{(2)} & 101101_{(2)} \\ \textcircled{\text{㉠}} & \textcircled{\text{㉡}} \end{array}$$

[배점 2, 하중]

- ㉠ $\frac{1}{4}$ ㉡ $\frac{1}{2}$ ㉢ 1 ㉣ 2 ㉤ 3

해설

$$101101_{(2)} \\ \uparrow \\ 2^5 \text{의 자리}$$

$$\therefore \textcircled{\text{㉠}} = 1 \times 2^5 = 32$$

$$101001_{(2)} \\ \uparrow \\ 2^3 \text{의 자리}$$

$$\therefore \textcircled{\text{㉡}} = 1 \times 2^3 = 8$$

$$\text{따라서 } \textcircled{\text{㉡}} \div \textcircled{\text{㉠}} = 8 \div 32 = \frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

3. 두 집합 $A = \{x | 1 \leq x \leq 20 \text{인 자연수}\}$, $B = \{x | x \text{는 약수의 개수가 2개인 자연수}\}$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

$A \cap B$ 는 20 이하의 소수의 집합이므로

$$A \cap B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

$$\therefore n(A \cap B) = 8$$

4. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) = 3$
- ② $A \subset B$ 이면 $n(A \cap B) = n(B)$
- ③ $n(\{2, 3, 5\}) - n(\{10, 11, 12\}) = 0$
- ④ $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$ 일 때, $x \in A$ 이면 $x \in B$ 이다.
- ⑤ $\emptyset \in \{\emptyset\}$

해설

$A \subset B$ 이면 $n(A \cap B) = n(A)$
 또는 $A \supset B$ 이면 $n(A \cap B) = n(B)$

5. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A = \{5\}$ 일 때, $n(A) = 5$
- ② $n(\{\emptyset\}) = 0$
- ③ $n(\{1, 2, 4\}) = 4$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 배수}\}$ 이면 $n(A) = 4$
- ⑤ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 3\}) = 1$

해설

- ① $n(A) = 1$
- ② $n(\{\emptyset\}) = 1$
- ③ $n(\{1, 2, 4\}) = 3$
- ④ $A = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$: 무한집합
- ⑤ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 3\}) = 3 - 2 = 1$

6. 집합 $A = \{a, b\}$ 에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 3, 하상]

- ① \emptyset 는 집합 A 의 부분집합이다.
- ② 원소가 하나뿐인 집합 A 의 부분집합은 1 개이다.
- ③ 원소가 2 개인 집합 A 의 부분집합은 2 개이다.
- ④ $\{a\}$ 는 집합 A 의 진부분집합이다.
- ⑤ $\{a, b, c\} \subset A$ 이다.

해설

집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$ 이고, 그 중 진부분집합은 $\{a, b\}$ 를 제외한 $\emptyset, \{a\}, \{b\}$ 이다.

7. 다음 밑줄 친 숫자가 실제로 나타내는 수의 차를 구하여라.

$$\underline{1001010}_{(2)} \quad \underline{43158}$$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 36

해설

$$\begin{aligned} 1001010_{(2)} &= 1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 \\ 1 \times 2^6 &= 64 \\ 43158 &= 4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 5 \times 10 + 8 \times 1 \\ 1 \times 10^2 &= 100 \\ \therefore 100 - 64 &= 36 \end{aligned}$$

8. 다음 □ 안에 들어갈 가장 큰 자연수를 구하여라.

두 집합 $X = \{1, 3, 5, 7, \dots, 49\}$, $Y = \{x | x \text{는 } \square \text{만의 홀수}\}$ 이면 $X = Y$ 이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 51

해설

집합 X 의 원소는 1부터 49까지의 홀수들의 모임이다. 따라서 □ 안에 들어갈 가장 큰 자연수는 51이다.

9. 현정이네 반 학생 35명 중 야구만 잘하는 학생은 12명, 축구만 잘하는 학생은 13명이고, 둘 다 못하는 학생은 4명이다. 야구와 축구를 모두 잘하는 학생은 몇명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6명

해설

현정이네 반 학생 전체의 집합을 U , 야구를 잘하는 학생들의 집합을 A , 축구를 잘하는 학생들의 집합을 B 라고 하면,

$$n(U) = 35, n(A - B) = 12,$$

$$n(B - A) = 13, n((A \cup B)^c) = 4$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 4 = 31$$

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$$

$$31 = 12 + 13 + n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 6$$

10. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 30, n(A \cup B) = 56, n(A \cap B) = 12$ 일 때, $n(B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 38

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$56 = 30 + n(B) - 12$$

$$n(B) = 38$$

11. $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ 과 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수 중에서 5의 배수인 약수는 모두 몇개인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 9개

해설

$$\text{최대공약수} : 2^2 \times 3^2 \times 5$$

$2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 약수 중 5의 배수의 개수는

$2^2 \times 3^2$ 의 약수의 개수와 같다.

$$\therefore (2+1) \times (2+1) = 9 \text{ (개)}$$

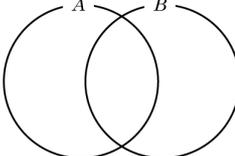
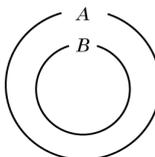
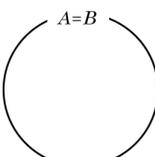
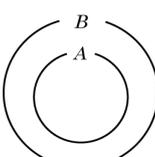
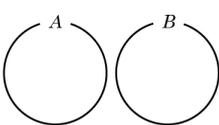
12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = B$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A \cap B = A$ ② $A \subset B$
- ③ $A^C - B^C = B$ ④ $A \cap B^C = \emptyset$
- ⑤ $B^C \subset A^C$

해설

$A \cup B = B$ 이므로 $A \subset B$ 이다.
 ③ $A^C - B^C = B - A$ 이다.

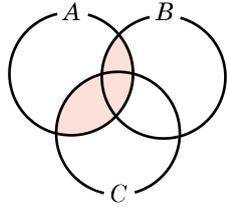
13. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 3\}$ 의 포함 관계를 벤다이어그램으로 바르게 나타낸 것은? [배점 4, 중중]

- ① 
- ② 
- ③ 
- ④ 
- ⑤ 

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3\}$
 $\therefore B \subset A$

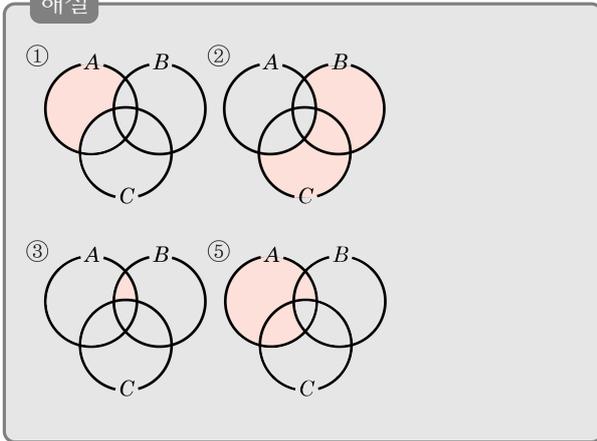
14. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



[배점 4, 중중]

- ① $A - (B \cup C)$ ② $(B \cup C) - A$
 ③ $(A \cap B) - C$ ④ $A \cap (B \cup C)$
 ⑤ $A - (B \cap C)$

해설



15. 두 집합 $A = \{11, 13\}$, $B = \{9, 11, 13, 15, 17\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

집합 X 는 집합 B 의 부분집합 중 원소 11, 13 을 모두 포함하는 집합이므로
 구하는 집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)