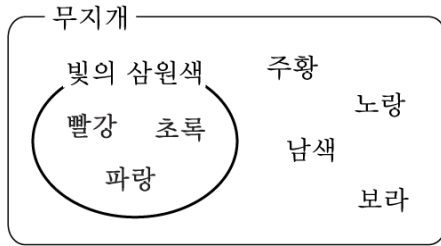


단원 종합 평가

1. 다음은 무지개 색상과 빛의 삼원색을 나타낸 것이다. 빛의 삼원색을 집합 A 라고 하자. $\{\text{파랑}, \text{㉠}\} \subset A$ 일 때, ㉠이 될 수 있는 색을 모두 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 빨강

▶ 정답 : 초록

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{\text{빨강, 파랑, 초록}\}$ 이다. 따라서 $\{\text{파랑, ㉠}\} \subset A$ 는 A 의 부분집합을 나타내므로 ㉠은 빨강 또는 초록이다.

2. 두 수 48, 56의 약수의 집합을 각각 A, B 라고 할 때, 다음 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

$$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$A \cap B$ 는 48과 56의 공약수의 집합이다. 공약수는 최대공약수의 약수이고, 48과 56의 최대공약수를 구하면 $2^3 = 8$ 이다. 따라서 $\square = 8$ 이다.

3. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 3, 중하]

㉠ 십진법에서 사용하는 수는 1 부터 9 까지 모두 9 개이다.

㉡ 이진법은 자리가 하나씩 올라감에 따라 자리의 값이 2 배씩 커진다.

㉢ $1 \times 10^4 + 1 \times 10 = 10010$

㉣ $12 = 1100_{(2)}$

㉤ $2 + 2 = 101_{(2)}$

해설

㉠ 0 부터 9 까지의 10 개이다.

㉡ $2 + 2 = 4$

$101_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 4 + 1 = 5$

4. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 의 부분집합 중 원소 3, 7 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 2(3, 7를 뺀 원소의 개수) $= 2^{4-2} = 2^2 = 4$

5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 4, 중중]

- ① $1000_{(2)}$ 의 약수를 구하면 $1_{(2)}, 10_{(2)}, 100_{(2)}, 1000_{(2)}$ 이다.
 ② $111_{(2)}$ 보다 1 작은 수는 $11_{(2)}$ 이다.
 ③ 세 자리의 이진법으로 나타낸 수는 모두 3개이다
 ④ 이진법으로 나타낸 수에는 홀수가 없다
 ⑤ $11100_{(2)}$ 을 2로 나눈 나머지는 0이다

해설

- ① $1000_{(2)} = 8$ 의 약수를 구하면
 $1_{(2)} = 1, 10_{(2)} = 2, 100_{(2)} = 4, 1000_{(2)} = 8$
 ② $111_{(2)} = 7$ 보다 1 작은 수는 $6 = 110_{(2)}$
 ③ 세 자리의 이진법으로 나타낸 수는 모두
 $100_{(2)}, 101_{(2)}, 110_{(2)}, 111_{(2)}$ 의 4개이다.
 ④ 예를 들면, $1_{(2)} = 1$ 은 홀수이다.
 ⑤ $11100_{(2)} = 28$ 을 2로 나눈 나머지는 0이다.

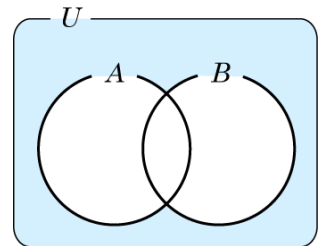
6. 1에서 100까지의 자연수 중에서 6과 서로소인 자연수의 개수는?
[배점 4, 중중]

- ① 17개 ② 33개 ③ 50개
 ④ 67개 ⑤ 84개

해설

$6 = 2 \times 3$ 이므로 6과 서로소인 수는 2의 배수도 3의 배수도 아닌 수이다.
 100 이하의 자연수 중 2의 배수는 50개, 3의 배수는 33개, 6의 배수는 16개이므로
 2 또는 3의 배수의 개수는 $50 + 33 - 16 = 67$ (개)
 따라서 6과 서로소인 수는 $100 - 67 = 33$ (개)이다.

7. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합을 모두 고르면?

