

단원 종합 평가

1. $n(A) = 30$, $n(B) = 25$ 이고, $A \cap B = \emptyset$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$A \cap B = \emptyset$ 이므로 $A - B = A$ 이다.
 $n(A - B) = n(A) = 30$

2. 두 집합 $A = \{2, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 집합 B 의 부분집합 중 집합 A 의 원소를 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개
 ④ 6개 ⑤ 8개

해설

집합 B 의 부분집합 중 집합 A 의 원소를 포함하는 부분집합을 구하면 $\{2, 4\}$, $\{2, 4, 6\}$, $\{2, 4, 8\}$, $\{2, 4, 6, 8\}$ 이고 총 4개 이다.

3. 다음 중 12 의 배수는? [배점 3, 중하]

- ① 90 ② 126 ③ 288
 ④ 352 ⑤ 1498

해설

12 의 배수는 4 와 3 의 공배수이다.

4. $2^a = 64$, $3^b = 81$, $5^3 = c$ 를 만족하는 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $c - a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 115

해설

$2^1 = 2$
 $2^2 = 2 \times 2 = 4$
 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
 \vdots
 $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$
 이므로 $a = 6$ 이다.
 $3^1 = 3$
 $3^2 = 3 \times 3 = 9$
 $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
 $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$
 이므로 $b = 4$ 이다.
 $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ 이므로 $c = 125$ 이다.
 따라서 $c - a - b = 125 - 6 - 4 = 115$ 이다.

5. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2) 600 \\ 2) 300 \\ 2) 150 \\ 3) 75 \\ 5) 25 \\ 5 \end{array}$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

6. 아름이와 다운이는 각각 8 일, 12 일 간격으로 같은 장소에서 봉사활동을 하고 있다. 4 월 5 일에 함께 봉사활동을 하였다면 다음에 처음으로 봉사활동을 함께 하는 날은 몇 월 며칠인가? [배점 4, 중중]

- ① 4 월 29 일 ② 4 월 30 일
③ 4 월 28 일 ④ 5 월 1 일
⑤ 5 월 3 일

해설

$8 = 2^3$, $12 = 2^2 \times 3$ 이다.
8 과 12 의 최소공배수는 $2^3 \times 3 = 24$ 이다.
24 일 후인 29 일에 다음에 처음으로 봉사활동을 함께 한다.

7. 네 변의 길이가 각각 96 m, 160 m, 192 m, 224 m 인 사각형 모양의 토지가 있다. 이 토지의 둘레에 같은 간격으로 말뚝을 박아 울타리를 만들려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박아야 하고, 말뚝의 개수는 될 수 있는 한 적게 하려고 한다. 말뚝 사이의 간격은 20 m 를 넘지 않게 할 때, 말뚝은 모두 몇 개가 필요한지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 42 개

해설

말뚝과 말뚝 사이의 간격은 96, 160, 192, 224 의 공약수이고, 20 보다 작은 수 중 가장 큰 공약수는 16 이다. 사각형의 둘레는 $96 + 160 + 192 + 224 = 672$ (m) 이므로 말뚝의 개수는 $672 \div 16 = 42$ (개)이다.

8. 세 수 140, 28, 100 의 최소공배수는? [배점 4, 중중]

- ① $2 \times 5 \times 7$ ② $2^2 \times 5^2$
③ $2 \times 5 \times 7^2$ ④ $2^3 \times 5^2$
⑤ $2^2 \times 5^2 \times 7$

해설

$140 = 2^2 \times 5 \times 7$, $28 = 2^2 \times 7$, $100 = 2^2 \times 5^2$ 이므로, 최소공배수는 $2^2 \times 5^2 \times 7$ 이다.

9. 다음 수 중에서 가장 큰 수는? [배점 4, 중중]

- ① $10001_{(2)}$ ② $1110_{(2)}$ ③ 20
 ④ 4^2 ⑤ $21 - 5$

해설

$$10001_{(2)} = 2^4 + 1 = 17,$$

$$1110_{(2)} = 2^3 + 2^2 + 2 = 14$$

10. 다음 보기 중 6 과 서로소인 수를 모두 찾아라.

보기

3, 9, 11, 12, 15, 17, 25

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 11

▷ 정답: 17

▷ 정답: 25

해설

$6 = 2 \times 3$ 이므로 소인수로 2 와 3 을 갖지 않는 것을 찾는다.

