

문제 풀이 과제

1. 전체집합 $U = \{c, a, n, d, y\}$ 의 두 부분집합 $A = \{c, a, y\}, B = \{n, d, y\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $A \cap B = \{a, y\}$ ㉡ $A - B = \{c, a\}$
 ㉢ $B - A = \{d\}$ ㉣ $A^C = \{n, d\}$
 ㉤ $B \cap A^C = \{y\}$ ㉥ $B^C = \{c, a\}$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

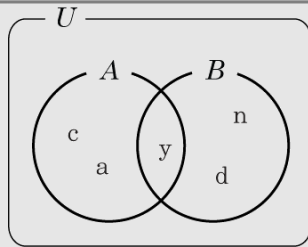
▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉣

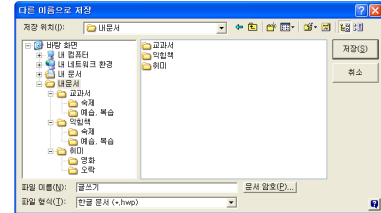
▶ 정답: ㉥

해설 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



- ㉠ $A \cap B = \{y\}$
 ㉡ $A - B = \{c, a\}$
 ㉢ $B - A = \{n, d\}$
 ㉣ $A^C = \{n, d\}$
 ㉤ $B \cap A^C = \{n, d\}$
 ㉥ $B^C = \{c, a\}$

2. 컴퓨터에 여러 가지 파일을 종류별로 나누어 저장하기 위하여 몇 개의 폴더를 만들고, 한 폴더 안에도 다시 몇 개의 폴더를 만들어 파일을 세부적으로 분류한다. 다음 그림에서 속제 집합은 내문서 집합에 포함되고, 서로 같지는 않다. 이런 두 집합 사이의 포함 관계를 무엇이라고 하는가?



[배점 2, 하중]

① 부분집합

② 진부분집합

③ 서로 같은 집합

④ 속하는 집합

⑤ 답 없음

해설

진부분집합의 또 다른 정의는 $X \subset A, X \neq A$ 이므로 $X = (\text{속제}), A = (\text{내문서})$ 라 하면 $X \subset A, X \neq A$ 가 성립한다. 따라서 진부분집합이다.

3. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$, $B = \{1, 3, 6, 9\}$ 에 대하여 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 가 올바르게 짝지어진 것은?
[배점 2, 하중]

- ① $A \cap B = \{1, 3\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9\}$
 ② $A \cap B = \{1, 2, 3\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3\}$
 ③ $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9\}$, $A \cup B = \{1, 3, 6\}$
 ④ $A \cap B = \{1, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9\}$
 ⑤ $A \cap B = \{1, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

해설

교집합은 두 집합 A , B 에 대하여 집합 A 에도 속하고, 집합 B 에도 속하는 원소로 이루어진 집합을 말한다. 그리고 합집합은 두 집합 A , B 에 대하여 집합 A 에 속하거나 집합 B 에 속하는 원소 전체로 이루어진 집합을 말한다.

따라서 문제의 두 집합 A , B 에 대하여 $A \cap B = \{1, 3, 6\}$ 이고 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 9\}$ 이다.

4. $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\})$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$$n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3 - 2 = 1$$

5. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 두 부분집합 A , B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 짝수}\}$, $B = \{2, 8\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $B - A = \emptyset$ ② $A^C \cup B = U$
 ③ $B \cap A^C = \emptyset$ ④ $A \cap B = B$
 ⑤ $A \cup B = A$

해설

$A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{2, 8\}$ 이므로 $B \subset A$ 이다.

따라서 ② $A^C \cup B \neq U$ 이다.

6. 다음 중 무한집합인 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{a, b\}$
 ② $\emptyset$
 ③ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

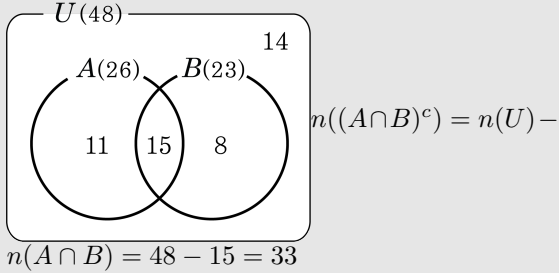
- ③ $\{12\}$: 유한집합
 ④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합
 ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

7. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 48$, $n(A) = 26$, $n(B) = 23$, $n(A - B) = 11$ 일 때, $n((A \cap B)^c)$ 는? [배점 3, 중하]

① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

해설

벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



8. 경주는 다음과 같은 내용이 기록된 파일을 각각 아래 컴퓨터 폴더에 분류하여 저장하려고 한다. 다음 파일이 들어갈 폴더를 찾아라.



