

# 단원 종합 평가

1.  $A = \{1, 2, 4\}$ ,  $B = \{2, 4, 5, 6\}$  일 때,  $A \cap B$  를 구하면? [배점 3, 하상]

- ①  $\{2\}$                       ②  $\{2, 6\}$                       ③  $\{2, 4, 6\}$   
 ④  $\{5, 6\}$                       ⑤  $\{2, 4\}$

**해설**

$A \cap B$  은  $A$  에도 속하고  $B$  에도 속하는 공통 부분이므로  $\{2, 4\}$  이다.

2. 집합  $\{1, 3, 5, 7\}$  에서 원소 1 을 포함하고 5 를 포함하지 않는 부분집합의 개수는? [배점 3, 하상]

- ① 2 개                      ② 3 개                      ③ 4 개  
 ④ 6 개                      ⑤ 8 개

**해설**

$$2^{(1, 5 \text{를 뺀 원소의 개수})} = 2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

3. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{보다 크고 } 15 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\}$  일 때, 원소 3 또는 6 을 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ **답:**

▷ **정답:** 12 개

**해설**

$$A = \{3, 6, 9, 12\}$$

원소 3 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{4-1} = 8(\text{개})$$

원소 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{4-1} = 8(\text{개})$$

원소 3, 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{4-2} = 4(\text{개})$$

원소 3 또는 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$8 + 8 - 4 = 12(\text{개})$$

4. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

[배점 3, 하상]

- ①  $2^4 \times 3^2$                       ②  $2^3 \times 5^3$   
 ③  $2^2 \times 5^2$                       ④  $2 \times 3 \times 5^3$   
 ⑤  $3^4$

**해설**

①  $(4 + 1) \times (2 + 1) = 15(\text{개})$

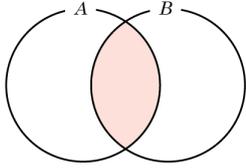
②  $(3 + 1) \times (3 + 1) = 16(\text{개})$

③  $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9(\text{개})$

④  $(1 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 16(\text{개})$

⑤  $(4 + 1) = 5(\text{개})$

5. 두 집합  $A = \{x|x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$ ,  $B = \{x|x \text{는 } 75 \text{의 약수}\}$  에 대하여 다음 벤 다이어그램으로 나타낼 때, 색칠한 부분에 해당하는 원소가 아닌 것은?

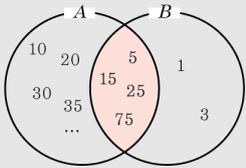


[배점 3, 중하]

- ① 5    ② 10    ③ 15    ④ 25    ⑤ 75

해설

$A = \{x|x \text{는 } 5 \text{의 배수}\} = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$ ,  
 $B = \{x|x \text{는 } 75 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 5, 15, 25, 75\}$  이  
 므로 두 집합  $A, B$  를 벤 다이어그램으로 나타내면  
 다음과 같다.



따라서 색칠한 부분에 해당하는 원소는 5, 15, 25, 75  
 이다.

6. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답: 3

▷ 정답: 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2)48 \\ 2)24 \\ 2)12 \\ 2)6 \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$  이므로  $2^4 \times 3 \times \square$  가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한  $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

7. 가로 길이가 18cm, 세로 길이가 12cm 높이가 8cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 부피가 작은 정육면체를 만들려고 하나. 필요한 벽돌의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답: 216개

▷ 정답: 216개

해설

가로의 길이 18, 세로의 길이 12, 높이 8의 최소 공배수는 72이다.

$$(\text{가로}) = 72 \div 18 = 4(\text{개})$$

$$(\text{세로}) = 72 \div 12 = 6(\text{개})$$

$$(\text{높이}) = 72 \div 8 = 9(\text{개})$$

$$\therefore (\text{필요한 벽돌 수}) = 4 \times 6 \times 9 = 216(\text{개})$$

8. 다음 중 옳은 것을 고르면? [배점 3, 중하]

- ① 1 은 소수이다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 두 소수의 곱은 합성수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 9 개이다.
- ⑤ 소수의 제곱은 항상 네 개의 약수를 갖는다.

**해설**

- ① 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ② 2 는 소수이지만 짝수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이므로 총 8 개이다.
- ⑤ 소수  $a$  의 제곱은 항상 세 개의 약수  $(1, a, a^2)$  를 갖는다.

소수의 제곱	약수
$2^2=4$	1, 2, 4
$3^2=9$	1, 3, 9
$5^2=25$	1, 5, 25
⋮	⋮

9. 검은 바둑알은 0, 흰 바둑알은 1로 하여 이진법의 수를 나타내려고 한다. 예를 들면  $110_{(2)}$  은 ○○●으로 나타낸다. 바둑돌로 이진법의 수를 다음과 같이 나타낼 때, 다음 수를 십진법의 수로 나타내어라.



