

실력 확인 문제

1. $4.1 < \sqrt{x} < 5.6$ 를 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것은? [배점 2, 하중]

① 42 ② 45 ③ 48 ④ 51 ⑤ 54

해설

$4.1 = \sqrt{16.81}$, $5.6 = \sqrt{31.36}$ 이므로
 $16.81 < x < 31.36$
 $a = 31, b = 17$
 $\therefore a + b = 17 + 31 = 48$

2. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

- ㉠ $\sqrt{21} + 3 < \sqrt{19} - 4$
 ㉡ $\sqrt{19} - \sqrt{5} > \sqrt{15} - \sqrt{7}$
 ㉢ $\sqrt{15} + 3 > \sqrt{15} + 2$

[배점 2, 하중]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\sqrt{21} + 3 - (\sqrt{19} - 4) = \sqrt{21} - \sqrt{19} + 7 > 0$
 $\therefore \sqrt{21} + 3 > \sqrt{19} - 4$
 ㉡ $(\sqrt{19} - \sqrt{5}) - (\sqrt{15} - \sqrt{7}) = (\sqrt{19} - \sqrt{15}) + (\sqrt{7} - \sqrt{5}) > 0 \therefore \sqrt{19} - \sqrt{5} > \sqrt{15} - \sqrt{7}$
 ㉢ $(\sqrt{15} + 3) - (\sqrt{15} + 2) = 3 - 2 > 0$

3. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{5} - 1 > 1$
 ② $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$
 ③ $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} - 1$
 ④ $\sqrt{18} + 2 > \sqrt{15} + 2$
 ⑤ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

해설

⑤ $-\sqrt{6} - (-\sqrt{5}) = -\sqrt{6} + \sqrt{5} < 0$
 $\therefore -\sqrt{6} < -\sqrt{5}$

4. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{64a^2}$ 을 간단히 한 것으로 옳은 것을 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $-64a^2$ ② $-8a$ ③ $8a$
 ④ $8a^2$ ⑤ $64a^2$

해설

$\sqrt{(-8a)^2} = \sqrt{64a^2} = -(8a) = -8a$

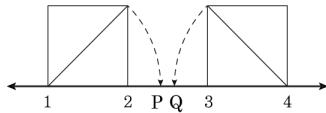
5. 두 실수 $\sqrt{5}$ 와 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 실수가 아닌 것은?
[배점 3, 하상]

- ① 3 ② $\sqrt{6}$
③ $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{10}}{2}$ ④ $\sqrt{5} + 2$
⑤ $2\sqrt{2}$

해설

- ① $\sqrt{5} < \sqrt{3^2} < \sqrt{10}$
② $\sqrt{5} < \sqrt{6} < \sqrt{10}$
③ 두 수의 평균은 항상 두 수 사이에 존재
④ $2 < \sqrt{5} < 3$
 $\therefore 4 < \sqrt{5} + 2 < 5$
⑤ $\sqrt{5} < \sqrt{8} < \sqrt{10}$

6. 다음은 수직선 위에 한 변의 길이가 1 인 정사각형을 그린 것이다. 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하면?



[배점 3, 하상]

- ① $1 - \sqrt{2}$ ② $1 + 2\sqrt{2}$ ③ $2 - 2\sqrt{2}$
④ $3 - 2\sqrt{2}$ ⑤ $4 - \sqrt{2}$

해설

$P = 1 + \sqrt{2}$, $Q = 4 - \sqrt{2}$ 이므로
두 점 P, Q 사이의 거리는
 $4 - \sqrt{2} - (1 + \sqrt{2}) = 3 - 2\sqrt{2}$ 이다.

7. 다음 식을 만족하는 x 의 값 중에서 유리수가 아닌 것을 고르면?
[배점 3, 중하]

- ① $\frac{\sqrt{x}}{3} = \frac{1}{6}$ ② $\sqrt{2x} = 4$
③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$ ④ $2x + 1 = 1$
⑤ $2x - 1 = 0.\dot{7}$

해설

③ $\frac{x^2}{6} = \frac{1}{3}$ 이면 $x^2 = 2$
 $\therefore x = \pm\sqrt{2}$ 이다.

8. 다음 보기에서 유리수는 몇 개인지 구하여라.

