

5. 두 집합 $A = \{3, 4, a + 1\}$, $B = \{5, a + 2, 2 \times a, 9\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$ 일 때, $(A - B) \cup (B - A)$ 는?
[배점 3, 하상]

- ① $\{3, 4, 6\}$ ② $\{3, 4, 6, 8\}$
- ③ $\{3, 4, 7, 8\}$ ④ $\{3, 4, 6, 8, 9\}$
- ⑤ $\{3, 4, 7, 8, 9\}$

해설
 $(A \cap B) = \{5\}$ 이므로 $a + 1 = 5, a = 4$ 이다.
 따라서 $A = \{3, 4, 5\}, B = \{5, 6, 8, 9\}$ 이므로
 $(A - B) \cup (B - A) = \{3, 4\} \cup \{6, 8, 9\} = \{3, 4, 6, 8, 9\}$ 이다.

6. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 에서 1 을 포함하지 않는 부분집합의 개수가 8 개라고 할 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ **답:**
 ▷ **정답:** 4

해설
 $2^{(1을 제외한 원소의 개수)} = 2^{n-1} = 8 = 2^3 \therefore n = 4$

7. 서울에서 세 개의 도시로 버스가 각각 10 분, 15 분, 12 분마다 출발한다고 한다. 오전 8 시 20 분에 이 세 방향으로 버스가 동시에 출발했다면 그 후 세 버스가 동시에 출발하는 시간은? [배점 3, 하상]

- ① 오전 9 시 ② 오전 10 시 40 분
- ③ 오후 1 시 10 분 ④ 오후 2 시
- ⑤ 오후 2 시 20 분

해설
 버스가 동시에 출발하는 간격은 10, 12, 15 의 최소공배수 60 (분)
 즉, 1 시간 간격이므로 매시 20 분에 동시에 출발한다.

8. 어떤 수로 35 를 나누면 3 이 남고 118 을 나누면 2 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?
[배점 3, 하상]

- ① 16 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설
 어떤 자연수를 x 라고 할 때,
 $35 = x \times \triangle + 3, 118 = x \times \square - 2$
 $32 = x \times \triangle, 120 = x \times \square$
 가장 큰 수 x 는 32 와 120 의 최대공약수
 $32 = 2^5, 120 = 2^3 \times 3 \times 5$
 $\therefore x = 2^3 = 8$

9. 세 자연수 $5 \times x$, $6 \times x$, $9 \times x$ 의 최소공배수가 270 일 때, x 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$5 \times x$, $6 \times x = 2 \times 3 \times x$, $9 \times x = 3^2 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 \times 5 \times x = 270$ 따라서 $x = 3$ 이다.

10. 두 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$B = \{2, 3, 5, 7\}$
 $A = B$ 이므로
 $a + b + c + d = 2 + 3 + 5 + 7 = 17$

11. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 'mathematics' 에 쓰인 자음}\}$,

$B = \{x \mid x \text{는 'science' 에 쓰인 자음}\}$

에 대하여 다음 보기의 알파벳 중 $A \cup B$ 의 원소가 아닌 것을 모두 골라라.

보기

$a, c, g, h, i, k, m, n, o, q, s, t$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: a

▷ 정답: g

▷ 정답: i

▷ 정답: k

▷ 정답: o

▷ 정답: q

해설

$A = \{x \mid x \text{는 'mathematics' 에 쓰인 자음}\} = \{m, t, h, c, s\}$,

$B = \{x \mid x \text{는 'science' 에 쓰인 자음}\} = \{s, c, n\}$ 이다.

따라서 $A \cup B = \{m, t, h, c, s, n\}$

12. 두 집합 $A = \{2, a + 3, 8\}$, $B = \{6, b, 7\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{7, 8\}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$A \cap B = \{7, 8\}$ 이므로 $7 \in A$ 이다.