[배점 3, 중하]

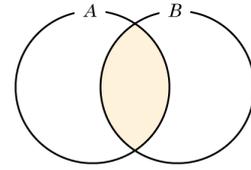
▶ 답:

▶ 정답: 52

**해설**

$$110100_{(2)} = 52$$

10. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$ ,  $B = \{1, 5, 8, 13, 19\}$  일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합은?

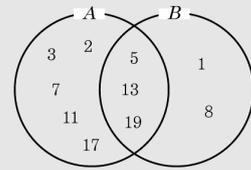


[배점 4, 중중]

- ① {5, 13}
- ② {5, 19}
- ③ {5, 13, 19}
- ④ {1, 5, 13}
- ⑤ {1, 5, 13, 19}

**해설**

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면  $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$  이다. 벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는 {5, 13, 19} 이다.

11. 두 집합  $A, B$  에 대하여  $A \subset B, B \subset A$  이고  $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{1, a-2, a, a \times 2\}$  이다.  $a$  의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$A \subset B$  이고,  $B \subset A$  이면  $A = B$  이다.

$A = \{1, 2, 4, 8\}$  이므로,  $a$  값은 2, 4, 8 중 하나여야 한다.

이 중  $a-2, a, a \times 2$  가 모두 집합  $A$  의 원소가 되는  $a$  값을 찾으면  $a = 4$  이다.

12. 세 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{보다 작은 홀수}\}, C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\}$  에 대하여  $n(A) + n(B) + n(C)$  를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$  이므로  $n(A) = 6$

$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$  이므로  $n(B) = 6$

$C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\} = \emptyset$  이므로  $n(C) = 0$

$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 6 + 6 + 0 = 12$

13.  $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$  일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 4, 중중]

①  $A \subset B$

②  $10 \in B$

③  $\emptyset \subset A$

④  $2 \subset B$

⑤  $7 \in B$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\},$

$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

①  $B \subset A$

④  $2 \in B$

⑤  $7 \notin B$

14. 20 의 약수의 개수와  $3^2 \times 7^a$  의 약수의 개수가 같을 때, 자연수  $a$  의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$20 = 2^2 \times 5$  의 약수의 개수는

$(2+1) \times (1+1) = 6$  (개)이다.

$3^2 \times 7^a$  의 약수의 개수는

$(2+1) \times (a+1) = 6$  (개)가 되어야 한다.

$\therefore a = 1$

15.  $11011_{(2)}$  과 서로소인 수는? [배점 4, 중중]

- ① 3    ② 5    ③ 6    ④ 9    ⑤ 12

해설

$11011_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 8 + 2 + 1 = 27 = 3^3$  이므로 소인수로 3 을 갖지 않는 수를 찾는다.

16. 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 가장 큰 수와 다섯 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 두 번째로 작은 수의 합을 십진법으로 나타내어라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 32

해설

네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 가장 큰 수는  $1111_{(2)}$ , 다섯 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 두 번째로 작은 수는  $10001_{(2)}$   
 $\therefore 1111_{(2)} + 10001_{(2)} = 15 + 17 = 32$

17. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$  일 때, 적어도 하나의 원소가 홀수인 집합  $A$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

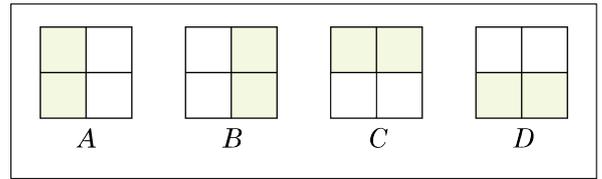
▶ 답:

▷ 정답: 48 개

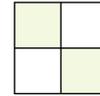
해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$  적어도 하나는 홀수인 부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수에서 짝수의 원소로만 이루어진 부분집합의 개수를 빼면 되므로  $2^6 - 2^{6-2} = 64 - 16 = 48$  (개)이다.

18. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



다음 그림을 위의 집합  $A, B, C, D$  와 연산 기호를 사용하여 옳게 표현한 것은?



[배점 5, 중상]

- ①  $(A \cup B) - (A \cap B)$   
 ②  $(D \cup C) - (B \cap C)$   
 ③  $(A \cup D) - (A \cap D)$   
 ④  $(A - C) \cup (C - B)$   
 ⑤  $(A - D) \cup (B - A)$

해설

$(A \cup D) - (A \cap D)$

19. 자연수  $x$  를 소인수분해 했을 때 나타나는 소인수들의 합을 기호  $S(x)$  로 나타내기로 할 때, 어떤 자연수  $m$  을 소인수분해 하면 세 종류의 소인수가 나타나고,  $S(m) = 12$  라고 한다. 이 때, 이를 만족하는  $m$  의 값의 합을 구하여라.