11, 17 은 소수이며, $25 = 5^2$ 이므로 답은 11, 17, 25 이다.

11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 모든 부분집합의 원소의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 136

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합은

$\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\}, \{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}$ 중에 원소 2, 3, 5, 7은 8 번씩 포함되므로 부분집합의 원소의 합은 $(2+3+5+7) \times 8 = 136$ 이다.

12. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}, A \cap B = \{3\}, A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 9\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

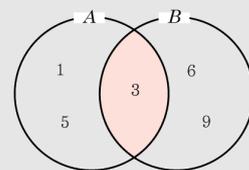
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\{3, 6, 9\}$

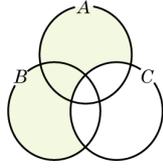
해설

$A = \{1, 3, 5\}$ 이고, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{3, 6, 9\}$ 이다.

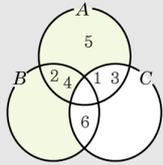
13. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



[배점 5, 중상]

- ① $(A \cap B) - C$ ② $(A \cap C) - B$
- ③ $(A \cup B) - C$ ④ $(A \cup C) - B$
- ⑤ $(B \cup C) - A$

해설



색칠한 부분을 집합으로 나타내면 $(A \cup B) - C$ 이다.

14. $2^6 + 2^6 + 2^3 + 1$ 를 이진법으로 나타냈을 때, 0 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 5개

해설

$2^6 + 2^6 + 2^3 + 1 = 2 \times 2^6 + 2^3 + 1 = 2^7 + 2^3 + 1 = 10001001_{(2)}$
 $\therefore 0$ 은 5개이다.

15. 두 자연수 p, q 의 최대공약수가 792 일 때, p, q 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 24개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 792 의 약수의 개수이다.

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$

$\therefore (3 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) = 24$ (개)

16. 다음 [보기] 를 모두 만족 시키는 자연수는 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ 100 이하의 자연수이다.
- ㉡ 3 의 배수
- ㉢ 5 의 배수
- ㉣ 4 로 나누면 나머지가 3 인 수

[배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

3 과 5 의 최소공배수는 15 이므로 15, 30, 45, 60, 75, 90, 이 중에서 4 로 나누었을 때 나머지가 3 인 수는 15, 45 의 2 개

17. 세 자연수의 비가 $3 : 5 : 9$ 이고, 최소공배수가 810 일 때, 세 자연수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 54

▷ 정답: 90

▷ 정답: 162

해설

세 자연수를 $3 \times x, 5 \times x, 9 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) \quad 3 \times x \quad 5 \times x \quad 9 \times x \\ 3) \quad \underline{3} \quad \underline{5} \quad \underline{9} \end{array}$$

$$x \times \overset{1}{3} \times \overset{5}{5} \times \overset{3}{3} = 810, \quad x = 18$$

따라서 세 자연수는 54, 90, 162 이다.

18. 두 집합 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\}$ 에 대하여 집합 $C = \{ab | a \in A, b \in B\}$ 일 때, 집합 C 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6\}$ 이고 집합 $C = \{ab | a \in A, b \in B\}$ 라면,

집합 A, B 의 원소를 하나씩 서로 곱한 값이 집합 C 의 원소가 된다.

따라서 집합 $C = \{2, 4, 6, 10, 12, 18, 20, 30\}$

이므로 $n(C) = 8$

19. 자연수 n 에 대하여 $n+3$ 은 5 의 배수이고 $n+5$ 는 3 의 배수일 때, $n+8$ 을 15 로 나눈 나머지를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$n+3$ 은 5 의 배수인 집합 $= \{2, 7, 12, 17, 22, \dots\}$,

$n+5$ 는 3 의 배수인 집합 $= \{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, \dots\}$,

자연수 n 이 될 수 있는 수의 집합은 위 두 집합의 교집합이므로,

자연수 n 의 집합 $= \{7, 22, 37, 52, \dots\}$,

$\therefore (n+8 \text{ 을 } 15 \text{ 로 나눈 나머지}) = 0$

20. 네 자리 자연수 $b3a1$ 이 11 의 배수이고, $c581$ 이 9 의 배수일 때, $\frac{a+b}{c}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: $\frac{15}{4}$

해설

11 의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀 절댓값이 0 이거나 11 의 배수이면 되므로,

$a+b-4=11k$ 이므로, $a+b=4, 15$ 이다.

