단원 종합 평가

1. 세 집합 $A = \{x \mid x$는 6의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$, $C = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$ 에 대하여 $A \cap (B \cup C)$ 는? [배점 3, 하상]

① $\{4, 8\}$ ② $\{1, 2, 4, 8\}$

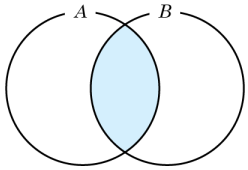
③ $\{1, 2, 6\}$ ④ $\{1, 2, 3, 6\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐 보면
$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$, $c = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
$B \cup C = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$ 가 된다.
집합 A 와의 공통 원소를 찾으면 $\{1, 2, 3, 6\}$ 이다.

2. 70 의 약수의 집합을 A , $2 \times 3^5 \times 7^4$ 의 약수의 집합을 B 라 할 때, 어두운 부분의 원소의 합을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

어두운 부분은 $A \cap B$,
$A \cap B = \{x \mid x$는 70과 $2 \times 3^5 \times 7^4$의 공약수$\}$
$70 = 2 \times 5 \times 7$, $2 \times 3^5 \times 7^4$ 의 최대공약수는 2×7
$\therefore A \cap B = \{1, 2, 7, 14\}$

3. 집합 $A = \{0, 1, \{0, 1\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

① $0 \in A$ ② $\{0, 1\} \in A$

③ $2 \notin A$ ④ $\{1\} \in A$

⑤ $\{0, 1\} \subset A$

해설

A 의 원소는 0, 1, $\{0, 1\}$ 이므로 $\{1\}$ 은 A 의 부분집합이고, $\{0, 1\}$ 은 A 의 원소도 되고 부분집합도 된다.

4. $A \subset B$ 이고 $n(A) = 17$, $n(B) = 35$ 일 때, $n(A \cap B)$, $n(A \cup B)$ 를 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $n(A \cap B) = 17$

▷ 정답 : $n(A \cup B) = 35$

해설

$A \subset B$ 이므로 $A \cap B = A$, $A \cup B = B$ 이다.
$n(A \cap B) = n(A) = 17$
$n(A \cup B) = n(B) = 35$

5. 다음 수 중 2 의 배수는? [배점 3, 중하]

① $11_{(2)}$ ② $101_{(2)}$ ③ $110_{(2)}$

④ $111_{(2)}$ ⑤ $1001_{(2)}$

해설

① $11_{(2)} = 1 \times 2 + 1 \times 1 = 3$

② $101_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 5$

③ $110_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 6$

④ $111_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 7$

⑤ $1001_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 1 = 9$

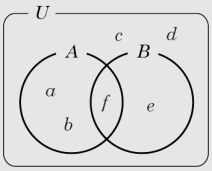
6. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{a, b\}$, $B - A = \{e\}$, $A^c \cap B^c = \{c, d\}$ 일 때, 집합 A^c 은? [배점 4, 중중]

① $\{b\}$ ② $\{e\}$ ③ $\{b, e\}$

④ $\{c, d\}$ ⑤ $\{c, d, e\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A^c = \{c, d, e\}$ 이다.



7. 전체집합 U 와 그 두 부분집합 A, B 가 다음과 같을 때, $A^c \cap B$ 의 모든 원소의 곱을 구하여라.

보기

$U = \{x | x$는 10 이하의 자연수$\}$

$A = \{2,\ 4,\ 5,\ 8\}$

$B^c = \{2,\ 4,\ 6,\ 7,\ 9\}$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

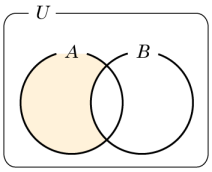
해설

$U = \{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 10\}$, $A = \{2,\ 4,\ 5,\ 8\}$, $B = \{1,\ 3,\ 5,\ 8,\ 10\}$ 이므로

$A^c \cap B = B - A = \{1,\ 3,\ 10\}$

$\therefore\ 1 \times 3 \times 10 = 30$

8. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 50, n(A) = 20, n(B) = 20, n(A^c \cap B^c) = 12$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 원소의 개수를 구하여라.



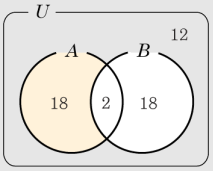
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18 개

해설

각 집합의 원소의 개수를 벤 다이어그램에 나타내면 다음 그림과 같으므로 18 이다.



