

확인학습문제

1. $\frac{1}{42} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, A 의 값 중 가장 작은 자연수는? [배점 2, 하중]

① 3 ② 7 ③ 14 ④ 16 ⑤ 21

해설

$\frac{1}{42} \times A = \frac{1}{2 \times 3 \times 7} \times A$ 이므로 3 과 7 을 약분할 수 있으려면 A 는 21 의 배수이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수는 21 이다.

2. 다음은 순환소수 $2.6\dot{3}$ 을 분수로 나타내는 과정이다.
□ 안에 알맞은 수를 써 넣어라.

순환소수 $2.6\dot{3}$ 를 x 로 놓으면 $x = 2.6333\cdots$
따라서 $x = \square$ 이다.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{237}{90}$

해설

순환소수 $2.6\dot{3}$ 를 x 로 놓으면 $x = 2.6333\cdots$
따라서 $x = \frac{237}{90}$ 이다.

3. 분수 $\frac{x}{3^2 \times 5^2 \times 2}$ 를 소수로 고치면 유한소수이고 기약 분수로 고치면 $\frac{4}{y}$ 가 된다고 한다. x 가 $60 < x < 90$ 인 정수일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 47

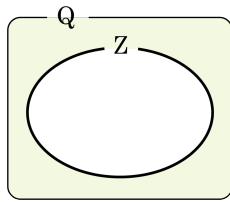
해설

$\frac{x}{3^2 \times 5^2 \times 2} = \frac{4}{y}$ 가 유한소수이므로 x 는 72 의 배수이다.

x 는 $60 < x < 90$ 인 정수이므로 $x = 72$, $y = 25$

$\therefore x - y = 47$

4. 정수의 집합을 Z , 유리수의 집합을 Q 라 할 때, 다음 중 아래 그림에서 색칠한 부분에 속하는 원소를 모두 고른 것은?



- ㉠ $\frac{1}{2}$ ㉡ 0 ㉢ -4.5
㉣ 2.73 ㉤ -6

[배점 3, 하상]

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡
③ ㉠, ㉡, ㉢ ④ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

색칠한 부분 : 정수가 아닌 유리수

㉡ 0 : 정수

㉤ -6 : 음의 정수

즉, ㉠, ㉢, ㉣, ㉥은 정수가 아닌 유리수이다.

5. 다음 중 유리수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\frac{1}{7}$ ② 0 ③ 3.14
④ -1 ⑤ π

해설

유한소수와 순환소수는 유리수이다.

⑤는 순환하지 않는 무한소수이다.

6. 분수 $\frac{13}{9}$ 을 소수로 바르게 나타낸 것은?

[배점 3, 하상]

- ① 1.4 ② 1.5 ③ 1.45
④ 1.54 ⑤ 1.45

해설

$$13 \div 9 = 1.4444 \dots = 1.\dot{4}$$

7. 다음 중 순환소수의 표현이 옳지 않은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $0.121212 \dots = 0.\dot{1}\dot{2}$
② $0.405405 \dots = 0.40\dot{5}$
③ $1.234234 \dots = 1.\dot{2}\dot{3}\dot{4}$
④ $1.06666 \dots = 1.0\dot{6}$
⑤ $-2.5555 \dots = -2.\dot{5}$

해설

- ① $0.\dot{1}\dot{2}$
② $0.40\dot{5}$
③ $1.\dot{2}\dot{3}\dot{4}$
④ $1.0\dot{6}$
⑤ $-2.\dot{5}$

8. 다음 수를 작은 것부터 차례로 늘어 놓으면?

- | | |
|------------------|------------------|
| ㉠ 0.352 | ㉡ 0.35 $\dot{2}$ |
| ㉢ 0.3 $\dot{5}2$ | ㉣ 0.3 $\dot{5}2$ |

[배점 3, 하상]

- ① ㉠ → ㉡ → ㉢ → ㉣
- ② ㉠ → ㉣ → ㉢ → ㉡
- ③ ㉠ → ㉡ → ㉣ → ㉢
- ④ ㉠ → ㉢ → ㉡ → ㉣
- ⑤ ㉠ → ㉣ → ㉡ → ㉢

해설

$$0.352 < 0.35\dot{2} = 0.352222\cdots < 0.\dot{3}52 = 0.352352\cdots < 0.3\dot{5}2 = 0.3525252\cdots$$

