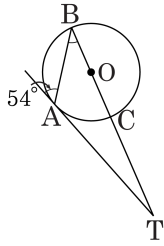


확인학습문제

1. 다음 그림을 보고 $\angle ABT$ 의 크기는?



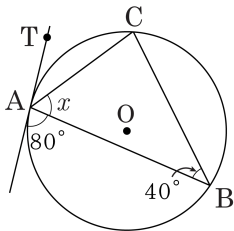
[배점 2, 하중]

- ① 33° ② 34° ③ 35°
 ④ 36° ⑤ 37°

해설

중심 O 와 점 A 를 이으면 $\angle TAO = 90^\circ$
 $\angle BAO = 36^\circ$, $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle ABT = 36^\circ$ 이다.

2. 다음과 같이 원 O 의 접선 직선 AT 가 있다. $\angle x$ 의 값으로 알맞은 것은?



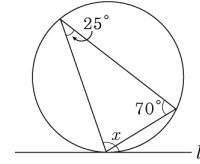
[배점 2, 하중]

- ① 60° ② 61° ③ 62°
 ④ 63° ⑤ 64°

해설

$\angle CAT = 40^\circ$ 이므로
 $\angle x = 180^\circ - 40^\circ - 80^\circ = 60^\circ$

3. 다음 그림에서 직선 l 이 원의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



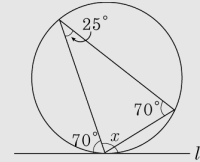
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

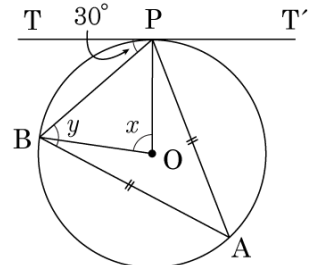
▶ 정답 : 110°

해설

$$\angle x = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$



4. 다음 그림에서 $\angle y - \angle x$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



[배점 3, 하상]

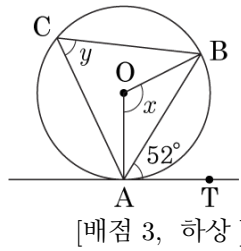
▶ 답 :

▶ 정답 : 15

해설

$\angle BAP = 30^\circ$ 이므로 $\angle x = 2\angle BAP = 60^\circ$ 이다.
 $\angle BAP = 30^\circ$ 이고 이등변 삼각형의 세 내각의 합
 $\angle BAP + 2\angle y = 180^\circ$
 $30^\circ + 2\angle y = 180^\circ$
 $\therefore \angle y = 75^\circ$
 따라서, $\angle y - \angle x = 15^\circ$ 이다.

5. 다음 그림에서 점 A가 원 O의 접점이고 $\angle BAT = 52^\circ$ 이다. $\angle x - \angle y = (\quad)^\circ$ 에서 ()에 알맞은 수를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 52

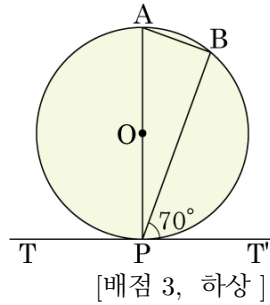
해설

$$\angle y = 52^\circ$$

$$\angle x = 2 \times \angle y = 2 \times 52^\circ = 104^\circ$$

$$\therefore x - y = 104^\circ - 52^\circ = 52^\circ$$

6. 다음 그림을 보고 옳지 않은 것을 고르면?



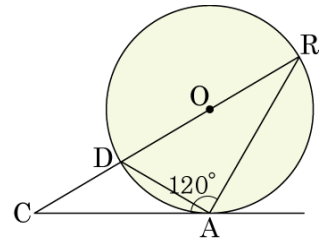
[배점 3, 하상]

- ① $\angle ABP$ 는 직각이다.
- ② $\overline{AP} \perp \overleftrightarrow{TT'}$
- ③ $\overline{AP} = \overline{AB} + \overline{BP}$
- ④ 점 O와 B를 이으면 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OP}$ 이다.
- ⑤ $\angle A = 70^\circ$

해설

$\triangle ABP$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로 피타고라스의 정리를 이용하면 $\overline{AP}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BP}^2$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 O는 원의 중심, 직선 AC는 원의 접선이다. $\angle BAC = 120^\circ$ 일 때, $\overline{CD} : \overline{DB}$ 를 간단한 비로 바르게 나타낸 것은?



