

단원 종합 평가

1. $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{2, 4, 5, 6\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① $\{2\}$ ② $\{2, 6\}$ ③ $\{2, 4, 6\}$
 ④ $\{5, 6\}$ ⑤ $\{2, 4\}$

해설

$A \cap B$ 은 A 에도 속하고 B 에도 속하는 공통 부분이므로 $\{2, 4\}$ 이다.

2. 집합 $\{1, 3, 5, 7\}$ 에서 원소 1 을 포함하고 5 를 포함하지 않는 부분집합의 개수는? [배점 3, 하상]

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개
 ④ 6 개 ⑤ 8 개

해설

$$2^{(1, 5 \text{를 뺀 원소의 개수})} = 2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

3. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{보다 크고 } 15 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\}$ 일 때, 원소 3 또는 6 을 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 12 개

해설

$$A = \{3, 6, 9, 12\}$$

원소 3 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{4-1} = 8 (\text{개})$$

원소 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{4-1} = 8 (\text{개})$$

원소 3, 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{4-2} = 4 (\text{개})$$

원소 3 또는 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$8 + 8 - 4 = 12 (\text{개})$$

4. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $2^4 \times 3^2$ ② $2^3 \times 5^3$
 ③ $2^2 \times 5^2$ ④ $2 \times 3 \times 5^3$
 ⑤ 3^4

해설

$$\textcircled{1} (4 + 1) \times (2 + 1) = 15 (\text{개})$$

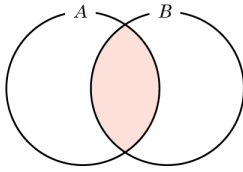
$$\textcircled{2} (3 + 1) \times (3 + 1) = 16 (\text{개})$$

$$\textcircled{3} (2 + 1) \times (2 + 1) = 9 (\text{개})$$

$$\textcircled{4} (1 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 16 (\text{개})$$

$$\textcircled{5} (4 + 1) = 5 (\text{개})$$

5. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}, B = \{x|x \text{는 } 75 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램으로 나타낼 때, 색칠한 부분에 해당하는 원소가 아닌 것은?

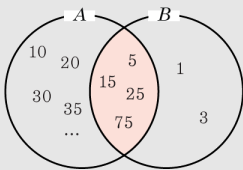


[배점 3, 중하]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 25 ⑤ 75

해설

$A = \{x|x \text{는 } 5 \text{의 배수}\} = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$,
 $B = \{x|x \text{는 } 75 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 5, 15, 25, 75\}$ 이므로 두 집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 색칠한 부분에 해당하는 원소는 5, 15, 25, 75이다.

6. 48에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이때, 곱하여야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

48을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 48} \\ 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array}$$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $2^4 \times 3 \times \square$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 $\square$ 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 3이다.

7. 가로 길이가 18cm, 세로 길이가 12cm 높이가 8cm인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 부피가 작은 정육면체를 만들려고 한다. 필요한 벽돌의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 216 개

해설

가로의 길이 18, 세로의 길이 12, 높이 8의 최소 공배수는 72이다.

$$(\text{가로}) = 72 \div 18 = 4(\text{개})$$

$$(\text{세로}) = 72 \div 12 = 6(\text{개})$$

$$(\text{높이}) = 72 \div 8 = 9(\text{개})$$

$$\therefore (\text{필요한 벽돌 수}) = 4 \times 6 \times 9 = 216(\text{개})$$

8. 다음 중 옳은 것을 고르면? [배점 3, 중하]

- ① 1 은 소수이다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 두 소수의 곱은 합성수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 9 개이다.
- ⑤ 소수의 제곱은 항상 네 개의 약수를 갖는다.

해설

- ① 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ② 2 는 소수이지만 짝수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이므로 총 8 개이다.
- ⑤ 소수 a 의 제곱은 항상 세 개의 약수($1, a, a^2$) 를 갖는다.

소수의 제곱	약수
$2^2=4$	1, 2, 4
$3^2=9$	1, 3, 9
$5^2=25$	1, 5, 25
$\vdots$	$\vdots$

9. 검은 바둑알은 0 , 흰 바둑알은 1 로 하여 이진법의 수를 나타내려고 한다. 예를 들면 $110_{(2)}$ 은 ○○●으로 나타낸다. 바둑돌로 이진법의 수를 다음과 같이 나타낼 때, 다음 수를 십진법의 수로 나타내어라.