9. 다음 중 대소 관계가 옳게 나타내어진 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $1 > 0.\dot{9}$
- ② $0.\dot{2}\dot{3} < 0.231$
- ③ $0.\dot{1}\dot{0} < \frac{1}{11}$
- ④ $0.\dot{3}\dot{2} < 0.\dot{3}$
- ⑤ $0.\dot{2}\dot{3} < \frac{2}{9}$

해설

- ① $1 = 0.\dot{9}$
- ② $0.\dot{2}\dot{3} < 0.231 : 0.2323\cdots > 0.231$
- ③ $0.\dot{1}\dot{0} < \frac{1}{11} : \frac{10}{99} > \frac{9}{99}$
- ⑤ $0.\dot{2}\dot{3} < \frac{2}{9} : \frac{23}{99} > \frac{22}{99}$

10. $\frac{30}{2^3 \times 3 \times 5 \times 7} \times N$ 이 유한소수로 나타내어질 때, N 의 값 중에서 가장 작은 자연수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\frac{30}{2^3 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{1}{2^2 \times 7}$ 이므로 N 의 값은 7 의 배수가 들어가야 한다. 따라서 가장 작은 자연수는 7이다.

11. 어떤 자연수에 $1.\dot{5}$ 을 곱해야 할 것을 잘못하여 1.5 을 곱했더니 정답과 오답의 차가 0.5 가 되었다. 바르게 계산한 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

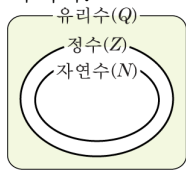
▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$$\begin{aligned} x \times 1.\dot{5} - x \times 1.5 &= 0.5 \\ x \times \left(\frac{14}{9} - \frac{15}{10} \right) &= x \times \frac{1}{18} = 0.5 \\ x &= 9 \\ \text{바르게 계산하면 } 9 \times 1.\dot{5} &= 9 \times \frac{14}{9} = 14 \end{aligned}$$

12. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분에 속하는 수를 구하여라.



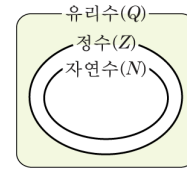
[배점 3, 중하]

- ① $\frac{6}{3}$ ② -1.52 ③ 0
 ④ $-\frac{42}{7}$ ⑤ π

해설

- ① $\frac{6}{3} = 2$, 자연수
 ② $-1.52 = -\frac{152}{100}$, 정수가 아닌 유리수
 ③ 정수
 ④ $-\frac{42}{7} = -6$, 정수
 ⑤ π 는 순환하지 않는 무한소수로 유리수가 아니다.

13. 다음 보기 중 벤 다이어그램의 색칠한 부분에 속하는 수를 모두 구하여라.



보기

3, -5, 0, $\frac{9}{4}$, π , $-\frac{7}{6}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{9}{4}$

▷ 정답: $-\frac{7}{6}$

해설

정수가 아닌 유리수이므로 $\frac{9}{4}$, $-\frac{7}{6}$ 이다.

14. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라. [배점 3, 중하]

① $\frac{24}{15}$

② $\frac{12}{60}$

③ $\frac{14}{5 \times 7^2}$

④ $\frac{25}{48}$

⑤ $-\frac{24}{15}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

① $\frac{24}{15} = \frac{24}{3 \times 5} = \frac{8}{5}$

② $\frac{12}{60} = \frac{2^2 \times 3}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{5}$

⑤ $-\frac{24}{15} = -\frac{2^3 \times 3}{3 \times 5} = -\frac{2^3}{5}$

이므로 유한소수이다.

③ $\frac{14}{5 \times 7^2} = \frac{2}{5 \times 7}$

④ $\frac{25}{48} = \frac{5^2}{2^4 \times 3}$

이므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

15. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?

