

실력 확인 문제

1. $2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?
[배점 2, 하중]

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개
④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 는 $4 \leq 2x < 16$ 이다. 따라서 $2 \leq x < 8$ 이므로 자연수 x 는 2, 3, 4, 5, 6, 7로 6개이다.

2. 보기는 두 실수 A, B 의 대소 관계를 비교하는 과정을 나타낸 것이다. 다음 과정 중 가장 먼저 틀린 것은?

$A = \sqrt{19} - \sqrt{11}$, $B = \sqrt{17} - \sqrt{13}$
 ㉠ A, B 는 양수이므로 $a^2 > b^2$ 이면 $a > b$ 이다.
 $A^2 - B^2$
 = ㉡ $(\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2$
 = ㉢ $(19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13)$
 = ㉣ $-2\sqrt{209} - 2\sqrt{221} < 0$
 ㉤ $\therefore A < B$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

$A = \sqrt{19} - \sqrt{11}$, $B = \sqrt{17} - \sqrt{13}$
 A, B 는 양수이므로 $a^2 > b^2$ 이면 $a > b$ 이다.
 $A^2 - B^2$
 = $(\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2$
 = $(19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13)$
 = $-2\sqrt{209} + 2\sqrt{221} > 0$
 $\therefore A > B$

3. 다음 중 대소비교가 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $\sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5}$
 ㉡ $4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6}$
 ㉢ $\sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1$

[배점 2, 하중]

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉡, ㉢
 ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{5} = -\sqrt{2} < 0$
 $\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5}$
 ㉡ $4 - \sqrt{5} - (3 - \sqrt{6}) = 1 - \sqrt{5} + \sqrt{6} = \sqrt{6} - \sqrt{5} + 1 > 0$
 $\therefore 4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6}$
 ㉢ $\sqrt{5} - \sqrt{2} - (\sqrt{5} - 1) = -\sqrt{2} + 1 < 0$
 $\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1$

4. 자연수, 정수, 유리수, 무리수, 실수의 집합을 각각 N, Z, Q, I, R 라 할 때, 집합 $R - I$ 는?

[배점 3, 하상]

- ① R ② Q ③ N ④ \emptyset ⑤ Z

해설

$R - I = Q$

5. 다음 중 두 실수 $\sqrt{3}$ 과 $\sqrt{5}$ 사이에 있는 실수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{5} - 0.01$ ② $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{2}$
 ③ $\sqrt{3} + 0.02$ ④ 2
 ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

해설

$$\textcircled{5} \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \sqrt{0.75} < \sqrt{3}$$

6. 부등식 $\sqrt{3} < x < \sqrt{23}$ 을 만족하는 자연수 x 의 합? [배점 3, 하상]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 10 ⑤ 15

해설

$$\sqrt{3} < x < \sqrt{23}, 3 < x^2 < 23$$

$$x = 2, 3, 4$$

$$\therefore 2 + 3 + 4 = 9$$

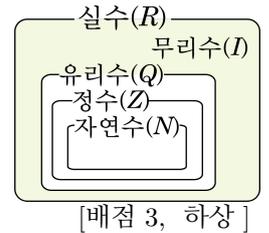
7. 다음 값을 근호를 사용하지 않고 나타낼 것으로 옳바르지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{16} = 4$ ② $\sqrt{0.16} = 0.4$
 ③ $-\sqrt{\frac{121}{64}} = -\frac{11}{8}$ ④ $\sqrt{(-0.1)^2} = -0.1$
 ⑤ $-\sqrt{\left(\frac{5}{10}\right)^2} = -\frac{1}{2}$

해설

$$\textcircled{4} \sqrt{(-0.1)^2} = 0.1$$

8. 다음 중 다음 벤다이어그램에서 색칠한 부분에 속하는 원소가 아닌 것은?



- ① 1.313131.. ② 3.123123412345..
 ③ π ④ $\sqrt{0.2}$
 ⑤ $\sqrt{2}$

해설

$$R - Q = I$$

① 1.313131.. = 1.3̄1 (순환소수) 이므로 유리수이다.

9. 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ a 가 자연수 일 때, \sqrt{a} 가 유리수인 경우가 있다.
 ㉡ $\frac{\text{정수}}{\text{(0이 아닌 정수)}}$ 꼴로 나타낼 수 없는 수는 무리수이다.
 ㉢ 무리수에는 음수와 양수가 모두 존재 한다.
 ㉣ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 무리수이다.
 ㉤ \sqrt{n} 이 무리수가 되는 것은 n 이 소수일 때 이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 3개

해설

- ㉠ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 유리수이다.
 ㉡ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만, 6 은 소수가 아니다.