보기

$$-\sqrt{3}, 2.3683\cdots, 0.\dot{1}, \frac{3}{5}, \sqrt{4}, \sqrt{\frac{1}{5}}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3 개

해설

$0.\dot{1} = \frac{1}{9}$, $\frac{3}{5}$, $\sqrt{4} = 2$ 는 유리수이다.
 $-\sqrt{3}$, $2.3683\cdots$, $\sqrt{\frac{1}{5}}$ 는 무리수이다.
따라서 유리수는 3개이다.

9. 다음 보기에서 무리수는 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ $-\frac{1}{4}$ ㉡ π ㉢ $0.\dot{2}$
 ㉣ $\sqrt{2}-1$ ㉤ $\sqrt{5}$ ㉥ $\sqrt{2^4}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3 개

해설

$-\frac{1}{4}$, $0.\dot{2} = \frac{2}{9}$, $\sqrt{2^4} = 2^2 = 4$ 는 유리수이다.
 π , $\sqrt{2}-1$, $\sqrt{5}$ 는 무리수이다.
 따라서 무리수는 3 개이다.

10. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳바르지 않은 것은?

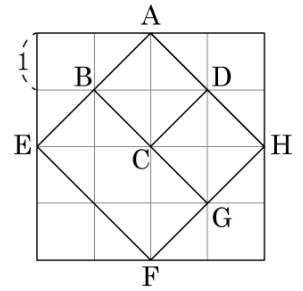
[배점 3, 중하]

- ㉠ $\sqrt{3}+3 < 2\sqrt{2}+\sqrt{3}$
 ㉡ $4+\sqrt{3} < \sqrt{5}+4$
 ㉢ $2-2\sqrt{3} < \sqrt{5}-2\sqrt{3}$
 ㉣ $\sqrt{3}+2 > 1+\sqrt{3}$
 ㉤ $5-\sqrt{3} > -\sqrt{3}+2$

해설

㉠ $\sqrt{3}+3 - (2\sqrt{2}+\sqrt{3}) = 3-2\sqrt{2}$
 $= \sqrt{9}-\sqrt{8} > 0$
 $\therefore \sqrt{3}+3 > 2\sqrt{2}+\sqrt{3}$

11. 다음 그림에서 AEFH의
 넓이가 8 일 때, $\overline{AH}$ 는?
 [배점 3, 중하]



- ㉠ 8 ㉡ $\sqrt{8}$
 ㉢ $\sqrt{2}$ ㉣ $\sqrt{3}$
 ㉤ $\sqrt{5}$

해설

넓이가 8 이므로 한 변의 길이는 $\sqrt{8}$ 이다.

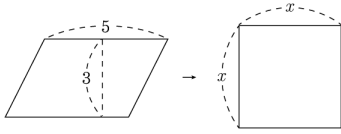
12. $x > 0$ 이고 x 의 음의 제곱근이 a 일 때, 다음 중 옳은 것은?
 [배점 4, 중중]

- ㉠ $a^2 = x$ ㉡ $x = \sqrt{a}$ ㉢ $x^2 = a$
 ㉣ $x = -\sqrt{a}$ ㉤ $a = \sqrt{x}$

해설

a 는 x 의 제곱근 중 하나이므로 $x^2 = a$ 이고,
 x 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이고 이 중에서 음의 제곱근
 $x = -\sqrt{a}$ 이다.

13. 가로 길이가 5cm, 높이가 3cm 인 평행사변형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이 x 를 구하면?



[배점 4, 중중]

- ① 3cm ② 5cm ③ 15cm
 ④ $\sqrt{15}$ cm ⑤ $\frac{\sqrt{15}}{2}$ cm

해설

(평행사변형의 넓이) = (정사각형의 넓이)

$$3 \times 5 = x^2$$

$$\therefore x = \sqrt{15} \text{ cm}$$

14. 다음 중 무리수 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? (단, $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)

[배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{2} + 0.1$ ② $\sqrt{3} - 0.1$ ③ $\sqrt{2} + 0.2$
 ④ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

해설

$$① \sqrt{2} + 0.1 \approx 1.514$$

$$② \sqrt{3} - 0.1 \approx 1.632$$

$$③ \sqrt{2} + 0.2 \approx 1.614$$

④ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 는 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 의 중점이므로 두 수 사이에 있는 수이다.

⑤ $0.2 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0.4$ 이므로 $0.1 < \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} < 0.2$, 따라서 $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에 있지 않다.