[배점 3, 하상]

① 3 : 2

② 1 : 2

③ 4 : 5

④ 6 : 4

⑤ 3 : 8

해설

$$\angle BAD = 90^\circ \text{ 이므로 } \angle DAC = 30^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = 30^\circ, \angle ADB = 60^\circ$$

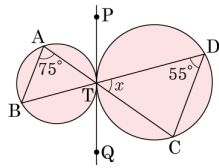
$$\angle ADB = \angle DAC + \angle ACD \text{ 에서}$$

$$60^\circ = 30^\circ + \angle ACD$$

$$\therefore \angle ACD = 30^\circ, \overline{DC} = \overline{DA}$$

$$\therefore \overline{CD} : \overline{DB} = \overline{DA} : \overline{DB} = 1 : 2$$

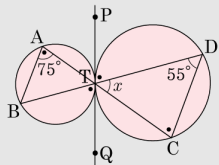
8. 다음 그림에서 두 원이 점 T에서 서로 접하고 $\angle BAT = 75^\circ$, $\angle CDT = 55^\circ$ 일 때, $\angle CTD$ 의 크기는?



[배점 3, 하상]

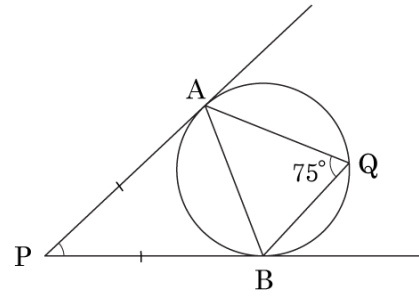
- ① 45° ② 50° ③ 55°
 ④ 65° ⑤ 75°

해설



접선과 현이 이루는 각의 성질과 맞꼭지각에 따라 $\angle DCT = 75^\circ$, $\triangle DCT$ 에서 $\therefore x = 180^\circ - 75^\circ - 55^\circ = 50^\circ$

9. 다음 그림에서 두 직선 PA, PB는 원의 접선이고 $\angle AQB = 75^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?



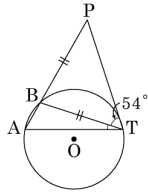
[배점 3, 하상]

- ① 30° ② 40° ③ 50°
 ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\angle ABP = \angle AQB = 75^\circ$ 이고 $\triangle PAB$ 는 이등변 삼각형이므로 $\angle APB = 180^\circ - 75^\circ - 75^\circ = 30^\circ$

10. 원 O의 접점 T가 다음과 같고, $\overline{BT} = \overline{BP}$, $\angle BTP = 54^\circ$ 를 만족한다고 할 때, $\angle ATB$ 의 크기로 알맞은 것은?



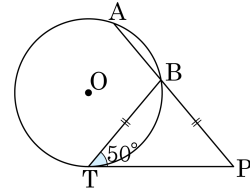
[배점 3, 중하]

- ① 11° ② 13° ③ 14°
 ④ 17° ⑤ 18°

해설

$$\begin{aligned}\angle P &= 54^\circ \\ \angle BTP &= \angle TAB = 54^\circ \\ \angle ABT &= 108^\circ \\ \angle ATB &= 180^\circ - 54^\circ - 108^\circ = 18^\circ\end{aligned}$$

11. 다음 그림에서 점 T는 원 O의 접점이고, $\overline{BT} = \overline{BP}$, $\angle BTP = 50^\circ$ 일 때, $\angle ATB$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

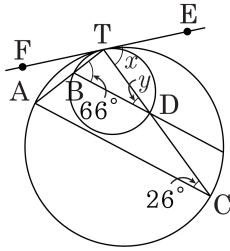
▶ 답 :

▷ 정답 : 30°

해설

$$\begin{aligned}\angle P &= 50^\circ \\ \angle BTP &= \angle TAB = 50^\circ \\ \angle ABT &= 100^\circ \\ \angle ATB &= 180^\circ - 50^\circ - 100^\circ = 30^\circ\end{aligned}$$

12. 다음 그림과 같이 직선 TE 는 두 원의 접선이라 할 때, $\angle ACT = 26^\circ$, $\angle DBT = 66^\circ$ 이다. $2\angle x + 3\angle y$ 의 크기는?