㉠ $-\frac{7}{20}$

㉡ $\frac{7}{2^2 \times 3 \times 5}$

㉢ $\frac{7}{25}$

㉣ $\frac{3}{2 \times 3^3}$

㉤ $\frac{4}{23}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

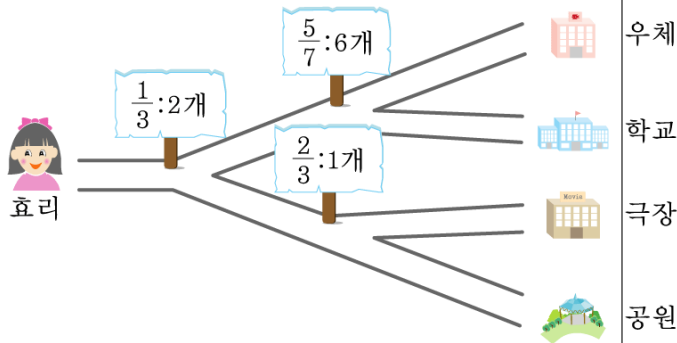
분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

㉠ $-\frac{7}{20} = -\frac{7}{2^2 \times 5}$, ㉢ $\frac{7}{25} = \frac{7}{5^2}$

이므로 유한소수이다.

16. 효리는 길을 가다가 갈림길을 만났을 때, 갈림길의 이정표에 적힌 순환마디의 숫자의 개수가 맞으면 왼쪽으로 가고, 틀리면 오른쪽으로 간다고 한다. 효리가 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.

(단, 이정표는 분수와 그 분수를 순환소수로 나타냈을 때 순환마디의 숫자의 개수를 나타낸 것이다.)



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 극장

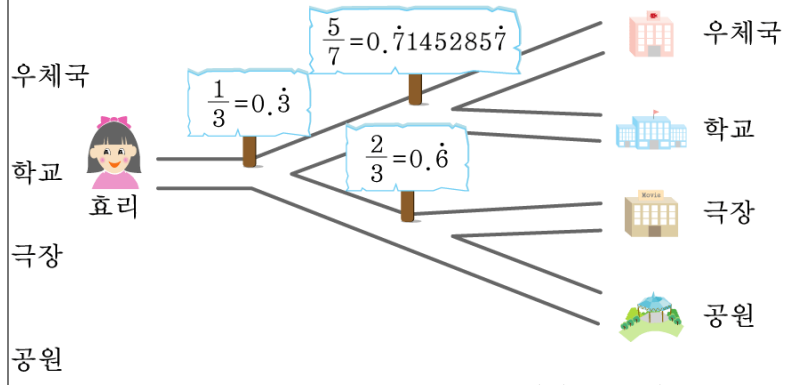
해설

$\frac{1}{3} = 0.333\cdots = 0.\dot{3}$, 순환마디는 1 개이므로 오른쪽으로 가고,
 $\frac{2}{3} = 0.666\cdots = 0.\dot{6}$, 순환마디는 1 개이므로 왼쪽으로 간다.

따라서 효리가 도착하는 곳은 극장이다.

17. 경희는 길을 가다가 갈림길을 만났을 때, 갈림길의 이정표에 적힌 순환소수가 맞으면 왼쪽으로 가고, 틀리면 오른쪽으로 간다고 한다. 경희가 도착하는 곳은 어디인지 구하여라.

(단, 이정표는 분수를 순환소수로 나타낸 것이다.)



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 학교

해설

$\frac{1}{3} = 0.333\cdots = 0.\dot{3}$ 이므로 왼쪽으로 가고, $\frac{5}{7} = 0.714285714285\cdots = 0.\dot{7}1428\dot{5}$ 이므로 오른쪽으로 간다. 따라서 경희가 도착하는 곳은 학교이다.

18. $\frac{a}{2^2 \times 3 \times 5}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 이 분수를 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이다. a 가 10미만인 홀수일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

해설

$\frac{a}{2^2 \times 3 \times 5}$ 를 소수로 나타낼 때, 유한소수가 되려면 분모에 있는 3이 약분되어야 하므로 a 의 값은 3의 배수가 되어야 한다. 그리고 a 가 10 미만의 홀수이므로 a 는 3 또는 9이다. 그런데 이 식을 기약분수로 고치면 $\frac{3}{b}$ 이어야 하므로 $a = 9$ 이다.

$$\text{또한 } \frac{9}{60} = \frac{3^2}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{3}{2^2 \times 5} = \frac{3}{20}$$

$$\therefore b = 20$$

$$\therefore a + b = 9 + 20 = 29$$

19. 순환소수 $9.\dot{3}$ 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱해야 하는 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 21

해설

$$9.\dot{3} = \frac{93 - 9}{9} = \frac{28}{3} \text{ 이고,}$$

$28 = 2^2 \times 7$ 이므로 제곱이 되게 하는 자연수는 3과 7의 공배수이다.