9 의 배수는 각 자리의 수를 더한 값이 9 의 배수 이므로

$c+5+8+1=9n$ 이므로, $c=4$ 이다.

$\therefore \frac{a+b}{c} = 1, \frac{15}{4}$

21. 다음 설명 중에서 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

- ① 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ② 7의 배수 중에서 소수는 1개이다.
- ③ 자연수는 소수와 합성수로 되어 있다.
- ④ 서로소인 두 수의 최대공약수는 1이다.
- ⑤ 소수 중에 짝수인 소수는 2 뿐이다.

해설

자연수는 1과 소수, 그리고 합성수로 분류된다.

22. 차가 8인 두 수의 최대공약수가 4, 최소공배수가 60일 때 두 수의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

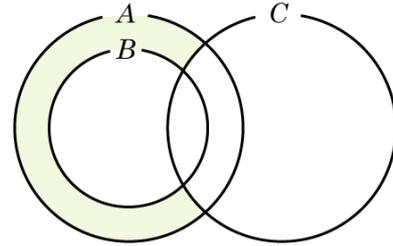
▶ **답:**

▷ **정답:** 32

해설

두 수를 $4 \times a, 4 \times b$ 라 두면,
 $4 \times a - 4 \times b = 8 \rightarrow a - b = 2$,
 $4 \times a \times b = 60 \rightarrow a \times b = 15$,
 $a = 5, b = 3$ 이므로 두 수는 20, 12 이다.
 \therefore (두 수의 합) = 32

23. 집합 $A = \{x | x < 20, x \text{는 홀수인 자연수}\}$, $B = \{2x + 1 | x \text{은 5보다 작은 자연수}\}$,
 $C = \{x | \frac{x+3}{10} = n, n \text{은 자연수}\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ **답:**

▷ **정답:** 5개

해설

그림에 색칠된 부분은 $A - B - C$ 인 것을 알 수 있다.

$$A = \{x | x < 20, x \text{는 홀수인 자연수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\},$$

$$B = \{2x + 1 | x \text{은 5보다 작은 자연수}\} = \{3, 5, 7, 9\},$$

$$C = \left\{x \mid \frac{x+3}{10} = n, n \text{은 자연수}\right\} = \{7, 17, 27, 37, 47, \dots\},$$

따라서 $(A - B) - C = \{1, 11, 13, 15, 19\}$ 이고 원소의 개수는 5 개이다.

24. 0 부터 5 까지의 눈이 있는 정육면체 주사위를 세 번 던져, 나온 눈의 수를 순서대로 각각 x, y, z 라고 할 때, 6 진법의 수 $xyz_{(6)}$ 를 만들 수 있다. 이 수를 36 으로 나눈 나머지가 24 의 약수가 될 확률을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

$xyz_{(6)} = x \times 6^2 + y \times 6 + z$, 24 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다.

$x \times 6^2 + y \times 6 + z$ 에서 $x \times 6^2$ 부분은 항상 36 으로 나누어 떨어지므로, 나머지는 $y \times 6 + z$ 이다.

→ $6y + z$ 가 24 의 약수가 될 확률을 구해 보면

→ $6y + z = 1$, $(y, z) = (0, 1)$

→ $6y + z = 2$, $(y, z) = (0, 2)$

→ $6y + z = 3$, $(y, z) = (0, 3)$

→ $6y + z = 4$, $(y, z) = (0, 4)$

→ $6y + z = 6$, $(y, z) = (1, 0)$

→ $6y + z = 8$, $(y, z) = (1, 2)$

→ $6y + z = 12$, $(y, z) = (2, 0)$

→ $6y + z = 24$, $(y, z) = (4, 0)$

따라서 y, z 가 0 에서 5 까지 나올 경우는 36 이므로

$$\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

25. n 진법으로 나타낸 수 $300_{(n)}$ 이 $43_{(n)}$ 의 4 배가 될 때, n 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$300_{(n)} = 4 \times 43_{(n)}$$

$$\rightarrow 3n^2 = 4 \times (4n + 3)$$

$$\rightarrow 3n^2 - 16n = 12$$

위 식을 만족하는 $n = 6$ 이다.