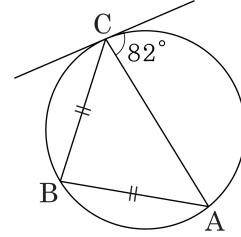
[배점 3, 중하]

- ① 200° ② 210° ③ 212°
 ④ 215° ⑤ 220°

해설

$$\begin{aligned}\angle x &= \angle DBT = 66^\circ \\ \angle y &= \angle FTB = \angle ACT = 26^\circ \\ \therefore 2\angle x + 3\angle y &= 2 \times 66^\circ + 3 \times 26^\circ = 210^\circ\end{aligned}$$

13. 다음 그림에서 현 AC 와 점 C 를 지나는 접선이 이루는 각의 크기가 82° 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle BCA$ 의 크기로 옳은 것은?



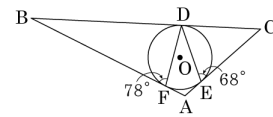
[배점 3, 중하]

- ① 49° ② 50° ③ 52°
 ④ 53° ⑤ 55°

해설

$$\begin{aligned}\angle ABC &= 82^\circ \\ \triangle ABC &\text{ 는 이등변삼각형이므로 두 밑각의 크기가 같다.} \\ \therefore \angle BCA &= (180^\circ - 82^\circ) \div 2 = 49^\circ\end{aligned}$$

14. 그림과 같이 원 O 가 $\triangle ABC$ 에 내접할 때, $\angle A$ 의 크기로 바른 것은?



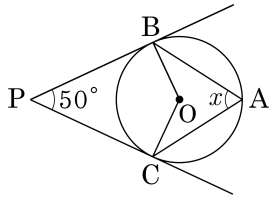
[배점 3, 중하]

- ① 111° ② 112° ③ 113°
 ④ 114° ⑤ 115°

해설

$$\begin{aligned}\angle BDF &= 78^\circ & \therefore \angle B &= 24^\circ \\ \angle EDC &= 68^\circ & \therefore \angle C &= 44^\circ \\ \therefore \angle A &= 180^\circ - 24^\circ - 44^\circ = 112^\circ\end{aligned}$$

15. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PB}, \overrightarrow{PC}$ 가 원 O의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



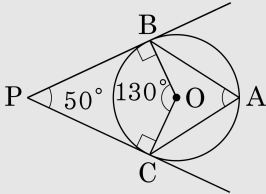
[배점 3, 중하]

▶ 답:

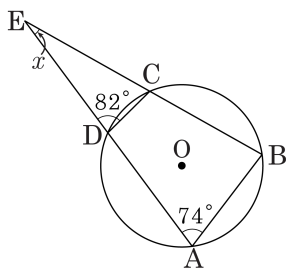
▶ 정답: 65°

해설

$$\angle x = 130^\circ \times \frac{1}{2} = 65^\circ$$



16. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기로 적절한 것은?



[배점 3, 중하]

- ① 20° ② 22° ③ 23°

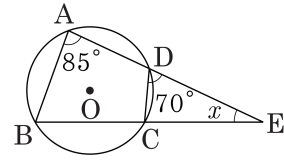
- ④ 24° ⑤ 25°

해설

$$\angle DCE = 74^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - 74^\circ - 82^\circ = 24^\circ$$

17. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

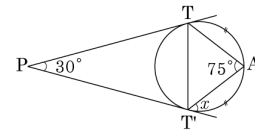
▶ 정답: 25°

해설

$$\angle DCE = 85^\circ$$

$$\angle x = 180^\circ - 85^\circ - 70^\circ = 25^\circ$$

18. 다음 그림에서 $\overline{PT}, \overline{PT'}$ 는 원의 접선이고 $\widehat{AT} = \widehat{AT'}$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 52.5°

해설

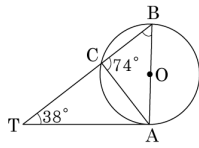
$$\angle TT'A = \angle T'TA = \angle x \text{ 이므로}$$

$$180^\circ - 2\angle x = 75^\circ$$

$$2\angle x = 105^\circ$$

$$\angle x = 52.5^\circ$$

19. 다음 그림에서 $\overline{TA}$ 가 원의 접선일 때, $\angle CBA$ 의 크기는?



