문제 풀이 과제

1. 전체집합 $U = \{c, a, n, d, y\}$ 의 두 부분집합 $A = \{c, a, y\}, B = \{n, d, y\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

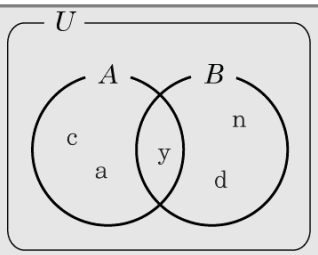
㉠ $A \cap B = \{a, y\}$	㉡ $A - B = \{c, a\}$
㉢ $B - A = \{d\}$	㉣ $A^C = \{n, d\}$
㉤ $B \cap A^C = \{y\}$	㉥ $B^C = \{c, a\}$

[배점 2, 하중]

▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▷ 정답: ㉡
▷ 정답: ㉣
▷ 정답: ㉥

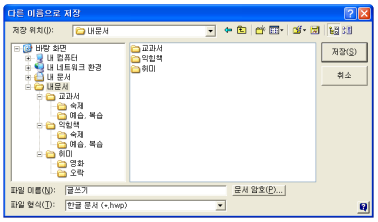
해설

[ ] 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



㉠ $A \cap B = \{y\}$
㉡ $A - B = \{c, a\}$
㉢ $B - A = \{n, d\}$
㉣ $A^C = \{n, d\}$
㉤ $B \cap A^C = \{n, d\}$
㉥ $B^C = \{c, a\}$

2. 컴퓨터에 여러 가지 파일을 종류별로 나누어 저장하기 위하여 몇 개의 폴더를 만들고, 한 폴더 안에도 다시 몇 개의 폴더를 만들어 파일을 세부적으로 분류한다. 다음 그림에서 숙제 집합은 내문서 집합에 포함되고, 서로 같지는 않다. 이런 두 집합 사이의 포함 관계를 무엇이라고 하는가?



[배점 2, 하중]

① 부분집합 ② 진부분집합
③ 서로 같은 집합 ④ 속하는 집합
⑤ 답 없음

해설

진부분집합의 또 다른 정의는 $X \subset A$, $X \neq A$ 이므로 $X =$ (숙제), $A =$ (내문서) 라 하면 $X \subset A$, $X \neq A$가 성립한다. 따라서 진부분집합이다.

3. 두 집합 $A=\{1,2,3,4,6,7\}$, $B=\{1,3,6,9\}$ 에 대하여 $A\cap B$ 와 $A\cup B$ 가 올바르게 짝지어진 것은? [배점 2, 하중]

① $A\cap B=\{1,3\},\ A\cup B=\{1,2,3,4,6,7,9\}$

② $A\cap B=\{1,2,3\},\ A\cup B=\{1,2,3\}$

③ $A\cap B=\{1,2,3,4,6,7,9\},\ A\cup B=\{1,3,6\}$

④ $A\cap B=\{1,3,6\},\ A\cup B=\{1,2,3,4,6,7,9\}$

⑤ $A\cap B=\{1,3,6\},\ A\cup B$: $\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

해설

교집합은 두 집합 A, B 에 대하여 집합 A 에도 속하고, 집합 B 에도 속하는 원소로 이루어진 집합을 말한다. 그리고 합집합은 두 집합 A, B 에 대하여 집합 A 에 속하거나 집합 B에 속하는 원소 전체로 이루어진 집합을 말한다.
따라서 문제의 두 집합 A, B 에 대하여 $A\cap B=\{1,3,6\}$ 이고 $A\cup B=\{1,2,3,4,6,7,9\}$ 이다.

4. $n(\{1,\ 2,\ 3\})-n(\{1,\ 2\})$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$n(\{1,\ 2,\ 3\})-n(\{1,\ 2\})=3-2=1$

5. 전체집합 $U=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A=\{x\mid x$는 8 이하의 짝수$\}$, $B=\{2,\ 8\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

① $B-A=\varnothing$ ② $A^C\cup B=U$

③ $B\cap A^C=\varnothing$ ④ $A\cap B=B$

⑤ $A\cup B=A$

해설

$A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$, $B=\{2,\ 8\}$ 이므로 $B\subset A$ 이다.
따라서 ② $A^C\cup B\neq U$ 이다.

6. 다음 중 무한집합인 것은? [배점 3, 하상]

① $\{a,b\}$

② $\varnothing$

③ $\{x|x$는 12인 자연수$\}$

④ $\{x|x$는 $x\times 0=0$인 자연수$\}$

⑤ $\{x|x$는 12의 약수$\}$

해설

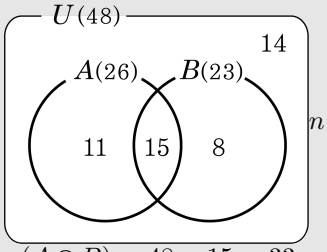
③ $\{12\}$: 유한집합
④ $\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots\}$: 무한집합
⑤ $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12\}$: 유한집합

7. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 48$, $n(A) = 26$, $n(B) = 23$, $n(A - B) = 11$ 일 때, $n((A \cap B)^c)$ 는? [배점 3, 중하]

① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

해설

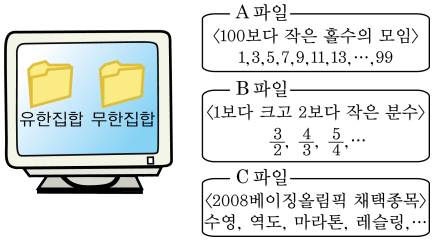
벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$n((A \cap B)^c) = n(U) -$

$n(A \cap B) = 48 - 15 = 33$

8. 경주는 다음과 같은 내용이 기록된 파일을 각각 아래 컴퓨터 폴더에 분류하여 저장하려고 한다. 다음 파일이 들어갈 폴더를 찾아라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : A 파일 : 유한집합 폴더

▷ 정답 : B 파일 : 무한집합 폴더

▷ 정답 : C 파일 : 유한집합 폴더

해설

A 파일 : 100 보다 작은 홀수의 모임을 집합으로 나타내면 {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ⋯, 99} 이므로 유한집합,

B 파일 : 1 보다 크고 2 보다 작은 분수의 모임을 집합으로 나타내면 $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \cdots\right\}$ 이므로 무한집합,

C 파일 : 2008 베이징 올림픽 채택 종목을 집합으로 나타내면 {수영, 역도, 육상, 레슬링, ⋯, 마라톤} 이므로 유한집합이다.

따라서 무한집합 폴더에 들어갈 파일은 B 파일이고, 유한집합 폴더에 들어갈 파일은 A 파일과 C 파일이다.

9. 다음 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $\{x \mid x$는 3의 약수 $\} \subset \{1,\ 2,\ 3\}$

㉡ $\{a,\ b\} \in \{a,\ b,\ c\}$

㉢ $0 \in \varnothing$

㉣ $\varnothing \in \{x \mid x$는 6의배수$\}$

㉤ $\varnothing \subset \{1\}$

㉥ $\varnothing \subset \varnothing$

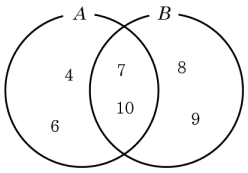
[배점 3, 중하]

▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▷ 정답: ㉠
▷ 정답: ㉤
▷ 정답: ㉥

해설

㉡ $\{a,\ b\} \in \{a,\ b,\ c\}$에서 집합과 집합 사이의 관계는 $\subset$를 써야한다.
㉢ $0 \in \varnothing$에서는 $\varnothing \subset \{0\}$이어야 한다.
㉣ $\varnothing \in \{x \mid x$는 6의 배수$\}$에서는 $\subset$를 써야한다.
㉥ 공집합$(\varnothing)$은 모든 집합의 부분집합이다.

10. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:
▷ 정답: 44

해설

$A \cup B$ 은 A 에 속하거나 B 에 속하는 원소를 합한 집합이다.
그러므로 벤 다이어그램에서 보는 것과 같이 $A \cup B = \{4, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.
$A \cup B$의 원소의 합은 $4+6+7+8+9+10 = 44$

11. $A = \{x \mid x$는 30 이하의 4의 배수$\}$, $B = \{4,\ 28,\ 16,\ 8,\ a,\ b,\ 20\}$ 인 집합 A, B 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:
▷ 정답: 36

해설

$A = \{4,\ 8,\ 12,\ 16,\ 20,\ 24,\ 28\}$ 이고
$B = \{4,\ 8,\ 16,\ 20,\ 28,\ a,\ b\}$ 이므로
$a+b = 12+24 = 36$ 이다.

12. 집합 $A = \{x \mid x$는 10보다 작은 2의 배수$\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 이고 $n(B) = 3$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$
따라서 원소가 3개인 A 의 부분집합은
$\{2,\ 4,\ 6\}, \{2,\ 4,\ 8\}, \{2,\ 6,\ 8\}, \{4,\ 6,\ 8\}$ 4 개

13. n 이 자연수이고 집합 A, B 가 $A = \{x \mid x = 3 \times n\}$, $B = \{x \mid x = 3 \times n + 1\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $1 \in A$ ② $3 \notin A$ ③ $4 \notin B$

④ $7 \in B$ ⑤ $8 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 3, 6, 9, 12 $\cdots$ 이고 집합 B 의 원소는 4, 7, 10, $\cdots$ 이므로 $7 \in B$ 이다.

14. 다음 중 $A \neq B$ 인 것은? [배점 4, 중중]

① $A = \{2, 4, 8\}$, $B = \{8, 2, 4\}$

② $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{x|x$는 10이하의 홀수$\}$

③ $A = \{a,\ b,\ c,\ 3\}, B = \{3,\ c,\ b,\ a\}$

④ $A = \{x|x$는 5 이하의 홀수$\}$, $B = \{x|x$는 6 이하의 홀수$\}$

⑤ $A = \{5, 10, 15, \cdots\}$, $B = \{x|x$는 100 이하의 5의 배수$\}$

해설

$B = \{x|x$는 100 이하의 5의 배수$\} = \{5, 10, 15, \cdots, 100\} \neq A$

15. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라. (정답 2개) [배점 4, 중중]

① $A = \{\varnothing\}$ 이면 $n(A) = 0$

② $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) = n(B)$

③ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$

④ $n(A) = 0$ 이면 $A = \varnothing$

⑤ $n(A) = 0$, $n(B) \neq 0$ 이면 $B \subset A$ 이다.

