

실력 확인 문제

1. $4.1 < \sqrt{x} < 5.6$ 를 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것은? [배점 2, 하중]

① 42 ② 45 ③ 48 ④ 51 ⑤ 54

해설

$4.1 = \sqrt{16.81}$, $5.6 = \sqrt{31.36}$ 이므로
 $16.81 < x < 31.36$
 $a = 31, b = 17$
 $\therefore a + b = 17 + 31 = 48$

2. $2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는? [배점 2, 하중]

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개
 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 는 $4 \leq 2x < 16$ 이다. 따라서 $2 \leq x < 8$ 이므로 자연수 x 는 2, 3, 4, 5, 6, 7로 6개이다.

3. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

㉠ $\sqrt{21} + 3 < \sqrt{19} - 4$
 ㉡ $\sqrt{19} - \sqrt{5} > \sqrt{15} - \sqrt{7}$
 ㉢ $\sqrt{15} + 3 > \sqrt{15} + 2$

[배점 2, 하중]

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\sqrt{21} + 3 - (\sqrt{19} - 4) = \sqrt{21} - \sqrt{19} + 7 > 0$
 $\therefore \sqrt{21} + 3 > \sqrt{19} - 4$
 ㉡ $(\sqrt{19} - \sqrt{5}) - (\sqrt{15} - \sqrt{7}) = (\sqrt{19} - \sqrt{15}) + (\sqrt{7} - \sqrt{5}) > 0 \therefore \sqrt{19} - \sqrt{5} > \sqrt{15} - \sqrt{7}$
 ㉢ $(\sqrt{15} + 3) - (\sqrt{15} + 2) = 3 - 2 > 0$

4. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

① $\sqrt{5} - 1 > 1$
 ② $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$
 ③ $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} - 1$
 ④ $\sqrt{18} + 2 > \sqrt{15} + 2$
 ⑤ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

해설

⑤ $-\sqrt{6} - (-\sqrt{5}) = -\sqrt{6} + \sqrt{5} < 0$
 $\therefore -\sqrt{6} < -\sqrt{5}$

5. 보기는 두 실수 A, B 의 대소 관계를 비교하는 과정을 나타낸 것이다. 다음 과정 중 가장 먼저 틀린 것은?

$$\begin{aligned}
 & A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\
 & \textcircled{㉠} A, B \text{ 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\
 & A^2 - B^2 \\
 & = \textcircled{㉡} (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\
 & = \textcircled{㉢} (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\
 & = \textcircled{㉣} -2\sqrt{209} - 2\sqrt{221} < 0 \\
 & \textcircled{㉤} \therefore A < B
 \end{aligned}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

해설

$$\begin{aligned}
 & A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\
 & A, B \text{ 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\
 & A^2 - B^2 \\
 & = (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\
 & = (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\
 & = -2\sqrt{209} + 2\sqrt{221} > 0 \\
 & \therefore A > B
 \end{aligned}$$

6. 다음 중 대소비교가 옳은 것을 모두 고르면?

$$\begin{aligned}
 & \textcircled{㉠} \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} \\
 & \textcircled{㉡} 4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6} \\
 & \textcircled{㉢} \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1
 \end{aligned}$$

[배점 2, 하중]

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned}
 & \textcircled{㉠} \sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{5} = -\sqrt{2} < 0 \\
 & \therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} \\
 & \textcircled{㉡} 4 - \sqrt{5} - (3 - \sqrt{6}) = 1 - \sqrt{5} + \sqrt{6} = \sqrt{6} - \sqrt{5} + 1 > 0 \\
 & \therefore 4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6} \\
 & \textcircled{㉢} \sqrt{5} - \sqrt{2} - (\sqrt{5} - 1) = -\sqrt{2} + 1 < 0 \\
 & \therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1
 \end{aligned}$$

7. 다음 중 계산 한 값이 옳은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-5)^2} + \sqrt{2^2} = 10$
 ② $\sqrt{(-2)^2} - (-\sqrt{3})^2 - \sqrt{5^2} = 0$
 ③ $\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2} + \sqrt{\frac{9}{25}} - \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2} = -\frac{1}{5}$
 ④ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} = 0$
 ⑤ $\sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} - \sqrt{(-5)^2} = 12$

해설

- ① $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-5)^2} + \sqrt{2^2} = 3 - 5 + 2 = 0$
 ② $\sqrt{(-2)^2} - (-\sqrt{3})^2 - \sqrt{5^2} = 2 - 3 - 5 = -6$
 ③ $\sqrt{\left(\frac{2}{5}\right)^2} + \sqrt{\frac{9}{25}} - \sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2} = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{6}{5} = -\frac{1}{5}$
 ④ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2} = 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
 ⑤ $\sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} - \sqrt{(-5)^2} = 3 + 4 - 5 = 2$

8. 제곱근에 대한 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 0의 제곱근은 없다.
 ② -2는 -4의 음의 제곱근이다.
 ③ 7^2 과 $(-7)^2$ 의 음의 제곱근은 다르다.
 ④ 0을 제외한 모든 자연수의 제곱근은 2개이다.
 ⑤ $\sqrt{16}$ 의 제곱근은 ± 4 이다.