A 파일
<100보다 작은 홀수의 모임> 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ..., 99
B 파일
<1보다 크고 2보다 작은 분수의 모임> $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots$
C 파일
<2008 베이징 올림픽 채택종목> 수영, 역도, 마라톤, 레슬링, ...

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : A 파일 : 유한집합 폴더

▶ 정답 : B 파일 : 무한집합 폴더

▶ 정답 : C 파일 : 유한집합 폴더

해설

A 파일 : 100보다 작은 홀수의 모임을 집합으로 나타내면 $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots, 99\}$ 이므로 유한집합,

B 파일 : 1보다 크고 2보다 작은 분수의 모임을 집합으로 나타내면 $\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\}$ 이므로 무한집합,

C 파일 : 2008 베이징 올림픽 채택 종목을 집합으로 나타내면 {수영, 역도, 육상, 레슬링, ..., 마라톤} 이므로 유한집합이다.

따라서 무한집합 폴더에 들어갈 파일은 B 파일이고, 유한집합 폴더에 들어갈 파일은 A 파일과 C 파일이다.

9. 다음 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\} \subset \{1, 2, 3\}$
 ㉡ $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$
 ㉢ $0 \in \emptyset$
 ㉣ $\emptyset \in \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$
 ㉤ $\emptyset \subset \{1\}$
 ㉥ $\emptyset \subset \emptyset$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

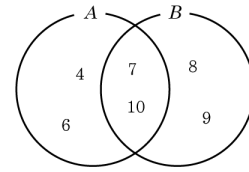
▶ 정답 : ㉤

▶ 정답 : ㉥

해설

- ㉠ $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$ 에서 집합과 집합 사이의 관계는 $\subset$ 를 써야한다.
 ㉢ $0 \in \emptyset$ 에서는 $\emptyset \subset \{0\}$ 이어야 한다.
 ㉣ $\emptyset \in \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$ 에서는 $\subset$ 를 써야한다.
 ㉥ 공집합($\emptyset$)은 모든 집합의 부분집합이다.

10. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 44

해설

$A \cup B$ 은 A 에 속하거나 B 에 속하는 원소를 합한 집합이다.

그러므로 벤 다이어그램에서 보는 것과 같이 $A \cup B = \{4, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.

$A \cup B$ 의 원소의 합은 $4 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 44$

11. $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$, $B = \{4, 28, 16, 8, a, b, 20\}$ 인 집합 A, B 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 36

해설

$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28\}$ 이고

$B = \{4, 8, 16, 20, 28, a, b\}$ 이므로

$a + b = 12 + 24 = 36$ 이다.

12. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 이고 $n(B) = 3$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 4개

해설

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

따라서 원소가 3개인 A 의 부분집합은

$\{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 6, 8\}, \{4, 6, 8\}$ 4 개

13. n 이 자연수이고 집합 A, B 가 $A = \{x \mid x = 3 \times n\}$, $B = \{x \mid x = 3 \times n + 1\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $1 \in A$ ② $3 \notin A$ ③ $4 \notin B$

④ $7 \in B$ ⑤ $8 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 3, 6, 9, 12 ... 이고 집합 B 의 원소는 4, 7, 10, ... 이므로 $7 \in B$ 이다.

14. 다음 중 $A \neq B$ 인 것은? [배점 4, 중중]

① $A = \{2, 4, 8\}, B = \{8, 2, 4\}$

② $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 홀수}\}$

③ $A = \{a, b, c, 3\}, B = \{3, c, b, a\}$

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 홀수}\}$

⑤ $A = \{5, 10, 15, \dots\}, B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\}$

해설

$$B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\} = \{5, 10, 15, \dots, 100\} \neq A$$

15. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라. (정답 2개)

[배점 4, 중중]

① $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 0$

② $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) = n(B)$

③ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$

④ $n(A) = 0$ 이면 $A = \emptyset$

⑤ $n(A) = 0, n(B) \neq 0$ 이면 $B \subset A$ 이다.

해설

① $A = \{\emptyset\}$ 이면 집합 A 의 원소가 $\emptyset$ 이므로, $n(A) = 1$ 이다.

③ 예를 들어 $A = \{2, 3, 5\}$ 이고, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이지만, $A \not\subset B$ 이다.