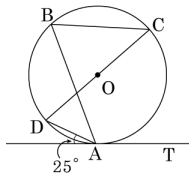
[배점 4, 중중]

- ① 30° ② 32° ③ 34°
 ④ 36° ⑤ 38°

해설

$$\begin{aligned}\angle TCA &= 106^\circ \\ \angle TAC &= 180^\circ - 106^\circ - 38^\circ = 36^\circ \\ \therefore \angle CBA &= \angle TAC = 36^\circ\end{aligned}$$

20. 다음 그림에서 직선 AT 는 원 O 의 접선이고 $\overline{DC}$ 는 지름이다. $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

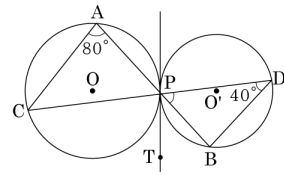
▶ 답 :

▶ 정답 : 65°

해설

$$\begin{aligned}\text{A 와 C 를 이으면 } \angle DAC &= 90^\circ, \angle DCA = 25^\circ \\ \text{이므로} \\ \angle CDA &= 180^\circ - 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ \\ \therefore \angle ABC &= \angle CDA = 65^\circ\end{aligned}$$

21. 다음 그림과 같이 점 P 에서 외접하는 두 원 O, O' 에서 $\angle PAC = 80^\circ, \angle PDB = 40^\circ$ 일 때, $\angle BPD$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

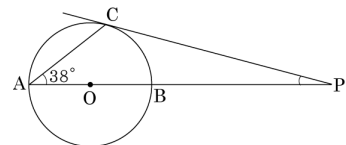
▶ 답 :

▶ 정답 : 60°

해설

$$\begin{aligned}\angle CPT &= \angle CAP = 80^\circ \\ \angle TPB &= \angle BDP = 40^\circ \\ \therefore \angle BPD &= 180^\circ - (80^\circ + 40^\circ) = 60^\circ\end{aligned}$$

22. 다음 그림에서 직선 CP 는 원 O 의 접선이다. $\angle CAP = 38^\circ$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기를 구하여라.



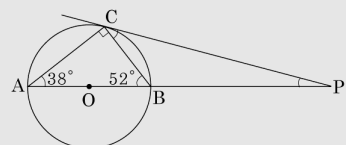
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

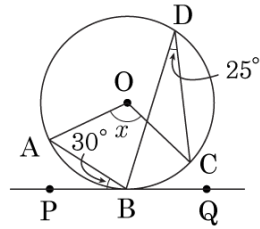
▶ 정답 : 14°

해설

$$\begin{aligned}\text{그림과 같이 점 B 와 C 를 이으면} \\ \angle ABC &= 52^\circ, \angle PCB = 52^\circ, \angle PCB = \angle CAB = 38^\circ \\ \triangle CBP \text{ 에서 } \angle BPC &= 52^\circ - 38^\circ = 14^\circ\end{aligned}$$

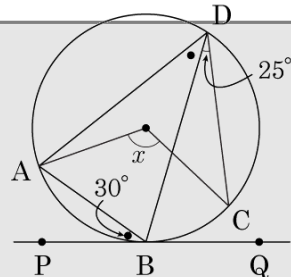


23. 다음 그림에서 직선 PQ가
원 O의 접선이고 점 B가
접점일 때, $\angle AOC$ 의 크기는?
[배점 4, 중중]



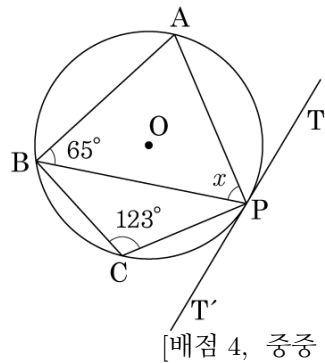
- ① 95° ② 100°
③ 105° ④ 110°
⑤ 115°

해설



$\angle ABP = \angle ADB = 30^\circ$ 이므로 $\angle ADC = 55^\circ$
 $\therefore x = 55^\circ \times 2 = 110^\circ$

24. 다음 그림과 같이
 $\square ABCP$ 가 원 O에 내
접한다. $\overleftrightarrow{TT'}$ 이 원 O
의 접선일 때, $\angle APB$
의 크기를 구하여라.
(단, 단위는 생략한
다.)