따라서 가장 작은 자연수는 21이다.

20. $\frac{2}{5} < 0.\dot{x} < \frac{6}{9}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 더하면? [배점 4, 중중]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\frac{2}{5} < \frac{x}{9} < \frac{6}{9}$$

$$\frac{18}{45} < \frac{5x}{45} < \frac{30}{45}$$

$$18 < 5x < 30$$

$$\frac{18}{5} < x < 6$$

만족하는 x 의 값은 4, 5이므로 모두 더하면 9이다.

21. 순환소수 $-2.5\dot{3}1\dot{4}$ 의 소수점 아래 50번째 자리의 숫자를 a , 순환소수 $0.720\dot{3}$ 의 소수점 아래 100번째 자리의 숫자를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 6

해설

$-2.5\dot{3}1\dot{4}$ 이므로 순환마디의 숫자 3개

$$50 - 1 = 3 \times 16 + 1 \text{ 이므로 } a = 3$$

$0.720\dot{3}$ 이므로 순환마디의 숫자 2개

$$100 - 2 = 2 \times 49 \text{ 이므로 } b = 3$$

$$\therefore a + b = 6$$

22. $2.\dot{9} + 0.\dot{3}$ 을 계산하여 기약분수로 나타내면 $\frac{b}{a}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수) [배점 4, 중중]

- ① 3 ② 13 ③ 23 ④ 27 ⑤ 33

해설

$$\begin{aligned}\frac{27}{9} + \frac{3}{9} &= \frac{30}{9} = \frac{10}{3} \\ a &= 3, b = 10 \\ \therefore a + b &= 13\end{aligned}$$

23. 순환소수 $1.13\dot{5}07\dot{2}$ 에서 소수점 아래 60번째 자리의 숫자를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

(1) 단계

$1.13\dot{5}07\dot{2}$ 는 소수 셋째 자리부터 순환마디가 시작되고 순환마디의 숫자는 4(개)이다.

(2) 단계

따라서 $60 - 2 = 58$ 를 4으로 나누면 나머지가 2이므로 소수점 아래 60번째 자리의 숫자는 순환마디의 2번째 자리의 숫자와 같다.

(3) 단계

$\therefore$ (소수점 아래 60번째 자리의 숫자) = 0

24. 다음 순환소수 $x = 0.2363636\ldots$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고르면? [배점 4, 중중]

- ① x 는 유리수이다.
② 순환마디는 36이다.
③ $1000x - 10x$ 는 정수이다.
④ $x = 0.23\dot{6}\dot{3}$ 이다.
⑤ 분수로 나타내면 $\frac{13}{55}$ 이다.

해설

- ① x 는 유리수이다.
② 순환마디는 36이다.
③ $1000x - 10x$ 는 정수이다.
④ $x = 0.2\dot{3}\dot{6}$ 이다.
⑤ 분수로 나타내면 $\frac{13}{55}$ 이다.

25. $\frac{3}{10} < 0.a < \frac{2}{3}$ 를 만족하는 한 자리 자연수의 a 의 값을 모두 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

▶ 정답 : 5

▶ 정답 : 6

해설

$$\frac{3}{10} < 0.a < \frac{2}{3} \rightarrow 0.3 < 0.a < 0.\dot{6}$$

26. $0.\dot{4} + 2 \left\{ \frac{1}{2} + \left(0.\dot{2} - \frac{4}{9} \right) \right\} - 0.\dot{9}$ 를 계산하여라.
[배점 5, 중상]

- ① 0 ② $0.\dot{1}$ ③ $0.\dot{1}\dot{2}$
④ $0.\dot{4}$ ⑤ $0.\dot{8}\dot{9}$

해설

$$\frac{4}{9} + 2 \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{9} \right) - 1 = \frac{4}{9} + 1 - \frac{4}{9} - 1 = 0$$

27. $Q = \{x|x \text{는 유리수}\}$ 의 세 부분집합이
 $X = \{x|x = \frac{k}{60}, k = 1, 2, \dots, 100\}$, $Y = \{x|x \text{는 유한소수로 나타낼 수 있는 수}\}$,
 $N = \{x|x \text{는 자연수}\}$ 일 때, $n((X \cap Y) - N)$ 를
구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 32