[배점 3, 중하]

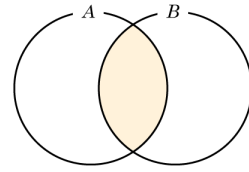
▶ 답 :

▶ 정답 : 52

해설

$$110100_{(2)} = 52$$

10. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$, $B = \{1, 5, 8, 13, 19\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합은 ?

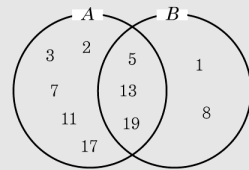


[배점 4, 중중]

- ① $\{5, 13\}$
- ② $\{5, 19\}$
- ③ $\{5, 13, 19\}$
- ④ $\{1, 5, 13\}$
- ⑤ $\{1, 5, 13, 19\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 이다. 벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는 $\{5, 13, 19\}$ 이다.

11. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 이고 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{1, a-2, a, a \times 2\}$ 이다. a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로, a 값은 2, 4, 8 중 하나여야 한다.

이 중 $a-2, a, a \times 2$ 가 모두 집합 A 의 원소가 되는 a 값을 찾으면 $a = 4$ 이다.

12. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{보다 작은 홀수}\}, C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A) + n(B) + n(C)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $n(A) = 6$

$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(B) = 6$

$C = \{x \mid x \text{는 } 12 \times x = 1 \text{을 만족하는 자연수}\} = \emptyset$ 이므로 $n(C) = 0$

$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 6 + 6 + 0 = 12$

13. $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 4, 중중]

① $A \subset B$

② $10 \in B$

③ $\emptyset \subset A$

④ $2 \subset B$

⑤ $7 \in B$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\},$

$B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

① $B \subset A$

④ $2 \in B$

⑤ $7 \notin B$

14. 20 의 약수의 개수와 $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

$20 = 2^2 \times 5$ 의 약수의 개수는

$(2+1) \times (1+1) = 6$ (개) 이다.

$3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는

$(2+1) \times (a+1) = 6$ (개) 가 되어야 한다.

$\therefore a = 1$

15. $11011_{(2)}$ 과 서로소인 수는? [배점 4, 중중]

- ① 3 ② 5 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

$11011_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 8 + 2 + 1 = 27 = 3^3$ 이므로 소인수로 3 을 갖지 않는 수를 찾는다.

16. 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 가장 큰 수와 다섯 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 두 번째로 작은 수의 합을 십진법으로 나타내어라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 32

해설

네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 가장 큰 수는 $1111_{(2)}$, 다섯 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 두 번째로 작은 수는 $10001_{(2)}$
 $\therefore 1111_{(2)} + 10001_{(2)} = 15 + 17 = 32$

17. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 적어도 하나의 원소가 홀수인 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

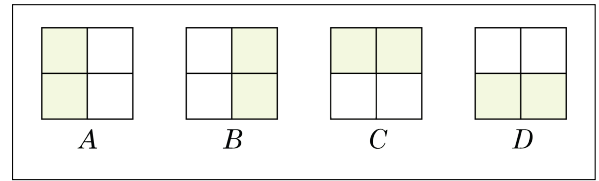
▶ 답:

▶ 정답: 48 개

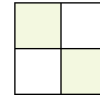
해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 적어도 하나는 홀수인 부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수에서 짝수의 원소로만 이루어진 부분집합의 개수를 빼면 되므로 $2^6 - 2^{6-2} = 64 - 16 = 48$ (개) 이다.

18. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



다음 그림을 위의 집합 A, B, C, D 와 연산 기호를 사용하여 옳게 표현한 것은?



[배점 5, 중상]

① $(A \cup B) - (A \cap B)$

② $(D \cup C) - (B \cap C)$

③ $(A \cup D) - (A \cap D)$

④ $(A - C) \cup (C - B)$

⑤ $(A - D) \cup (B - A)$

해설

$(A \cup D) - (A \cap D)$

19. 자연수 x 를 소인수분해 했을 때 나타나는 소인수들의 합을 기호 $S(x)$ 로 나타내기로 할 때, 어떤 자연수 m 을 소인수분해 하면 세 종류의 소인수가 나타나고, $S(m) = 12$ 라고 한다. 이 때, 이를 만족하는 m 의 값의 합을 구하여라.