해설

- ① 0의 제곱근은 0이다.
 ② -2는 4의 음의 제곱근이고, -4의 제곱근은 없다.
 ③ 7^2 의 음의 제곱근은 -7, $(-7)^2$ 의 음의 제곱근은 -7이므로 같다.
 ⑤ $\sqrt{16} = 4$ 의 제곱근은 ± 2 이다

9. 다음 중 3과 4 사이에 있는 수는 모두 몇 개인가? (단, $\sqrt{3} \approx 1.732$)

보기

$$\sqrt{14}, \sqrt{\frac{21}{2}}, \sqrt{\frac{35}{3}}, \sqrt{8}+1, \sqrt{15}, 3\sqrt{2}, 2\sqrt{3}+1, \sqrt{10}$$

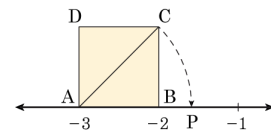
[배점 3, 하상]

- ① 8개 ② 7개 ③ 6개
 ④ 5개 ⑤ 4개

해설

$3 = \sqrt{9}$, $4 = \sqrt{16}$ 이므로 $\sqrt{10}, \sqrt{14}, \sqrt{15}, \sqrt{\frac{21}{2}}$, $\sqrt{\frac{35}{3}}$ 은 3과 4 사이에 있는 수, 또한 $2 < \sqrt{8} < 3$ 이므로 $3 < \sqrt{8} + 1 < 4$, $2\sqrt{3} + 1 \approx 4.464$, $3\sqrt{2} = \sqrt{18}$ 은 모두 4 이상의 수이다.

10. 다음 그림에서 □ABCD는 한 변의 길이가 1인 정사각형이고, $\overline{AC} = \overline{AP}$ 이다. 점 P에 대응하는 수를 $a + \sqrt{b}$ 라고 할 때, 유리수 a, b의 곱 ab의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$a + \sqrt{b} = -3 + \sqrt{2}$,
 $a = -3$, $b = 2$ 이므로 -6이다.

11. 다음 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것을 모두 고르면?
[배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{0.1} < \sqrt{0.5}$ ② $-\sqrt{5} > -\sqrt{3}$
 ③ $\sqrt{0.1} < 0.1$ ④ $\sqrt{27} > 5$
 ⑤ $7 < \sqrt{51}$

해설

- ② $-\sqrt{5} < -\sqrt{3}$
 ③ $\sqrt{0.1} > \sqrt{0.01}$

12. 다음 수를 큰 수부터 차례로 나타낸 것은?

보기

$$2\sqrt{11}, 3\sqrt{7}, 0, -\sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{\frac{1}{3}}$$

[배점 3, 하상]

- ① $0, 2\sqrt{11}, 3\sqrt{7}, -\sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{\frac{1}{3}}$
 ② $0, 3\sqrt{7}, 2\sqrt{11}, -\sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{\frac{1}{2}}$
 ③ $3\sqrt{7}, 2\sqrt{11}, 0, -\sqrt{\frac{1}{2}}, -\sqrt{\frac{1}{3}}$
 ④ $2\sqrt{11}, 3\sqrt{7}, 0, -\sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{\frac{1}{2}}$
 ⑤ $3\sqrt{7}, 2\sqrt{11}, 0, -\sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{\frac{1}{2}}$

해설

$2\sqrt{11} = \sqrt{44}$, $3\sqrt{7} = \sqrt{63}$, $\sqrt{\frac{1}{2}} > \sqrt{\frac{1}{3}}$ 이므로
 $-\sqrt{\frac{1}{2}} < -\sqrt{\frac{1}{3}}$
 큰 수부터 차례대로 나타내면, $3\sqrt{7}, 2\sqrt{11}, 0, -\sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{\frac{1}{2}}$

13. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.

이 때, $N(8) + N(9) + \cdots + N(19) + N(20)$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 43

해설

$\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$ 이므로

$N(8) = 2$

$N(9), N(10), \dots, N(15) = 3$

$N(16), N(17), \dots, N(20) = 4$

$\therefore N(8) + N(9) + \cdots + N(19) + N(20) = 2 + 3 \times 7 + 4 \times 5 = 43$

14. 다음 설명 중 옳지 않는 것을 모두 고르면?

[배점 3, 중하]

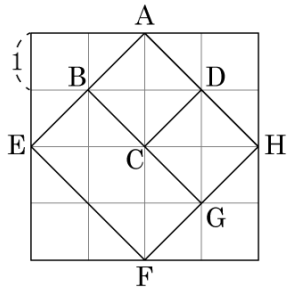
- ① 무한소수는 모두 무리수이다.
 ② 근호가 벗겨지는 수는 유리수이다.
 ③ $\sqrt{99} = 33$ 이므로 유리수이다.
 ④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.
 ⑤ $\frac{(\text{정수})}{(0\text{이 아닌 정수})}$ 꼴로 나타낼 수 있는 수는 모두 유리수이다.

해설

- ① 반례로 $0.\dot{1}\dot{1} = \frac{11}{99} = \frac{1}{9}$ 이므로 유리수이다.
 ③ $\sqrt{99} = 3\sqrt{11}$ 이므로 무리수이다.

15. 다음 그림에서 AEFH의 넓이가 8 일 때, $\overline{AH}$ 는?
[배점 3, 중하]

- ① 8 ② $\sqrt{8}$
③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$
⑤ $\sqrt{5}$



해설

넓이가 8 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{8}$ 이다.

16. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라.

$\sqrt{5}, -\sqrt{3}, 3, 1, -\sqrt{5}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

3, $\sqrt{5}$, 1, $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{5}$ 의 순서이므로 세 번째에 오는 수는 1 이다.