단원 종합 평가

1. 집합 A $= \{0, 1, 2, 3\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은? [배점 2, 하중]

① $\{1, 2, 3\}$ ② $\{0\}$

③ ϕ ④ $\{0, 1, 2, 3\}$

⑤ $\{2, 3, 4\}$

해설

⑤ $4 \notin$ A

2. 다음 중 옳은 것은? [배점 2, 하중]

① $n(\{0, 1, 2\}) = 2$

② $n(\{x|x\text{는 } 4\text{의 약수}\}) = 4$

③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$

④ $n(\{x|x\text{는 } 10\text{보다 작은 자연수}\}) = 10$

⑤ $n(\{\varnothing\}) = 1$

해설

① $n(\{0, 1, 2) = 3$
② $n(\{x|x\text{는 } 4\text{의 약수}) = n(\{1, 2, 4) = 3$
③ $n(\{1, 2, 3) - n(\{1, 2) = 3 - 2 = 1$
④ $n(\{x|x\text{는 } 10\text{보다 작은 자연수})$
$= n(\{1, 2, \cdots, 9) = 9$

3. 다음 중 틀린 것은? [배점 2, 하중]

① $\{1, 2\} \subset \{x \mid x\text{는 } 5\text{보다 작은 자연수}\}$

② $\{0, 2, 4\} \subset \{2, 4, 6, 8\}$

③ $\phi \subset \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$

④ $\{1, 3, 6\} \subset \{x|x\text{는 } 12\text{의 약수}\}$

⑤ $\{1, 3, 7\} \not\subset \{0, 1, 3, 5\}$

해설

② $\{0,\ 2,\ 4\}$ 가 $\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ 의 부분집합이 아니므로 $\{0,\ 2,\ 4\} \not\subset \{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$

4. 세 집합 $A = \{x \mid x\text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x\text{는 } 15\text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x\text{는 } 20 \text{ 이하의 홀수}\}$ 일 때, 집합 A, B, C 의 포함 관계를 기호로 나타내어라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: $B \subset C \subset A$

해설

각각의 집합을 원소나열법으로 나타내면
$A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4, \cdots, 20\}$
$B = \{1,\ 3,\ 5,\ 15\}$
$C = \{1,\ 3,\ 5,\ 7, \cdots, 19\}$
$\therefore\ B \subset C \subset A$

5. 현중이는 가로, 세로의 길이가 각각 $24cm, 36cm$ 인 직사각형 모양의 대형 초콜릿을 남는 부분 없이 모두 같은 크기의 정사각형 모양으로 잘라 친구들에게 나누어 주려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려고 할 때, 정사각형의 한 변의 길이는? [배점 2, 하중]

① $6cm$ ② $8cm$ ③ $10cm$

④ $12cm$ ⑤ $24cm$

해설

자르려고 하는 정사각형의 모양의 초콜릿은 24 와 36 의 공약수이다.
그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양으로 자른다고 했으므로 한 변의 길이는 24 와 36 의 최대공약수이다.

2) 24 36
2) 12 18
3) 6 9
2 3

$\therefore 2\times2\times3=12(\text{cm})$

6. 다음에서 서로 같은 집합이 몇 쌍인지 구하여라.

보기

㉠ {5, 10, 15} ㉡ {5, 15}

㉢ {10, 15, 5} ㉣ {5, 15, 25}

㉤ {10, 15} ㉥ {25, 5, 3×5}

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 2 쌍

해설

㉠ = ㉢

㉣ = {25, 5, 3×5} = {25, 5, 15} 이므로

㉣ = ㉥

따라서 ㉠과 ㉢, ㉣과 ㉥ 두 쌍이다.

7. $\{1, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 4 개

해설

집합 X 는 1, 4 를 반드시 원소로 가지는 {1, 2, 3, 4} 의 부분집합이므로 개수는 $2^2 = 4$ (개)

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여, $A \subset B$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 3, 하상]

① $B^C \subset A^C$ ② $A - B = \varnothing$

③ $A \cap B = A$ ④ $A \cup B = B$

⑤ $B - A = \varnothing$

해설

⑤ $A - B = \varnothing$ 이다.