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 k 는 3의 배수, 따라서 33개, 자연수는 아니므로 60의 배수 1개를 제외하면
 $\therefore n((X \cap Y) - N) = 32$

28. 유리수 $\frac{a}{70}$ 를 정수가 아닌 유한소수가 되도록 하는 자연수 a 의 갯수를 A 라 하고, $\frac{18}{3 \times 5 \times b}$ 을 무한소수가 되도록 하는 자연수 b 의 개수를 B 라 할 때, $A - B$ 의 값을 구하여라. (단, $1 \leq a \leq 100$, $1 \leq b \leq 10$)
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $A - B = 11$

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수이기 위해서는 a 는 70을 제외한 7의 배수이므로 $A = 13$
 $\frac{18}{3 \times 5 \times b} = \frac{2 \times 3}{5 \times b}$ 가 무한소수이므로 $b = 7, 9$ 이다. $B = 2$

$\therefore A - B = 11$

29. $x = \frac{5}{13}$ 일 때, $10^6 x - x$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 384615

해설

$x = \frac{5}{13} = 0.384615384615 \dots$ 이고
 $10^6 x = 384615.384615 \dots$ 이므로
 $10^6 x - x = 384615$ 이다.

30. 분수 $\frac{6}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수 n 번째 자리의 숫자를 x_n 이라고 한다. x_{103} 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$\frac{6}{7} = 0.857142 \text{ 이다.}$$

$$103 = 6 \times 17 + 1 \text{ 이므로 } x_{103} = 8$$

31. $\frac{15}{37}$ 의 소수 n 번째 자리의 숫자를 x_n 이라 할 때, 다음의 값을 구하여라.

$$x_1 + x_2 + 0.\dot{x}_6 + 0.x_{58}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$\frac{15}{37} = 0.40\dot{5}$$

$$(\text{준식}) = 4 + 0 + 0.\dot{5} + 0.\dot{4} = 5$$

32. k 는 200 이하의 자연수일 때, $\frac{k}{55}$ 가 정수가 아닌 유한 소수가 되는 k 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 15 개

해설

$\frac{k}{11 \times 5}$ 는 유한소수이므로 k 는 11 의 배수이다.
따라서 k 의 개수는 $18 - 3(55 \text{의 배수}) = 15$ (개)

33. 다음 중 $\frac{n}{m}$ 의 꼴로 나타낼 수 없는 수를 고르면? (단, m, n 은 정수이고 $m \neq 0$) [배점 5, 중상]

① 3.14

② -1

③ π

④ 0

⑤ 26

해설

$m \neq 0, m, n$ 은 정수일 때, 다음 중 $\frac{n}{m}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 수는 유리수를 말한다. 즉, 이런 꼴로 나타낼 수 없는 수는 유리수가 아니다.

① 유한소수이므로 유리수이다.

② 정수이므로 유리수이다.

③ 원주율 π 는 순환하지 않는 무한소수로, 분수로 나타낼 수 없다. 즉, 유리수가 아니다.

④ 정수이므로 유리수이다.

⑤ 정수이므로 유리수이다.

34. $\frac{8}{45}, \frac{14}{45}$ 를 각각 소수로 나타내면 $a - 0.\dot{2}, b + 0.\dot{1}$ 이다. $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$$\frac{8}{48} = a - 0.\dot{2}, \frac{14}{45} = b + 0.\dot{1}$$

$$a = \frac{8}{45} + \frac{2}{9} = \frac{18}{45}, b = \frac{14}{45} - \frac{1}{9} = \frac{9}{45}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{18}{9} = 2$$

35. 두 분수 $\frac{3}{168}, \frac{7}{220}$ 에 어떤 자연수 n 을 곱한 값은 모두 유한소수가 된다. n 이 500 이하의 자연수일 때, 이 조건을 만족하는 n 의 최댓값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 462

해설

$$\frac{3}{168} \times n = \frac{3}{2^3 \times 3 \times 7} = \frac{1 \times n}{2^3 \times 7}$$

$$\frac{7}{220} \times n = \frac{7}{2^2 \times 5 \times 11}$$

이 두수가 모두 유한소수가 되려면 분모에 2 나 5 이외의 소인수가 없어야 하므로 n 는 7 과 11 의 공배수, 즉 77 의 배수가 되어야 한다.

77 의 배수로서 500 이하의 자연수 중 가장 큰 수는 462 이다.