$\therefore a + 3 = 7, a = 4$

$8 \in B \therefore b = 8$

$\therefore a + b = 4 + 8 = 12$

13. 다음 중에서 두 집합이 서로 같은 것을 모두 골라라.

㉠ $A = \{M, A, T, H\}, B = \{T, A, M, H\}$

㉡ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}, B = \{0\}$

㉢ $A = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 큰 짝수}\}, B = \{8, 10, \dots\}$

㉣ $A = \{\text{삼각형, 사각형}\}, B = \{\text{삼각기둥, 사각기둥}\}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

해설

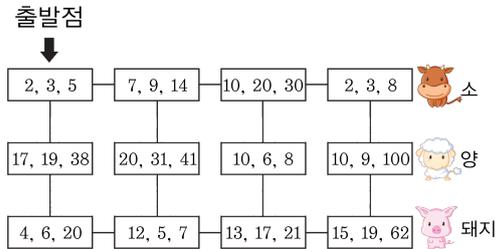
㉠ 집합 B 의 원소 순서를 바꾸면 $\{T, A, M, H\} = \{M, A, T, H\} = A$ 이다.

㉡ 집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \emptyset$ 이므로 $A \neq B$ 이다.

㉢ 집합 A 를 원소 나열법으로 쓰면 $A = \{8, 10, 12, \dots\}$ 이므로 $A = B$ 이다.

㉣ 삼각형과 삼각기둥, 사각형과 사각기둥은 각각 다르므로 $A \neq B$ 이다.

14. 모범이는 출발점에서 시작하여 만나는 네모 칸에 들어 있는 세 수가 각각 ‘서로소’ 이면 ‘오른쪽’ 으로 한 칸을 움직이고, 그렇지 않으면 ‘아래쪽’ 으로 한 칸을 움직여 지나간다고 한다. 모범이가 도착한 곳에서 만나는 동물을 말하여라. 이때, 한 번 지나간 길은 다시 지나지 않는다.

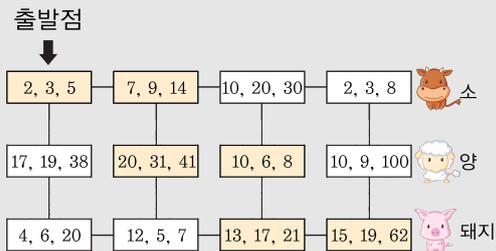


[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 돼지

해설 가 지나가는 칸을 색칠하면 다음과 같다.



따라서 모범이가 만나는 동물은 돼지이다.

15. 1g, 2g, 4g, 8g, 16g 짜리 저울추가 각각 한 개씩 있고, 이 추들을 사용하여 어떤 물건의 무게를 재었더니 23g 이었다. 이 때, 사용되지 않은 추는 몇 g 짜리인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8g

해설

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 23} \\
 2 \overline{) 11} \dots 1 \\
 2 \overline{) 15} \dots 1 \\
 2 \overline{) 2} \dots 1 \\
 2 \overline{) 21} \dots 0 \\
 \underline{20} \dots 1
 \end{array}$$

$$\therefore 23 = 10111_{(2)}$$

$$23 = 10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$$

따라서 사용되지 않은 추는 8g 짜리 추이다.

16. 어떤 자연수로 50 을 나누면 2 가 남고, 35 를 나누면 3 이 남고, 87 을 나누면 7 이 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 큰 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

구하는 수는 $50 - 2 = 48$, $35 - 3 = 32$, $87 - 7 = 80$ 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 48} \\
 2 \overline{) 32} \dots 1 \\
 2 \overline{) 16} \dots 1 \\
 2 \overline{) 8} \dots 1 \\
 2 \overline{) 4} \dots 1 \\
 2 \overline{) 2} \dots 1 \\
 2 \overline{) 1} \dots 0 \\
 \underline{20} \dots 1
 \end{array}$$

$$\therefore 23 = 10111_{(2)}$$

17. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합 중에서 3 의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 3 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

