

실력 확인 문제

1. $4.1 < \sqrt{x} < 5.6$ 를 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것은? [배점 2, 하중]

① 42 ② 45 ③ 48 ④ 51 ⑤ 54

해설

$4.1 = \sqrt{16.81}$, $5.6 = \sqrt{31.36}$ 이므로
 $16.81 < x < 31.36$
 $a = 31, b = 17$
 $\therefore a + b = 17 + 31 = 48$

2. $2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는? [배점 2, 하중]

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개
 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 는 $4 \leq 2x < 16$ 이다. 따라서
 $2 \leq x < 8$ 이므로 자연수 x 는 2, 3, 4, 5, 6, 7로 6개이다.

3. 보기는 두 실수 A, B 의 대소 관계를 비교하는 과정을 나타낸 것이다. 다음 과정 중 가장 먼저 틀린 것은?

$A = \sqrt{19} - \sqrt{11}$, $B = \sqrt{17} - \sqrt{13}$
 ㉠ A, B 는 양수이므로 $a^2 > b^2$ 이면 $a > b$ 이다.
 $A^2 - B^2$
 $= \textcircled{㉡} (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2$
 $= \textcircled{㉢} (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13)$
 $= \textcircled{㉣} -2\sqrt{209} - 2\sqrt{221} < 0$
 ㉤ $\therefore A < B$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

$A = \sqrt{19} - \sqrt{11}$, $B = \sqrt{17} - \sqrt{13}$
 A, B 는 양수이므로 $a^2 > b^2$ 이면 $a > b$ 이다.
 $A^2 - B^2$
 $= (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2$
 $= (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13)$
 $= -2\sqrt{209} + 2\sqrt{221} > 0$
 $\therefore A > B$

4. $a < 0$ 일 때, $-\sqrt{(-a)^2}$ 을 간단히 하여라.

[배점 3, 하상]

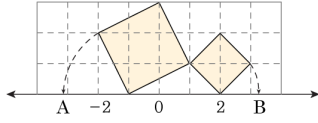
▶ 답 :

▶ 정답 : a

해설

$-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -|a| = a$

5. 다음 수직선에서 두 점 A, B 에 대응하는 점을 각각 바르게 나타낸 것은?



[배점 3, 하상]

- ① $A(-1 - \sqrt{5})$, $B(2 - \sqrt{2})$
 ② $A(-1 + \sqrt{5})$, $B(2 + \sqrt{2})$
 ③ $A(-1 - \sqrt{5})$, $B(2 + \sqrt{2})$
 ④ $A(-1 + \sqrt{5})$, $B(2 - \sqrt{2})$
 ⑤ $A(-1 - \sqrt{7})$, $B(2 + \sqrt{2})$

해설

(큰 정사각형의 넓이) $= 3 \times 3 - 4 \times (\frac{1}{2} \times 2 \times 1) = 5$
 (한 변의 길이) $= \sqrt{5}$
 $\therefore A(-1 - \sqrt{5})$
 (작은 정사각형의 넓이) $= 2 \times 2 - 4 \times (\frac{1}{2} \times 1 \times 1) = 2$
 한 변의 길이 $= \sqrt{2}$
 $\therefore B(2 + \sqrt{2})$

6. 다음 중 1 과 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 실수가 아닌 것은?(단, $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$)

[배점 3, 하상]

- ① $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{2}$
 ③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ ④ $\sqrt{2} + 1$
 ⑤ $\sqrt{3} - 0.01$

해설

- ① 1 과 $\sqrt{3}$ 의 중점은 $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$
 $\therefore 1 < \frac{1 + \sqrt{3}}{2} < \sqrt{3}$
 ② $1 < 2 < 3$ 이므로 $1 < \sqrt{2} < \sqrt{3}$
 ③ $\sqrt{2}$ 가 1 과 $\sqrt{3}$ 사이에 있으므로 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 가운데 수 $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 은 1 과 $\sqrt{3}$ 사이에 있다.
 ④ $1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $\sqrt{2} = 1. \times \times \times \dots$
 $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $\sqrt{3} = 1. \triangle \triangle \triangle \dots$
 따라서, $\sqrt{2} + 1 = 2. \times \times \times \dots$ 은 1 과 $\sqrt{3}$ 사이에 있지 않다.
 ⑤ $1 < \sqrt{3} - 0.01 < \sqrt{3}$

7. $\sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2} - 3)^2}$ 을 간단히 하면?

[배점 3, 하상]

- ① $6 - 4\sqrt{2}$ ② $-4\sqrt{2}$
 ③ 6 ④ 0
 ⑤ $-6 + 4\sqrt{2}$

해설

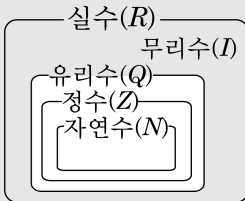
$3 > 2\sqrt{2}$ 이므로
 $|3 - 2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2} - 3|$
 $= 3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3 = 0$

8. 자연수(N), 정수(Z), 유리수(Q), 무리수(I), 실수(R)의 집합 관계를 바르게 나타낸 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $Q \cap I = R$ ② $N \cup Z = N$
 ③ $R \cap N = Z$ ④ $Q \cup I = R$
 ⑤ $I \cap Z = I$

해설



④ 벤다이어그램에서 $Q \cup I = R$ 이 성립

- ① $Q \cap I = \emptyset$
 ② $N \cup Z = Z$
 ③ $R \cap N = N$
 ⑤ $I \cap Z = \emptyset$