[배점 4, 중중]

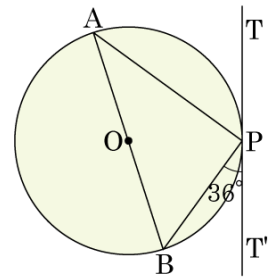
▶ 답:

▶ 정답: 58°

해설

$\angle BPT = 123^\circ$
 $\angle APT = 65^\circ$
 $\angle x = 123^\circ - 65^\circ = 58^\circ$

25. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{AB}$ 는 원 O
의 지름이고 $\overleftrightarrow{TT'}$ 는 접선이다.
 $\widehat{AP} : \widehat{BP}$ 를 간단한 정
수의 비로 나타낸 것은?
[배점 4, 중중]



- ① 1 : 2 ② 2 : 3
③ 2 : 1 ④ 3 : 2
⑤ 3 : 4

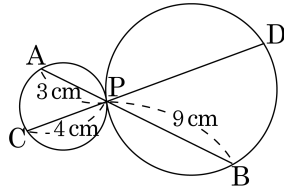
해설

$\angle OAP = 36^\circ$

점 O와 P를 이으면, $\triangle OAP$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle BOP = 72^\circ$, $\angle AOP = 108^\circ$

호의 길이는 원주각의 크기에 정비례하므로
 $\therefore \widehat{AP} : \widehat{BP} = 108 : 72 = 3 : 2$

26. 다음 그림과 같이 점 P 에서 두 원이 접하고, $\overline{AP} = 3\text{ cm}$, $\overline{BP} = 9\text{ cm}$, $\overline{CP} = 4\text{ cm}$ 일 때, $\overline{DP}$ 의 길이를 구하여라.



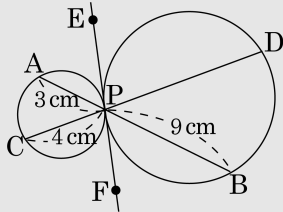
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12 cm

해설

두 원의 공통접선 $\overline{EF}$ 를 그으면 $\angle APE = \angle ACP$, $\angle FPB = \angle BDP$ 이다.



$$\therefore \angle ACP = \angle BDP$$

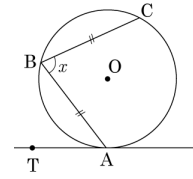
또한, $\angle APC = \angle BPD$ ($\because$ 맞꼭지각) 이다.

$$\therefore \triangle APC \equiv \triangle BPD \text{ (AA 닮음)}$$

따라서 $\overline{PA} : \overline{PB} = \overline{PC} : \overline{PD}$ 에서

$$\overline{DP} = \frac{\overline{PB} \times \overline{PC}}{\overline{PA}} = \frac{9 \times 4}{3} = 12 \text{ (cm)}$$

27. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O 의 접선이고, $\angle BAT = 50^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



[배점 5, 중상]

① 50°

② 60°

③ 70°

④ 80°

⑤ 90°

해설

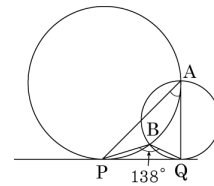
A 와 C 를 이으면

$$\angle BAT = \angle BCA = 50^\circ$$

$$\overline{AB} = \overline{BC} \text{ 이므로 } \angle BAC = 50^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 50^\circ \times 2 = 80^\circ$$

28. 다음 그림에서 직선 PQ 는 두 원에 동시에 접한다. $\angle PBQ = 138^\circ$ 일 때, $\angle PAQ$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