18. $n(A) = 16, n(B) = 10, n(A \cup B) = 24$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 16 + 10 - 24 = 2 \end{aligned}$$

19. $A = \{x|x \text{는 } a \text{의 약수}\}, B = \{x|x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 에 대하여 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

① $\{1, 2, 24\} \subset A \cap B$

② $12 \in A \cap B$

③ $n(A \cap B) = 8$

④ $10 \notin A \cap B$

⑤ $\{3, 6, 8, 36\} \subset A \cap B$

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로

$$A \cap B = \{x|x \text{는 } a, b \text{의 공약수}\} = \{x|x \text{는 } 24 \text{의 약수}\} =$$

$$\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

따라서 ⑤ $\{3, 6, 8, 36\} \not\subset A \cap B$ 이다.

20. 다음 수 중에서 가장 큰 수는? [배점 4, 중중]

① $10001_{(2)}$

② $1110_{(2)}$

③ 20

④ 4^2

⑤ $21 - 5$

해설

$$10001_{(2)} = 2^4 + 1 = 17,$$

$$1110_{(2)} = 2^3 + 2^2 + 2 = 14$$

21. 생일 파티에서 불이 꺼진 촛불은 0, 불이 켜진 촛불은 1로 하여 이진법으로 나타내기로 할 때, 5개의 촛불로 나타낼 수 있는 자연수는 모두 몇 개인가?

[배점 4, 중중]

- ① 16 개 ② 24 개 ③ 27 개
 ④ 31 개 ⑤ 32 개

해설

모든 초가 켜졌을 때, 즉 나타낼 수 있는 가장 큰 수는 $11111_{(2)} = 31$
 \therefore 31 개
 따라서 1부터 31까지 31개의 자연수를 나타낼 수 있다.

22. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A-B) = 20$, $n(A^c \cap B) = 12$, $n(A \cup B) = 48$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ **답:**

▷ **정답:** 16

해설

$A^c \cap B = B - A$
 $n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(A^c \cap B)$
 $48 = 20 + n(A \cap B) + 12$
 $\therefore n(A \cap B) = 16$

23. 다음 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 3, 8, a \times 3, 2, b + 3, c, 12\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 일 때, 자연수 a 가 될 수 있는 최댓값과 최솟값의 차이를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ **답:**

▷ **정답:** 6

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$,
 $B = \{1, 2, 3, 8, 12, a \times 3, b + 3, c\}$ 이므로,
 $a \times 3, b + 3, c$ 는 각각 4, 6, 24 중 하나여야 한다.
 $a \times 3 = 4$ 일 때 a 값이 최소가 되고, $a \times 3 = 24$ 일 때 a 값이 최대가 되지만, $a \times 3 = 4$ 일 때의 a 값은 자연수가 아니므로 부적합하다.
 따라서 a 값이 최소일 때는 $a \times 3 = 6$ 일 때이다.
 최댓값 : $a = 8$
 최솟값 : $a = 2$
 따라서 $8 - 2 = 6$

24. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 27 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라.

보기

$\{1\} \subset B \subset A, n(B) = 3$

[배점 5, 중상]

▶ **답:**

▷ **정답:** 3개

해설

$A = \{1, 3, 9, 27\}$
 집합 B 는 원소 1을 포함한 집합 A 의 부분집합 중 원소의 개수가 3개인 집합이므로
 $\{1, 3, 9\}, \{1, 3, 27\}, \{1, 9, 27\}$ 의 3개이다.

25. 어떤 자연수로 38을 나누면 2가 남고, 27을 나누면 3이 남고, 125로 나누면 5가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$38 - 2 = 36$, $27 - 3 = 24$, $125 - 5 = 120$ 에서 어떤 수는 36, 24, 120의 최대 공약수이다.

$$6) \begin{array}{r} 36 \\ 24 \\ 120 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 6 \\ 4 \\ 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \\ 10 \end{array}$$

$$\text{최대공약수} : 6 \times 2 = 12$$