9. 다음 중 두 수가 서로소인 것은? [배점 4, 중중]

① 15 와 24 ② 8 과 15 ③ 14 와 35

④ 36 과 54 ⑤ 2 와 6

해설

① 15 와 24 의 최대공약수는 3
③ 14 와 35 의 최대공약수는 7
④ 36 과 54 의 최대공약수는 9
⑤ 2 와 6 의 최대공약수는 2

10. 이진법으로 나타낸 수 $11001_{(2)}$ 를 ●●○○● 와 같이 나타낼 때, 다음 중 소수가 아닌 것은?

[배점 4, 중중]

① ●●●○● ② ●○●●●

③ ●○●○○ ④ ●○○○●

⑤ ●●●●●

해설

① ●●●○● $= 1\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+1\times1 = 29$
② ●○●●● $= 1\times2^4+1\times2^2+1\times2+1\times1 = 23$
③ ●○●○○ $= 1\times2^4+1\times2^2 = 20$
④ ●○○○● $= 1\times2^4+1\times1 = 17$
⑤ ●●●●● $= 1\times2^4+1\times2^3+1\times2^2+1\times2+1\times1 = 31$

11. $\{2, 3\} \subset X \subset \{0, 1, 2, 3\}$ 을 만족하는 집합 X 의 갯수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 X 는 $\{0, 1, 2, 3\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3 을 반드시 포함하는 집합이다. 따라서 집합 X 의 갯수는 $2^{4-2} = 2^2 = 4$ (개) 이다.

12. 집합 $A = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$ 일 때, 적어도 하나의 원소가 홀수인 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

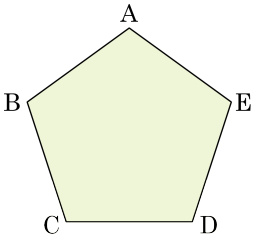
▶ 답:

▷ 정답: 48 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 적어도 하나는 홀수인 부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수에서 짝수의 원소로만 이루어진 부분집합의 개수를 빼면 되므로 $2^6 - 2^{6-2} = 64 - 16 = 48$ (개)이다.

13. 다음 그림과 같은 정오각형 ABCDE 의 각 꼭짓점 A, B, C, D, E 에 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, $\cdots$ 과 같이 숫자를 차례로 대응시킬 때, 50 과 100 사이의수 중에서 꼭짓점 D 에 오는 숫자는 모두 몇 개인지 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 10 개

해설

각 꼭짓점에는 5 로 나누었을 때 나머지가 1 인 수부터 차례로 써 나가면 되므로 D 에는 나머지가4 인 수 중에서 50 과 100 사이의 수이므로 54, 59, $\cdots$, 99 까지 10 개가 된다.

14. 집합 $P = \{3x + 1 | x$는 6보다 작은 자연수$\}$ 의 부분집합 $A = \{4, 7\}, B = \{4, 10\}$ 에 대하여 $A \cap X^c = B \cap X^c$ 를 만족하는 집합 P 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 8 개

해설

$P = \{3x + 1 | x$는 6보다 작은 자연수$\}$
$= \{4, 7, 10, 13, 16\}$
$A = \{4, 7\}, B = \{4, 10\}$
$A \cap X^c = B \cap X^c \rightarrow A - X = B - X$ 이므로 X 는 원소 7, 10 을 반드시 포함하는 P 의 부분집합이다.
따라서 부분집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 8$ (개)

15. 집합 $A = \{x | x$는 10^n에 가장 가까운 11의 배수$\}$, $\{ n$은 자연수$\}$ 의 원소를 작은 순서대로 $a_1, a_2, a_3, \cdots$ 라 할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ 을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 1111110

해설

11 의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀 절댓값이 0 이거나 11 의 배수인 수이므로,
10^n 에서 가장 가까운 11 의 배수를 차례대로 구해보면,
$10 \rightarrow 11$,
$10^2 \rightarrow 99$,
$10^3 \rightarrow 1001$,
$10^4 \rightarrow 9999$,
$10^5 \rightarrow 100001$,
$10^6 \rightarrow 999999$,
$\therefore a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1111110$