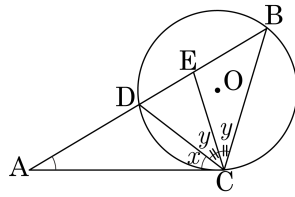
▶ 정답 : 42°

해설

$\overline{AB}$ 를 그으면 $\angle QPB = \angle BAP$, $\angle PQB = \angle BAQ$ 이므로

$$\angle PAQ = \angle QPB + \angle PQB = 180^\circ - 138^\circ = 42^\circ$$

29. 다음 그림에서 $\angle ACD = x$, $\angle DCE = \angle BCE = y$ 이고, $x + y = 70^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략)



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 40

해설

$$\angle B = x$$

$$\angle CED = x + y$$

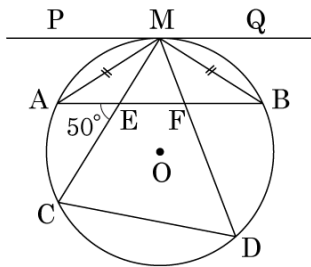
$\triangle ACE$ 에서

$$\angle A + \angle CEA + \angle ACE = 180^\circ$$

$$\angle A + (x + y) + (x + y) = 180^\circ$$

$$\therefore \angle A = 40^\circ$$

30. 다음 그림의 원 O에서 점 M은 호 AB의 중점이고 $\overleftrightarrow{PQ}$ 는 접선이다. $\angle AEC = 50^\circ$ 일 때, $\angle D = (\quad)^\circ$ 이다. () 안에 알맞은 수를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 50

해설

$$\angle MAE + \angle AME = 50^\circ$$

$$\angle MAE = \angle MBE \quad (\because \overline{AM} = \overline{BM})$$

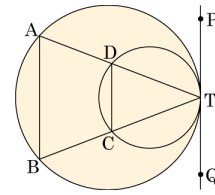
$$\angle MBA = \angle AMP$$

$$\therefore \angle PMC = 50^\circ$$

$$\angle PMC = \angle D$$

$$\therefore \angle D = 50^\circ$$

31. 다음 그림과 같이 점 T는 두 원의 공통 접점이고 $\overleftrightarrow{PQ}$ 는 두 원의 공통인 접선이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 5, 중상]

① $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

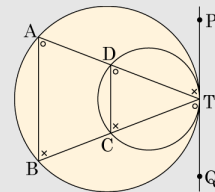
② $\angle BAT = \angle CDT$

③ $\overline{TA} : \overline{TB} = \overline{TC} : \overline{TD}$

④ $\angle ABT = \angle ATP$

⑤ $\triangle ATB \sim \triangle DTC$

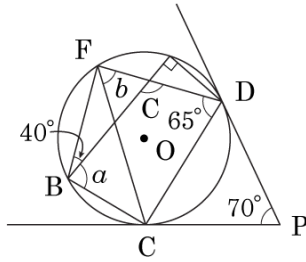
해설



직선 PQ가 두 원의 공통접선이고, 접선과 현이 이루는 각의 성질에 따라 그림처럼 같은 각의 관계가 성립한다.

따라서, 동위각이 같으므로 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이고 $\triangle ATB \sim \triangle DTC$ 이므로 $\overline{TA} : \overline{TB} = \overline{TD} : \overline{TC}$ 이다.

32. 다음 그림에서 두
반직선은 원 O의
접선이다. $\angle BAD =$
 90° , $\angle EDC =$
 65° , $\angle EBF =$
 40° , $\angle CPD = 70^\circ$
일 때, $\angle a + \angle b + \angle c$ 의
크기는?