10. 다음 중에서 순환하지 않는 무한소수로만 이루어진 집합으로 옳은 것을 고르면? [배점 3, 중하]

- ① $A = \{\sqrt{21}, -\sqrt{7}, 0.\dot{5}\}$
- ② $A = \{\sqrt{121}, \sqrt{5}-1, \sqrt{21}\}$
- ③ $A = \{-\sqrt{6}, \sqrt{3+2}, -\sqrt{1}\}$
- ④ $A = \{-\sqrt{\frac{1}{3}}, \sqrt{0.36}, \frac{\sqrt{4}}{2}\}$
- ⑤ $A = \{\frac{\sqrt{2}}{3}, \sqrt{8.1}, \sqrt{4+3\sqrt{2}}\}$

해설

- ① $0.\dot{5} = \frac{5}{9}$ 은 유리수이다.
- ② $\sqrt{121} = 11$ 은 유리수이다.
- ③ $-\sqrt{1} = -1$ 은 유리수이다.
- ④ $\sqrt{0.36} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}, \frac{\sqrt{4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$ 은 유리수이다.

11. 다음 수를 큰 수부터 순서대로 나열할 때, 세 번째에 오는 수를 구하여라.

$$\frac{1}{3}, \sqrt{\frac{1}{3}}, -\sqrt{12}, -2, \sqrt{0.6}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{1}{3}$

해설

$\sqrt{0.6}, \sqrt{\frac{1}{3}}, \frac{1}{3}, -2, -\sqrt{12}$ 의 순서이므로 세 번째에 오는 수는 $\frac{1}{3}$ 이다.

12. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $\sqrt{75} < 9$
- ② $-\sqrt{3} < -\sqrt{2}$
- ③ $0.3 > \sqrt{0.3}$
- ④ $-\sqrt{\frac{1}{3}} < -\sqrt{\frac{1}{4}}$
- ⑤ $\frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{4}}$

해설

$\sqrt{0.09} < \sqrt{0.3}$ 이므로 $0.3 < \sqrt{0.3}$ 이다.

13. 다음 보기의 수 중에서 순환하지 않는 무한소수가 되는 것을 골라라.

보기

- ㉠ $-\sqrt{1}$
- ㉡ 3.14
- ㉢ $\sqrt{\frac{4}{9}}$
- ㉣ $-\sqrt{5}$
- ㉤ $\sqrt{0.16}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

순환하지 않는 무한소수는 무리수이다.

$-\sqrt{1} = -1, 3.14, \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}, \sqrt{0.16} = 0.4$ 는 유리수이다.

따라서 ㉣이 무리수이다.

14. 다음 중 무리수인 것은 모두 몇 개인가?

$$\sqrt{2} + 3, -\sqrt{0.04}, \frac{\pi}{4}, \sqrt{(-13)^2}, \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}, -\frac{\sqrt{25}}{9}$$

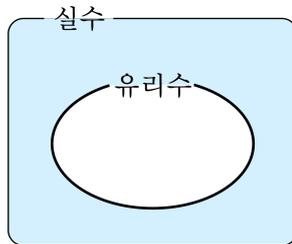
[배점 4, 중중]

- ① 6 개 ② 5 개 ③ 4 개
 ④ 3 개 ⑤ 2 개

해설

유리수 : $-\sqrt{0.04} = -0.2$, $\sqrt{(-13)^2} = 13$,
 $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}} = \sqrt{16} = 4$, $-\frac{\sqrt{25}}{9} = -\frac{5}{9}$
 무리수인 것은 $\sqrt{2} + 3$, $\frac{\pi}{4}$ (2 개)

15. 다음 중 아래의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분에 속하지 않는 수는?



[배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{3} - 3$ ② $-\sqrt{3.61}$
 ③ $\frac{\pi}{5}$ ④ $\frac{1 + \sqrt{6}}{2}$
 ⑤ $\sqrt{9}$ 의 제곱근

해설

무리수를 찾는 문제이다
 $-\sqrt{3.61} = -\sqrt{\frac{361}{100}} = -\sqrt{\left(\frac{19}{10}\right)^2} = -\frac{19}{10}$

16. $a > 0, b > 0$ 일 때 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{a^2b} = ab$ ② $-\sqrt{ab^2} = b\sqrt{a}$
 ③ $-a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$ ④ $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$
 ⑤ $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

- ① $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$
 ② $-\sqrt{ab^2} = -b\sqrt{a}$
 ③ $-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$
 ④ $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{a}$

17. $a > 0, b < 0$ 일 때, $(\sqrt{a})^2 + \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{4a^2} - \sqrt{b^2}$ 을 간단히 하면? [배점 4, 중중]

- ① $-a - b$ ② $-a - 2b$ ③ a
 ④ $-a$ ⑤ $-a + 2b$

해설

$$\begin{aligned} & (\sqrt{a})^2 + \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{(2a)^2} - \sqrt{b^2} \\ &= a + (-b) - (2a) - (-b) \quad (b < 0, -b > 0) \\ &= a - b - 2a + b = -a \end{aligned}$$