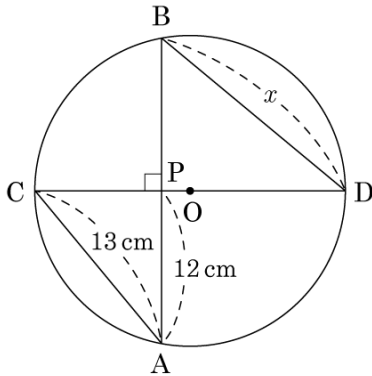


확인학습문제

1. 다음 그림에서 x 의 길이는?



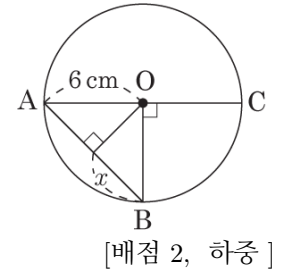
[배점 2, 하중]

- ① 30 (cm) ② 31 (cm)
 ③ 31.1 (cm) ④ 31.2 (cm)
 ⑤ 31.3 (cm)

해설

$\overline{AP} = \overline{BP} = 12$ (cm)
 $\triangle CAP \equiv \triangle CBP$ (SAS합동)
 $\triangle BCD$ 에서
 $\angle CBD = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle PCA \sim \triangle PBD$ (AA닮음)
 $\overline{CP} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5$ (cm)
 $\overline{PC} : \overline{PB} = \overline{CA} : \overline{BD}$ 에서
 $5 : 12 = 13 : x$
 $5x = 156$
 $\therefore x = 31.2$ (cm)

2. 다음 그림에서 x 의 길이를 구하여라.



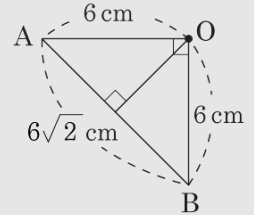
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

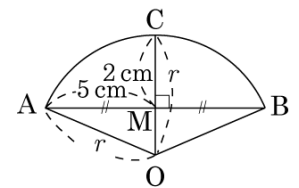
▷ 정답 : $3\sqrt{2}$ cm

해설

$$x = 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$



3. 다음 그림에 $\widehat{AB}$ 는 원의 일부이다.
 $\overline{AM} = \overline{BM} = 5$ cm,
 $\overline{CM} = 2$ cm, $\overline{AB} \perp \overline{CM}$ 일
 때, 원의 반지름의 길이는?



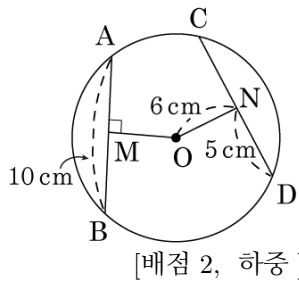
[배점 2, 하중]

- ① $\frac{13}{4}$ cm ② $\frac{19}{4}$ cm ③ $\frac{23}{4}$ cm
 ④ $\frac{25}{4}$ cm ⑤ $\frac{29}{4}$ cm ⑥

해설

직각삼각형 AOM 에서
 $r^2 = (r - 2)^2 + 5^2$, $r = \frac{29}{4}$ cm 이다.

4. 다음 그림의 원 O에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$, $\overline{CD} \perp \overline{ON}$ 이고 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{DN} = 5\text{cm}$, $\overline{ON} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{OM}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 6 cm

해설

원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을 이등분하므로

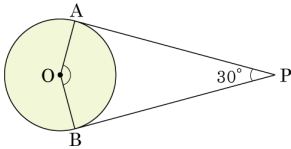
$$\overline{CD} = 2 \times 5 = 10(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로

두 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있다.

따라서 $\overline{OM} = \overline{ON} = 6(\text{cm})$ 이다.

5. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O의 접선이고 $\angle APB = 30^\circ$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.