15. 다음 중 대소 관계가 바르지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

$$① 3\sqrt{2} + 3 < 3\sqrt{5} + 2$$

$$② -\sqrt{15} + 1 > -3$$

$$③ 3 - 2\sqrt{2} < 1 + 2\sqrt{2}$$

$$④ \sqrt{3} + \sqrt{5} < \sqrt{5} + 2$$

$$⑤ 5\sqrt{6} + \sqrt{3} < \sqrt{6} + 3\sqrt{3}$$

해설

$$⑤ 5\sqrt{6} + \sqrt{3} - (\sqrt{6} + 3\sqrt{3}) = 4\sqrt{6} - 2\sqrt{3} = \sqrt{96} - \sqrt{12} > 0$$

$$\therefore 5\sqrt{6} + \sqrt{3} > \sqrt{6} + 3\sqrt{3}$$

16. 다음 두 수의 대소를 비교한 것 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $4 > \sqrt{3} + 2$
 ② $\sqrt{11} - 3 > \sqrt{11} - \sqrt{8}$
 ③ $3 > \sqrt{13}$
 ④ $\sqrt{\frac{1}{2}} < \frac{1}{3}$
 ⑤ $2 + \sqrt{2} > 2 + \sqrt{3}$

해설

- ① $4 - \sqrt{3} - 2 = 2 - \sqrt{3} > 0 \therefore 4 > \sqrt{3} + 2$
 ② $\sqrt{11} - 3 - (\sqrt{11} - \sqrt{8}) = -3 + \sqrt{8} = -\sqrt{9} + \sqrt{8} < 0 \therefore \sqrt{11} - 3 < \sqrt{11} - \sqrt{8}$
 ③ 양변을 제곱하면 (좌변) $= 3^2 = 9$, (우변) $= (\sqrt{13})^2 = 13 \therefore 3 < \sqrt{13}$
 ④ 양변을 제곱하면 (좌변) $= \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$, (우변) $= \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \therefore \sqrt{\frac{1}{2}} > \frac{1}{3}$
 ⑤ $2 + \sqrt{2} - (2 + \sqrt{3}) = \sqrt{2} - \sqrt{3} < 0 \therefore 2 + \sqrt{2} < 2 + \sqrt{3}$

17. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(150) - f(99)$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개
 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$f(150) - f(99)$ 는 $\sqrt{99}$ 초과 $\sqrt{150}$ 이하의 자연수의 개수이다.
 $\sqrt{99} < 10, 11, 12 \leq \sqrt{150}$
 $\therefore$ 3개

18. 다음 설명 중에서 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

- ① 수직선 위의 모든 점은 유리수에 대응된다.
 ② π 는 수직선 위에 나타낼 수 없다.
 ③ 실수 중에는 수직선 위에 없는 것도 있다.
 ④ 무리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.
 ⑤ 유리수만으로는 수직선을 모두 메울 수 없다.

해설

- ① 수직선 위의 모든 점은 실수에 대응된다.
 ② π 는 무리수이므로 수직선 위에 나타낼 수 있다.
 ③ 모든 실수는 수직선 위에 있다.
 ④ 무리수와 유리수는 수직선 위의 모든 점과 대응된다.

19. 반지름의 길이의 비가 1 : 3인 두 원이 있다. 이 두 원의 넓이의 합이 $40\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는 몇 cm 인가? [배점 5, 중상]

- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm
 ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

작은 원의 반지름을 r 라고 하면, 큰 원의 반지름은 $3r$ 이다.
 (두 원의 넓이의 합) $= \pi r^2 + \pi(3r)^2 = 10\pi r^2 = 40\pi\text{cm}^2$
 $r^2 = 4$
 $\therefore r = 2\text{cm} (\because r > 0)$

20. $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근을 m , $-\sqrt{0.0144}$ 를 n 이라고 할 때, $m \times 100n$ 의 값은? (단, $a > 0$)

[배점 5, 중상]

- ① $-12a$ ② $12a$ ③ $12a^2$
④ $-12a^2$ ⑤ $-120a^2$

해설

$a\sqrt{(-a)^2} = a \times \sqrt{a^2} = a \times a = a^2$ 이므로,
 $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근은 a 이다. $\therefore m = a$
 $-\sqrt{0.0144} = -\sqrt{(0.12)^2} = -0.12 = n$
 $\therefore m \times 100n = a \times 100 \times (-0.12) = -12a$