

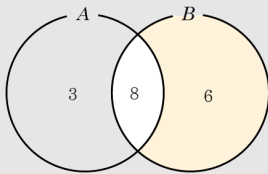
단원 종합 평가

1. 희진이네 반 학생 중 피자를 좋아하는 학생은 11명, 떡을 좋아하는 학생은 14명, 피자과 떡을 모두 좋아하는 학생은 8명이다. 이때, 떡만 좋아하는 학생은 몇 명인가? [배점 2, 하중]

- ① 6명 ② 8명 ③ 10명
④ 12명 ⑤ 14명

해설

피자를 좋아하는 학생의 집합을 A , 떡을 좋아하는 학생의 집합을 B 라고 하면,
 $n(A) = 11$, $n(B) = 14$, $n(A \cap B) = 8$
 따라서 떡만 좋아하는 학생의 수는 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 14 - 8 = 6$ (명)이다. 주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



2. 두 분수 $\frac{420}{121}$, $\frac{126}{143}$ 에 같은 수를 곱하여 자연수가 되게 하려고 한다. 가장 작은 수를 곱하여 만들어진 자연수를 모두 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 130

▶ 정답: 33

해설

두 수에 각각 $\frac{11 \times 11 \times 13}{2 \times 3 \times 7}$ 을 곱한다.

3. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $A = \{5\}$ 일 때, $n(A) = 5$
 ② $n(\{\emptyset\}) = 0$
 ③ $n(\{1, 2, 4\}) = 4$
 ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 배수}\}$ 이면 $n(A) = 4$
 ⑤ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 3\}) = 1$

해설

- ① $n(A) = 1$
 ② $n(\{\emptyset\}) = 1$
 ③ $n(\{1, 2, 4\}) = 3$
 ④ $A = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$: 무한집합
 ⑤ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 3\}) = 3 - 2 = 1$

4. 다음 중 소수는?

[배점 3, 하상]

- ① 33 ② 63 ③ 57
④ 77 ⑤ 101

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.
 따라서 소수는 101 이다.

5. $2^3 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 36 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$$(3 + 1)(2 + 1)(a + 1) = 36$$

$$a + 1 = 3$$

$$\therefore a = 2$$

6. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

① $n(\emptyset) = 1$

② $n(\{2, 4, 6\} - \{4, 6, 8\}) = 2$

③ $n(\{1234\} - \{1, 2, 3, 4\}) = 1$

④ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$

⑤ $\emptyset \subset \{\emptyset\}$

해설

①, 0

②, 1

7. 두 집합 $A = \{12, a, b\}$, $B = \{7, 15, b + 5\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

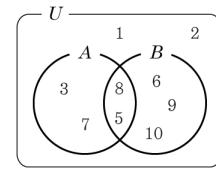
▶ 정답 : 8

해설

$$b + 5 = 12 \text{ 이므로 } b = 7, a = 15$$

$$\therefore a - b = 15 - 7 = 8$$

8. 다음 벤 다이어그램에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



[배점 3, 중하]

① $n(U) = 9$

② $n(A \cap B^c) = 2$

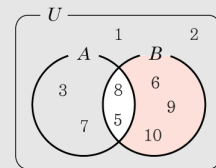
③ $n((A \cup B) - A) = 2$

④ $n(B - A) = 3$

⑤ $n(A^c) = 5$

해설

③ $(A \cup B) - A$ 를 색칠하면 다음과 같다.



$$\therefore n((A \cup B) - A) = 4$$

9. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 나머지와 다른 하나는?

[배점 3, 중하]

- ① $A - B$ ② $A - (A \cap B)$
 ③ $A \cap B^c$ ④ $(A \cup B) - B$
 ⑤ $U - (A \cup B)^c$

해설

- ① $A - B = \phi$
 ② $A - (A \cap B) = A - A = \phi$
 ③ $A \cap B^c = A - B = \phi$
 ④ $(A \cup B) - B = B - B = \phi$
 ⑤ $U - (A \cup B)^c = U - B^c = B$

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 2403 에서 10^2 의 자리 수의 수는 4 이다.
 ② $5 \times 10^3 + 6 \times 10 + 3 \times 1$ 을 십진법으로 나타내면 5063 이다.
 ③ $40008 = 4 \times 10^4 + 8 \times 1$
 ④ $3210 = 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 1 \times 10 + 1 \times 1$
 ⑤ $2 \times 10^4 + 2 \times 10^2 + 3 \times 1$ 을 십진법으로 나타내면 20203 이다.

해설

- ④ $3210 = 3 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 1 \times 10$

11. 300 을 가능한 한 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

어떤 자연수의 제곱이 되려면 소인수분해했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수이어야 한다.

$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 a 는 3, 3×2^2 , 3×5^2 , $3 \times 2^2 \times 5^2$ 이 될 수 있고 가장 작은 a 는 3 이다.

나눈 후에는 $300 \div 3 = 100 = 10^2$ 이 된다.

$\therefore a = 3, b = 10$

$\therefore a + b = 13$

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 45 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 75 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 8

해설

$A \cap B$ 는 45 와 75 의 공약수이다.

$45 = 3^2 \times 5, 75 = 3 \times 5^2$

45 와 75 의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$

공약수의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$

13. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1\}$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 30 보다 작은 자연수는 모두 몇 개인가? [배점 4, 중중]

- ① 6 개 ② 7 개 ③ 8 개
④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

$$12 = 2^2 \times 3$$

12 와 $\square$ 의 공약수가 1, 즉 서로소이므로

$\square$ 는 30 미만의 자연수 중 2 와 3 의 배수가 아닌 수이므로

1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29 의 10 개이다.

14. 세 집합 A, B, C 에 대해서 $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 의 포함 관계를 가질 때, 다음 중 $A = B = C$ 의 관계가 되는 경우를 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $A = B$ ㉡ $A = C$ ㉢ $B = C$
㉣ $B \subset A$ ㉤ $C \subset A$ ㉥ $C \subset B$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉣, ㉥
④ ㉡, ㉥ ⑤ ㉤, ㉥

해설

㉡ $A = C$ 면 $A \subset C, C \subset A$ 이므로, $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.

㉤ $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이므로, $C \subset A$ 일 때 $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.

15. 몇 명의 학생들에게 바나나 45 개, 귤 56 개, 자두 77 개를 똑같이 나누어 줄 때, 바나나는 3 개가 모자라고, 귤과 자두는 각각 2 개, 5 개가 남는다. 이때, 학생 수는 몇 명인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 명

해설

바나나 45 개를 나누면 3 개가 모자르다. : $(45 + 3)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

귤 56 개를 나누면 2 개가 남는다. : $(56 - 2)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

자두 77 개를 나누면 5 개가 남는다. : $(77 - 5)$ 개를 나누면 나누어 떨어진다.

이러한 수는 48, 54, 72 의 공약수이다. 그런데 77 개를 나누면 5 개가 남았으므로 학생 수는 5 명보다는 많아야 한다.

따라서 구하는 학생 수는 5 보다 큰 48, 54, 72의 최대공약수는 6이고 6의 약수 중 5보다 큰 수는 6뿐이므로 학생 수는 6 명이다.