9. 두 수 $4 \times x$, $5 \times x$ 의 최소공배수가 80 일 때, x 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$4 \times x$, $5 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times x = 80$

따라서 $x = 4$ 이다.

10. 다음 중 두 수가 서로소인 것은? [배점 3, 하상]

① 8, 9 ② 24, 27 ③ 12, 51

④ 14, 35 ⑤ 13, 91

해설

① 8 과 9 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.

11. $2^6 + 2^3 + 1$ 을 이진법으로 옳게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

① $10101_{(2)}$ ② $101001_{(2)}$

③ $100101_{(2)}$ ④ $10100_{(2)}$

⑤ $1001001_{(2)}$

해설

$1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 1 = 1001001_{(2)}$

12. 집합 A 에 대하여 $x \in A$ 이면, $5 - x \in A$ 이다. 집합 A 의 원소가 모두 자연수일 때, 가능한 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

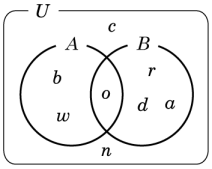
▷ 정답 : 3 개

해설

집합 A 는 $(1,\ 4)$, $(2,\ 3)$ 의 순서쌍을 원소로 갖고 $\varnothing$ 은 갖지 않는 집합이므로

$2^2 - 1 = 3$ (개)

13. 다음 벤 다이어그램을 보고, A^c , B^c , $(A \cup B)^c$ 을 각각 원소나열법으로 나타내어라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A^c = \{a, c, d, n, r\}$

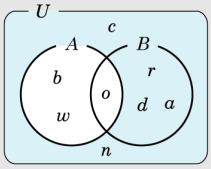
▷ 정답 : $B^c = \{b, c, n, w\}$

▷ 정답 : $(A \cup B)^c = \{c, n\}$

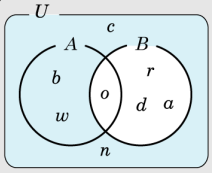
해설

벤 다이어그램으로 색칠하면 다음과 같다.

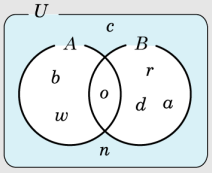
i)



ii)



iii)



14. 집합 $A = \{2, 4, 6, a, b, c\}$ 일 때, $B \subset A$, $n(B) = 4$ 를 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15 개

해설

$\{2, 4, 6, a\}, \{2, 4, 6, b\}, \{2, 4, 6, c\}$
$\{2, 4, a, b\}, \{2, 4, a, c\}, \{2, 4, b, c\}$
$\{2, 6, a, b\}, \{2, 6, a, c\}, \{2, 6, b, c\}$
$\{4, 6, a, b\}, \{4, 6, a, c\}, \{4, 6, b, c\}$
$\{4, a, b, c\}, \{2, a, b, c\}, \{6, a, b, c\}$

15. 다음 중에서 이진법의 전개식으로 옳게 나타낸 것은?

[배점 3, 중하]

① $1000_{(2)} = 1 \times 2^4$

② $10101_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 1$

③ $11010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1$

④ $110110_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2$

⑤ $1111_{(2)} = 1 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 1 \times 10 + 1 \times 1$

해설

① $1000_{(2)} = 1 \times 2^3$
② $10101_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1$
③ $11010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2$
④ $110110_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2$
⑤ $1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

16. 빨간 색종이 63 장과 파란 색종이 45 장, 노란 색종이 36 장을 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 9 명

해설

세 수의 최대공약수를 구한다.

3) 63 45 36
3) 21 15 12
7 5 4

∴ 3×3=9

17. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

2)600
2)300
2)150
3) 75
5) 25
5

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

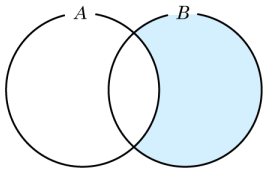
18. 집합 $A = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \{0,\ 1\},\ \varnothing\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

① $\varnothing \in A$
② $\{0,\ 1\} \in A$
③ $\{0,\ 3\} \subset A$
④ $\{0\} \in A$
⑤ $\varnothing \subset A$

해설

$\{0\} \subset A$

19. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은?