(예를 들면, $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 이므로 $S(72) = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 = 12$ 가 된다.) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 102

해설

세 종류의 소수의 합이 12 이하인 경우는 $(2, 3, 5)$, $(2, 3, 7)$ 의 두 가지 경우이다.
 $S(m) = 2+2+3+5$ 또는 $S(m) = 2+3+7$ 이므로
 $m = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$ 또는 $m = 2 \times 3 \times 7 = 42$
따라서 $60 + 42 = 102$ 이다.

20. I, M, O 는 $I \times M \times O = 2001$ 을 만족하는 서로 다른 자연수이다. 이 때, $I + M + O$ 의 최댓값은?

[배점 5, 중상]

- ① 23 ② 55 ③ 99
 ④ 111 ⑤ 671

해설

$2001 = 3 \times 23 \times 29$ 이고, 합의 최댓값을 구하므로,
 I, M, O 는 1, 3, 667 이 된다.

21. 세 수 2×7^4 , $2^a \times 3 \times 7^3$, $2 \times b^c \times 7^d$ 의 최대공약수가 2×7^3 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$ 일 때, $a \times b - c \times d$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

최대공약수가 2×7^3 ,
 최소공배수가 $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7^5$ 이므로
 $a = 3, b = 5, c = 2, d = 5$
 $\therefore a \times b - c \times d = 3 \times 5 - 2 \times 5 = 5$

22. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 12, n(B) = 10, n(C) = 9, n(A \cap B) = 4, n(B \cup C) = 15, A \cap C = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

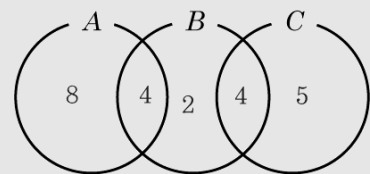
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$n(A) = 12, n(C) = 9, n(B \cup C) = 15$ 이므로
 $n(B \cap C) = 10 + 9 - 15 = 4$
 $A \cap C = \emptyset$ 이므로 벤 다이어그램을 그려보면



$\therefore n(A \cup B \cup C) = 8 + 4 + 2 + 4 + 5 = 23$

23. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$ 이고 $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 28 개

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로

$$\begin{aligned} (\text{집합 } B \text{의 갯수}) &= (U \text{의 부분집합의 갯수}) - \\ &= 2^5 - 2^{5-3} \\ &= 2^5 - 2^2 \\ &= 32 - 4 = 28(\text{개}) \end{aligned}$$

24. 세 집합 A, B, C 가 $n(A) = 7, n(B) = 5, n(C) = 4, n(A - B) = 5, n(B - C) = 4, n(C - A) = 4$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

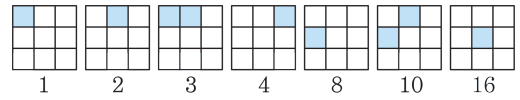
▶ 답 :

▶ 정답 : 13

해설

$$\begin{aligned} n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) = 5 \rightarrow n(A \cap B) = 2 \\ , \\ n(B - C) &= n(B) - n(B \cap C) = 4 \rightarrow n(B \cap C) = 1 \\ , \\ n(C - A) &= n(C) - n(C \cap A) = 4 \rightarrow n(C \cap A) = 0 \\ , \\ n(C \cap A) &= 0 \rightarrow n(A \cap B \cap C) = 0 , \\ \therefore n(A \cup B \cup C) &= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) \\ &\quad - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) \\ &= 7 + 5 + 4 - 2 - 1 - 0 + 0 = 13 \end{aligned}$$

25. 자연수 1, 2, 3, 4, 8, 10, 16 을 다음과 같이 나타낼 때,  이 나타내는 수는 무엇인지 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 84

해설

$1 = 1_{(2)}, 2 = 10_{(2)}, 3 = 11_{(2)}, \dots$ 이므로

0	0	1
1	0	0
0	0	

$1010100_{(2)}$

$$1010100_{(2)} = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 = 64 + 16 + 4 = 84$$