(예를 들면,  $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$  이므로  $S(72) = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 = 12$  가 된다.) [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 102

해설

세 종류의 소수의 합이 12 이하인 경우는  $(2, 3, 5)$ ,  $(2, 3, 7)$  의 두 가지 경우이다.

$S(m) = 2+2+3+5$  또는  $S(m) = 2+3+7$  이므로  $m = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$  또는  $m = 2 \times 3 \times 7 = 42$  따라서  $60 + 42 = 102$ 이다.

20.  $I, M, O$  는  $I \times M \times O = 2001$  을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때,  $I + M + O$  의 최댓값은?

[배점 5, 중상]

- ① 23                      ② 55                      ③ 99  
 ④ 111                      ⑤ 671

해설

$2001 = 3 \times 23 \times 29$  이고, 합의 최댓값을 구하므로,  $I, M, O$  는 1, 3, 667 이 된다.

21. 세 수  $2 \times 7^4$ ,  $2^a \times 3 \times 7^3$ ,  $2 \times b^c \times 7^d$  의 최대공약수가  $2 \times 7^3$  이고, 최소공배수가  $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$  일 때,  $a \times b - c \times d$  의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

최대공약수가  $2 \times 7^3$ ,

최소공배수가  $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$  이므로

$a = 3, b = 5, c = 2, d = 5$

$\therefore a \times b - c \times d = 3 \times 5 - 2 \times 5 = 5$

22. 세 집합  $A, B, C$  에 대하여  $n(A) = 12, n(B) = 10, n(C) = 9, n(A \cap B) = 4, n(B \cup C) = 15, A \cap C = \emptyset$  일 때,  $n(A \cup B \cup C)$  의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

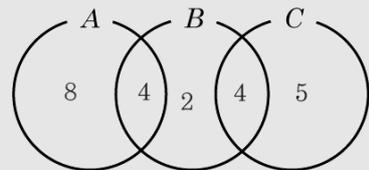
▷ 정답: 23

해설

$n(A) = 12, n(B) = 10, n(C) = 9, n(B \cup C) = 15$  이므로

$n(B \cap C) = 10 + 9 - 15 = 4$

$A \cap C = \emptyset$  이므로 벤 다이어그램을 그려보면



$\therefore n(A \cup B \cup C) = 8 + 4 + 2 + 4 + 5 = 23$

23. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $A = \{1, 3, 5\}$  이고  $A \cap B \neq \emptyset$  일 때, 집합  $B$  의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 28개

해설

$A \cap B \neq \emptyset$  이므로 집합  $B$  는 적어도  $A$  의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로

$$\begin{aligned} (\text{집합 } B \text{의 개수}) &= (U \text{의 부분집합의 개수}) - \\ &= (A \text{의 원소를 포함하지 않는 } U \text{의 부분집합의 개수}) \\ &= 2^5 - 2^{5-3} \\ &= 2^5 - 2^2 \\ &= 32 - 4 = 28(\text{개}) \end{aligned}$$

24. 세 집합  $A, B, C$  가  $n(A) = 7, n(B) = 5, n(C) = 4, n(A - B) = 5, n(B - C) = 4, n(C - A) = 4$  일 때,  $n(A \cup B \cup C)$  를 구하여라. [배점 5, 상하]

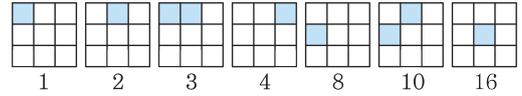
▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) = 5 \rightarrow n(A \cap B) = 2 \\ & , \\ n(B - C) &= n(B) - n(B \cap C) = 4 \rightarrow n(B \cap C) = 1 \\ & , \\ n(C - A) &= n(C) - n(C \cap A) = 4 \rightarrow n(C \cap A) = 0 \\ & , \\ n(C \cap A) &= 0 \rightarrow n(A \cap B \cap C) = 0 , \\ \therefore n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) \\ & \quad - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 7 + 5 + 4 - 2 - 1 - 0 + 0 = 13 \end{aligned}$$

25. 자연수 1, 2, 3, 4, 8, 10, 16 을 다음과 같이 나타낼 때,  이 나타내는 수는 무엇인지 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 84

해설

$1 = 1_{(2)}, 2 = 10_{(2)}, 3 = 11_{(2)}, \dots$  이므로

0	0	1	
1	0	0	$1010100_{(2)}$
0	0		

$$1010100_{(2)} = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 = 64 + 16 + 4 = 84$$