[배점 5, 중상]

- ① 240° ② 245° ③ 255°
④ 260° ⑤ 320°

해설

사각형 EBCD

가 원에 내접하므로

$$\angle a + 40^\circ + 65^\circ =$$

$$180^\circ \therefore \angle a = 75^\circ$$

2) 접선과 현이

이루는 각의 크기는

그 내부의 호에 대한

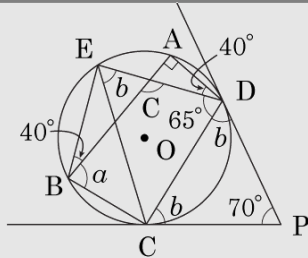
원주각의 크기와 같으므로

$$\angle b = \angle PDC = \angle PCD = 55^\circ (\because \overline{PD} = \overline{PC})$$

3) $\triangle ADE$ 에서 $\angle c = 90^\circ + 40^\circ = 130^\circ$ (이 때,

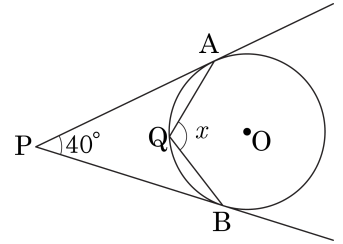
$\widehat{AF}$ 에 대한 원주각으로 $\angle FBA = \angle ADF = 40^\circ$)

따라서, $\angle a + \angle b + \angle c = 75^\circ + 55^\circ + 130^\circ = 260^\circ$
이다.



33. 다음 그림과 같이 원 위
의 두 점 A, B에서 그
은 접선의 교점을 P라
하자. $\angle APB = 40^\circ$ 일
때, $\angle x$ 의 크기는?

[배점 5, 중상]



- ① 90° ② 95° ③ 105°
④ 110° ⑤ 120°

해설

그림과 같이 보조선을 이용하면

$\angle PAB = \angle PBA = 70^\circ (\because \overline{PA} = \overline{PB})$ 이고

또한, 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부의

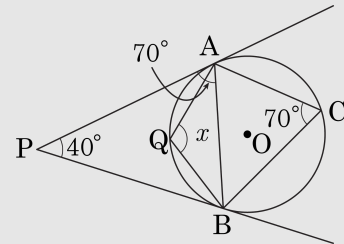
호에 대한 원주각의 크기와 같으므로 $\angle PAB =$

$$\angle ACD = 70^\circ$$

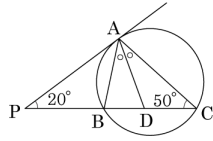
따라서, 사각형이 원에 내접하므로 대각의 합 $\angle x +$

$$70^\circ = 180^\circ \therefore \angle x = 110^\circ$$

이다.



34. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$ 는 원의 접선이고, $\angle BAD = \angle CAD$ 이다. $\angle APB = 20^\circ$, $\angle ACB = 50^\circ$ 일 때, $\angle ADP$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 80°

해설

$$\angle PAB = \angle ACB = 50^\circ$$

$\triangle APB$ 에서

$$\angle ABC = \angle APB + \angle PAB = 20^\circ + 50^\circ = 70^\circ$$

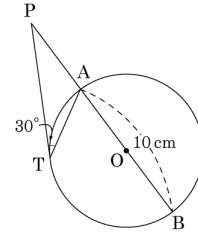
$\triangle ABC$ 에서

$$\begin{aligned}\angle BAC &= 180^\circ - (\angle ABC + \angle ACB) \\ &= 180^\circ - (70^\circ + 50^\circ) = 60^\circ\end{aligned}$$

$$\angle DAC = \frac{1}{2}\angle BAC = 30^\circ$$

$$\therefore \angle ADP = \angle DAC + \angle ACB = 30^\circ + 50^\circ = 80^\circ$$

35. 다음 그림과 같이 $\overline{PT}$ 는 원 O의 접선이고, $\overline{AB}$ 는 지름이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\angle PTA = 30^\circ$ 일 때, $\overline{PT}$ 의 길이를 구하여라. (단, 점 T는 접점이다.)



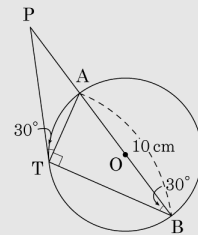
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $5\sqrt{3}$

해설

$\overline{BT}$ 를 그으면 $\angle ABT = \angle PTA = 30^\circ$



$\angle ATB = 90^\circ$ 이므로

$$\angle TAB = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

$\triangle APT$ 의 외각의 성질에 의하여 $\angle APT = 30^\circ$
이므로 $\triangle TPB$ 는 이등변삼각형이다.

$$\therefore \overline{PT} = \overline{BT}$$

$\triangle ATB$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{BT} = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{PT} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$