⑤ $A = \emptyset$ 이므로, 집합 A 의 부분집합은 $\emptyset$ 하나 밖에 없다.

16. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 자연수}\}$ 의 세 부분집합

$$A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 의 배수}\},$$

$$B = \{1, 2, 4, 5, 9\},$$

$$C = \{2, 3, 4, 5, 6\} \text{ 에 대하여}$$

$(A \cap B) \cup (C \cap A^c \cap B^c)$ 을 원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\{2, 3, 4\}$

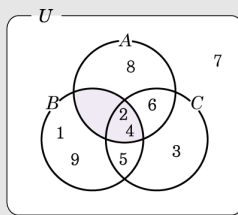
해설

집합 U, A 를 원소나열법으로 나타내면

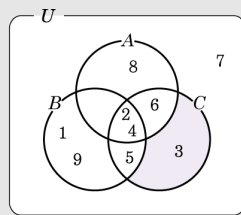
$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, A = \{2, 4, 6, 8\} \text{ 이므로}$$

$$A^c = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B^c = \{3, 6, 7, 8\} \text{ 이다.}$$

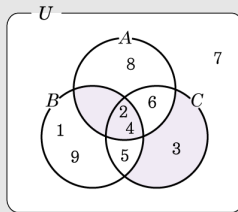
$A \cap B$ 와 $C \cap A^c \cap B^c$ 을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$A \cap B$



$C \cap A^c \cap B^c$



$$\therefore (A \cap B) \cup (C \cap A^c \cap B^c) = \{2, 4, 3\}$$

17. 집합 $A = \{(a, b) \mid a \times b = 9, a, b \text{는 자연수}\}$ 일 때, 집합 $n(A)$ 를 바르게 구한 것은? [배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$1 \times 9 = 3 \times 3 = 9 \times 1 = 9$ 이므로 원소나열법으로 나타내면 $A = \{(1, 9), (3, 3), (9, 1)\}$ 이다.

$$\therefore n(A) = 3$$

18. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의

세 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 홀수}\}, B = \{1, 2, 3, 6\}, C = \{1, 5\}$ 가 있다.

전체집합 U 의 두 부분집합 X, Y 에 대하여 $X \circ Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$ 이라 할 때, $(A \circ B) \circ C$ 는?

[배점 5, 중상]

- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 5\}$
③ $\{1, 7\}$ ④ $\{1, 2, 5\}$

⑤ $\{1, 2, 6, 7\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이다.

$X \circ Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c) = (X \cup Y) - (X \cap Y)$ 이므로

$A \circ B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\} - \{1, 3\} = \{2, 5, 6, 7\}$ 이다.

따라서 $(A \circ B) \circ C = \{1, 2, 5, 6, 7\} - \{5\} = \{1, 2, 6, 7\}$ 이다.

19. 다음은 집합 $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합을 구하는 과정이다. 틀린 부분을 바르게 고쳐라.

$\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 를 원소나열법으로 나타내면 $\{1, 2, 3, 6\}$ 이다.

원소가 없는 부분집합은 $\{\emptyset\}$ 이다.

원소가 1개인 부분집합은 $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{6\}$ 이다.

원소가 2개인 부분집합은

$\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 6\}, \{2, 3\}, \{2, 6\}, \{3, 6\}$ 이다.

원소가 3개인 부분집합은

$\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 6\}, \{1, 3, 6\}, \{2, 3, 6\}$ 이다.

원소가 4개인 부분집합은 $\{1, 2, 3, 6\}$ 이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\{\emptyset\} \rightarrow \emptyset$

해설

원소가 없는 부분집합은 $\emptyset$ 이다. $\{\emptyset\}$ 은 $\emptyset$ 을 원소로 갖는 집합을 의미하므로 $\emptyset$ 과 $\{\emptyset\}$ 는 같지 않다.

20. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B^c) = 0$ 이고, $A \cap B = \{3\}$, $(A \cup B^c) - (A^c \cup B) = \{1, 4, 5, 6\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$(A \cup B^c) - (A^c \cup B)$$

$$= (A \cup B^c) \cap (A \cap B^c)$$

$$= (A \cap B^c)$$

$$= \{1, 4, 5, 6\}$$

따라서, $A \cap B = \{3\}$ 이므로

$A = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ 이고, $n(A^c \cap B^c) = 0$ 이므로

$B = \{2, 3, 7\}$

$$n(A) + n(B) = 5 + 3 = 8$$