9. a 의 값의 범위가 $-2 < a < 2$ 일 때, $\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2}$ 의 식을 간단히 하면? [배점 3, 중하]

- ① 0 ② $-2a - 4$ ③ -4
 ④ $-2a$ ⑤ $2a$

해설

$$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a \geq 0 \text{ 일 때, } a \\ a < 0 \text{ 일 때, } -a \end{cases} \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{(a-2)^2} - \sqrt{(a+2)^2} = -a + 2 - a - 2 = -2a$$

10. 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ a 가 자연수 일 때, $\sqrt{a}$ 가 유리수인 경우가 있다.
 ㉡ $\frac{\text{(정수)}}{\text{(0이 아닌 정수)}}$ 꼴로 나타낼 수 없는 수는 무리수이다.
 ㉢ 무리수에는 음수와 양수가 모두 존재 한다.
 ㉣ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 무리수이다.
 ㉤ $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되는 것은 n 이 소수일 때 이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 개

해설

- ㉠ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 유리수이다.
 ㉡ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만, 6은 소수가 아니다.

11. 다음 보기에서 유리수는 몇 개인지 구하여라.

보기

$$-\sqrt{3}, 2.3683\cdots, 0.\dot{1}, \frac{3}{5}, \sqrt{4}, \sqrt{\frac{1}{5}}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 개

해설

$0.\dot{1} = \frac{1}{9}$, $\frac{3}{5}$, $\sqrt{4} = 2$ 는 유리수이다.

$-\sqrt{3}$, $2.3683\cdots$, $\sqrt{\frac{1}{5}}$ 는 무리수이다.
 따라서 유리수는 3개이다.

12. 다음 중 순환하지 않는 무한소수가 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\sqrt{0.\dot{9}}, 2\sqrt{6}, \sqrt{0.04}, \sqrt{\frac{2}{4}}, \sqrt{9} - \sqrt{3}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 개

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$\sqrt{0.\dot{9}} = \sqrt{\frac{9}{9}} = 1$, $\sqrt{0.04} = 0.2$ 유리수이다.

따라서 $2\sqrt{6}$, $\sqrt{\frac{2}{4}}$, $\sqrt{9} - \sqrt{3}$ 이 무리수이다.

13. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $\sqrt{90} < 10$	㉡ $0.4 > \sqrt{0.4}$
㉢ $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$	㉣ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$
㉤ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{5}}$	㉥ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{1}{\sqrt{3}}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\sqrt{0.16} < \sqrt{0.4}$ 이므로 $0.4 < \sqrt{0.4}$ 이다.

㉣ $\sqrt{6} > \sqrt{5}$ 이므로 $-\sqrt{6} < -\sqrt{5}$ 이다.

14. 넓이가 4cm^2 , 5cm^2 , 19cm^2 인 세 정사각형이 있다. 이 세 정사각형의 넓이를 합쳐서 큰 정사각형을 만들 때 한 변의 길이를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{7}\text{cm}$

해설

$$4 + 5 + 19 = 28$$

$$28 \text{의 양의 제곱근} : \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

15. $\sqrt{3} < 2x - 5 < \sqrt{27}$ 을 만족하는 정수 x 의 값을 모두 합하면? [배점 4, 중중]

- ① 9 ② 7 ③ 6 ④ 5 ⑤ 4

해설

$$\text{각 변을 제곱하면 } 3 < (2x - 5)^2 < 27$$

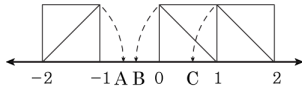
$$(2x - 5)^2 = 2^2, 3^2, 4^2, 5^2$$

$$2x - 5 = 2, 3, 4, 5$$

이 때 x 값이 정수가 되는 경우는 $2x - 5 = 3$, $2x - 5 = 5$ 이다.

$$\therefore x = 4, 5$$

16. 다음 그림의 각 사각형은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다. A, B, C 세 점의 좌표를 a, b, c 라 할 때, $a + b + c$ 를 구하면?



[배점 4, 중중]

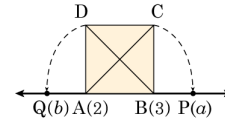
- ① $1 - \sqrt{2}$ ② $2 - \sqrt{2}$ ③ $1 - 2\sqrt{2}$
 ④ $2 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$$a = -2 + \sqrt{2}, b = 1 - \sqrt{2}, c = 2 - \sqrt{2}$$

$$\therefore a + b + c = -2 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 2 - \sqrt{2} = 1 - \sqrt{2}$$

17. 다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형 ABCD 의 대각선 $\overline{AC} = \overline{AP}$, $\overline{BD} = \overline{BQ}$ 인 두 점 P, Q 를 수직선 위에 잡았을 때, $P(a), Q(b)$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?



보기

- ㉠ $P(a) = 2 + \sqrt{2}$
 ㉡ $Q(b) = 3 - 2\sqrt{2}$
 ㉢ $\overline{PQ} = -1 + 4\sqrt{2}$
 ㉣ $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$
 ㉤ $\overline{AP} = \sqrt{2}$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉠, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

$$\text{㉡ } Q(b) = 3 - \sqrt{2}$$

$$\text{㉢ } \overline{PQ} = 2 + \sqrt{2} - 3 + \sqrt{2} = -1 + 2\sqrt{2}$$

$$\text{㉣ } \overline{AB} = 1$$