해설

① $A = \{\varnothing\}$ 이면 집합 A 의 원소가 $\varnothing$ 이므로, $n(A) = 1$ 이다.
③ 예를 들어 $A = \{2, 3, 5\}$ 이고, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이지만, $A \not\subset B$ 이다.
⑤ $A = \varnothing$ 이므로, 집합 A 의 부분집합은 $\varnothing$ 하나 밖에 없다.

16. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 10 미만의 자연수$\}$ 의 세 부분집합

$A = \{x \mid x$는 2 의 배수$\}$,

$B = \{1, 2, 4, 5, 9\}$,

$C = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여

$(A \cap B) \cup (C \cap A^c \cap B^c)$ 을 원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : {2, 3, 4}

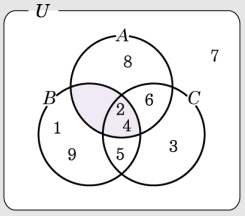
해설

집합 U, A 를 원소나열법으로 나타내면

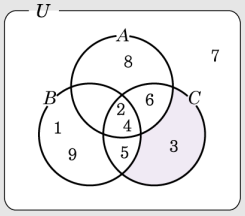
$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로

$A^c = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B^c = \{3, 6, 7, 8\}$ 이다.

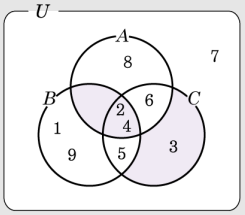
$A \cap B$ 와 $C \cap A^c \cap B^c$ 을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$A \cap B$



$C \cap A^c \cap B^c$



$\therefore (A \cap B) \cup (C \cap A^c \cap B^c) = \{2, 4, 3\}$

17. 집합 $A = \{(a,\ b) \mid a \times b = 9,\ a,\ b$는 자연수$\}$ 일 때, 집합 $n(A)$ 를 바르게 구한 것은? [배점 5, 중상]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$1 \times 9 = 3 \times 3 = 9 \times 1 = 9$ 이므로 원소나열법으로 나타내면 $A = \{(1,\ 9),\ (3,\ 3),\ (9,\ 1)\}$ 이다.

$\therefore\ n(A) = 3$

18. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 8 이하의 자연수$\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x \mid x$는 8 이하의 홀수$\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, $C = \{1, 5\}$ 가 있다.

전체집합 U 의 두 부분집합 X, Y 에 대하여 $X \circ Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$ 이라 할 때, $(A \circ B) \circ C$ 는? [배점 5, 중상]

① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 5\}$

③ $\{1, 7\}$ ④ $\{1, 2, 5\}$

⑤ $\{1, 2, 6, 7\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이다.

$X \circ Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c) = (X \cup Y) - (X \cap Y)$ 이므로

$A \circ B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\} - \{1, 3\} = \{2, 5, 6, 7\}$ 이다.

따라서 $(A \circ B) \circ C = \{1, 2, 5, 6, 7\} - \{5\} = \{1, 2, 6, 7\}$ 이다.

19. 다음은 집합 $\{x \mid x$는 6 의 약수$\}$ 의 부분집합을 구하는 과정이다. 틀린 부분을 바르게 고쳐라.

> $\{x \mid x$는 6의 약수$\}$ 를 원소나열법으로 나타내면 $\{1, 2, 3, 6\}$ 이다.
> 원소가 없는 부분집합은 $\{\varnothing\}$ 이다.
> 원소가 1개인 부분집합은 $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{6\}$ 이다.
> 원소가 2개인 부분집합은
> $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 6\}, \{2, 3\}, \{2, 6\}, \{3, 6\}$ 이다.
> 원소가 3개인 부분집합은
> $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 6\}, \{1, 3, 6\}, \{2, 3, 6\}$ 이다.
> 원소가 4개인 부분집합은 $\{1, 2, 3, 6\}$ 이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{\varnothing\} \to \varnothing$

해설

원소가 없는 부분집합은 $\varnothing$ 이다. $\{\varnothing\}$ 은 $\varnothing$ 을 원소로 갖는 집합을 의미하므로 $\varnothing$ 과 $\{\varnothing\}$ 는 같지 않다.

20. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B^c) = 0$ 이고, $A \cap B = \{3\}$, $(A \cup B^c) - (A^c \cup B) = \{1, 4, 5, 6\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$
\begin{aligned}
&(A \cup B^c) - (A^c \cup B) \\
&= (A \cup B^c) \cap (A \cap B^c) \\
&= (A \cap B^c) \\
&= \{1, 4, 5, 6\}
\end{aligned}
$$

따라서, $A \cap B = \{3\}$ 이므로

$A = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ 이고, $n(A^c \cap B^c) = 0$ 이므로

$B = \{2, 3, 7\}$

$n(A) + n(B) = 5 + 3 = 8$