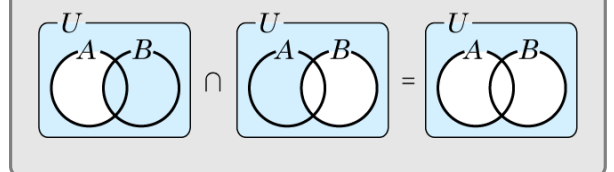


[배점 5, 중상]

- ① $(A \cap B)^c$ ② $A^c \cap B^c$
 ③ $U - (A \cap B)$ ④ $U - (A \cup B)$
 ⑤ $(A \cup B)^c$

해설

$$B^c = (A \cup B)^c$$



8. 두 집합 $A = \{11, 13\}$, $B = \{9, 11, 13, 15, 17\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

집합 X 는 집합 B 의 부분집합 중 원소 11, 13을 모두 포함하는 집합이므로 구하는 집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

9. 집합 $A = \{1, 2\}$ 에 대하여 집합 B 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 갖는 집합일 때, 집합 B 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 16개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^2 = 4$ (개)이므로 $n(B) = 4$ 이다.
따라서 집합 B 의 부분집합의 개수는 $2^{n(B)} = 2^4 = 16$ (개)이다.

10. 다음 보기의 밑줄 친 것 중에서 기준이 명확한 것은 몇 개인가?

보기

- ㉠ 우리 반에서는 100m를 잘하는 학생들을 뽑아 방과 후에 1시간씩 달리기 연습을 한다.
- ㉡ 우리 반에서 인기가 좋은 학생을 반장 후보로 세울 것이다.
- ㉢ 운동을 잘하는 학생은 집중력이 좋다.
- ㉣ 평균이 85점 이상인 학생은 우등생이다.
- ㉤ 월드컵 성적이 비교적 좋은 나라들의 모임
- ㉥ 영토가 아름다운 국가의 모임
- ㉦ 10에 가장 가까운 자연수의 모임

[배점 5, 중상]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
- ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ ‘잘하는’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉡ ‘좋은’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉢ ‘잘하는’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉣ ‘비교적’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉤ ‘아름다운’은 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

11. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 7\text{미만의 자연수}\}$, $B = \{2, 3, 7, 8\}$ 에 대하여 $(B-A) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 64개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 3, 7, 8\}$
 $(B-A) \cup X = X$ 이므로 $(B-A) \subset X$,
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$,
 $\{7, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,
따라서, 집합 X 는 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 7, 8
을 반드시 포함하는 집합이므로
 $2^{8-2} = 2^6 = 64$ (개)이다.

12. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = n(C)$ 이고, $(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

① $n(A - C) = 0$

② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C)$

③ $n(A \cap C) = n(B)$

④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B)$

⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C)$

해설

$(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 이면 $A - B = \emptyset$, $B - C = \emptyset$ 이므로 $A \subset B$, $B \subset C$

또, $n(A) = n(C)$, $A \subset C$ 이므로 $A = C$

따라서 $A = B = C$

① $n(A - C) = 0 \rightarrow A = C$ 이므로 옳다.

② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C) \rightarrow 1 \times n(B) = n(C)$
이므로 옳다.

③ $n(A \cap C) = n(B) \rightarrow$ 옳다.

④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B) \rightarrow$ 옳다.

⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C) \rightarrow n((A \cap C) - B) = 0$ 이므로 옳지 않다.

13. 집합 P 에 대하여 $[A] = \{P | P \subset A\}$ 로 정의한다.
 $A = \{x, y, z\}$ 일 때, 집합 $[A]$ 를 원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $[A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

해설

$[A] = \{P | P \subset A\}$ 라는 정의를 살펴보면 P 는 집합 A 의 부분집합이다.

따라서 $[A]$ 는 집합 A 의 부분집합들을 원소로 가진다.

$\therefore [A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{x, y, z\}\}$

14. 7을 이진법으로 나타내었을 때, 각 자리의 숫자의 합을 이진법으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $11_{(2)}$

해설

$$\begin{array}{r} 2) 7 \\ 2) 3 \cdots 1 \\ 2) 1 \cdots 1 \\ 0 \cdots 1 \end{array} \uparrow$$

$$\therefore 7 = 111_{(2)}$$

15. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 9\}$, $A - (A - B) = \{1\}$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8 개

해설

$$\begin{aligned} A - (A - B) &= A \cap (A \cap B^C)^C \\ &= A \cap (A^C \cup B) = (A \cap A^C) \cup (A \cap B) \\ &= (A \cap B) = \{1\} \end{aligned}$$

$A = \{1, 9\}$, $(A \cap B) = \{1\}$, $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 을 만족하는

집합 B 는 원소 1 을 반드시 포함하고 원소 9 를 반드시 포함하지 않으므로

집합 B 의 개수는 $2^3 = 8(\text{개})$