[배점 4, 중중]

① $\{x|x \in A$ 그리고 $x \in B\}$
② $\{x|x \notin A$ 그리고 $x \in B\}$
③ $\{x|x \in A$ 그리고 $x \notin B\}$
④ $\{x|x \in A$ 또는 $x \in B\}$
⑤ $\{x|x \notin A$ 또는 $x \in B\}$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ② $\{x|x \notin A$ 그리고 $x \in B\}$ 이다.

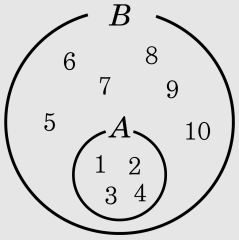
20. 두 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $B = \{x \mid x$는 $0 \le x \le 10$인 자연수$\}$ 의 포함관계를 기호를 써서 나타내어라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $A \subset B$

해설

$B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \cdots,\ 10\}$ 이므로 $A \subset B$ 이다.
벤 다이어그램을 그리면 아래와 같다.



21. 전체집합 $U = \{1,2,3,4,5,6,7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x|x$는 6의 약수$\}$, $B = \{1,\ 2,\ 4\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

① $A \cap B = \{1,2\}$

② $A - B = \{3,6\}$

③ $A - B^c = \{3,5\}$

④ $A^c - B^c = \{4\}$

⑤ $A \cup B = \{1,2,3,4,6\}$

해설

$A = \{1,2,3,6\}$ 이므로
③ $A - B^c = \{1,\ 2\}$ 이다.

22. 집합 $A = \{x \mid 111_{(2)} < x < 11111_{(2)},\ x$는 3의 배수$\}$ 일 때, $n(A)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$111_{(2)} = 7,\ 11111_{(2)} = 31$
$A = \{x \mid 7 \le x \le 31$인 3의 배수$\}$
$= \{9,\ 12,\ 15,\ \cdots,\ 30\}$
$\therefore\ n(A) = 8$

23. 두 집합 $A = \{a,\ b,\ c,\ d\}$, $B = \{c,\ e\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

집합 X 는 원소 c 를 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이다.
$n(X) = 2^3 = 8$ (개)

24. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

① $A \subset B$, $B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

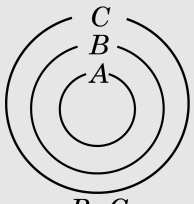
② $A \subset B$, $B = C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

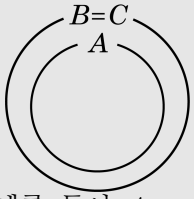
③ $A \subset B$, $B \subset C$ 이면 $A = B$ 이다.

④ $A \subset B$, $B \subset C$, $C \subset A$ 이면 $A = C$ 이다.

⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이다.

해설

① 

② 

③ 예를 들어 $A = \{1\}$, $B = \{1, 2\}$, $C = \{1, 2, 3\}$ 이면 $A \subset B$, $B \subset C$ 이지만 $A \neq B$

④ $A \subset B$, $B \subset C$, $C \subset A$ 이면 $A = B = C$

⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) \leq n(B) \leq n(C)$

25. 504 를 자연수 a 로 나눈 값이 자연수 b 의 제곱이 될 때, $a + b$ 의 최소값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$\frac{504}{a} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 7}{a} = b^2$ 이므로

$a = 2 \times 7,\ 2^3 \times 7,\ 2 \times 3^2 \times 7,\ 504$ 가 가능하다.

$a = 2 \times 7$ 일 때, $b^2 = 6^2$ $\therefore\ b = 6$

$a = 2^3 \times 7$ 일 때, $b^2 = 3^2$ $\therefore\ b = 3$

$a = 2 \times 3^2 \times 7$ 일 때, $b^2 = 2^2$ $\therefore\ b = 2$

$a = 504$ 일 때, $b = 1$

$\therefore\ (a + b$의 최소값$) = 14 + 6 = 20$