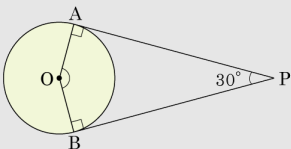


[배점 3, 하상]

▶ 답:

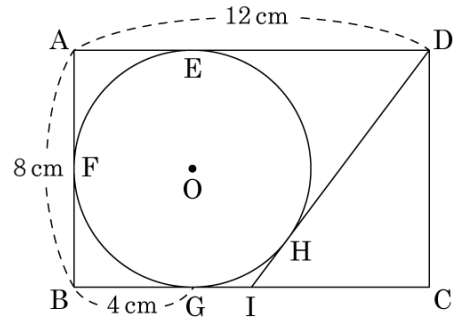
▶ 정답: 150°

해설



$$\angle AOB = 360^\circ - 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

6. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD의 세 변의 접하는 원 O가 있다. $\overline{DI}$ 가 원의 접선이고 네 점 E, F, G, H가 접점일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 3, 하상]

① $\overline{AE}$ 의 길이는 4 cm 이다.

② $\overline{DH}$ 의 길이의 길이는 8 cm 이다.

③ $\overline{GI} = 2$ cm 이다.

④ $\overline{CI} = 4$ cm 이다.

⑤ $\triangle CDI$ 의 넓이는 24 cm^2 이다.

해설

③ $\overline{GI} = x$ 라 할 때, $\overline{CI}$ 의 길이는 $\overline{CI} = (8 - x)$ cm, $\overline{DI} = (8 + x)$ cm 이므로

피타고라스의 성질에 의해

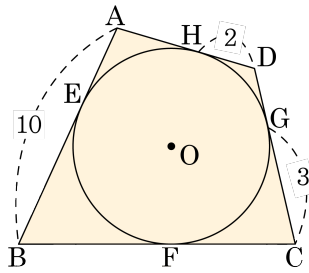
$$(8 + x)^2 = 8^2 + (8 - x)^2$$

$$\therefore x = 2 \text{ cm}$$

$$\textcircled{4} \overline{CI} = 8 - x = 6$$

$$\textcircled{5} \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(\text{cm}^2)$$

7. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD는 원 O의 외접사각형이고 점 E, F, G, H는 접점이다. 이때, □ABCD의 둘레를 구하여라.



[배점 3, 하상]

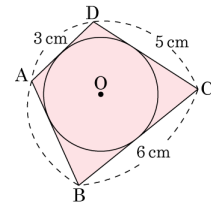
▶ 답 :

▶ 정답 : 30

해설

$\overline{DH} = \overline{DG} = 2$ 이고,
외접사각형의 성질에 의해서
 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD} = 15$
따라서 둘레는 $\overline{AB} + \overline{CD} + \overline{BC} + \overline{AD} = 30$ 이다.

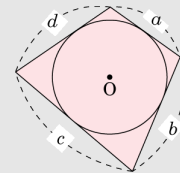
8. 다음 그림의 □ABCD에서 $\overline{AB}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

- ① 3.5cm ② 4cm ③ $3\sqrt{2}$ cm
④ $3\sqrt{3}$ cm ⑤ 5cm

해설

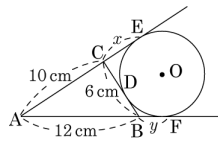


위 그림처럼 사각형에 원이 내접할 때, 다음이 성립한다.

$$a + c = b + d$$

$$\therefore 3 + 6 = 5 + \overline{AB}, \overline{AB} = 4\text{cm}$$

9. 다음 그림에서 원 O는 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 에 접하고, 점 D, E, F가 접점일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

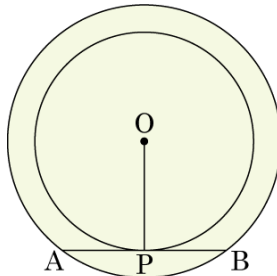
해설

$$\overline{AE} = \overline{AF}, \triangle ABC \text{의 둘레} = \overline{AE} + \overline{AF} = 2\overline{AE}$$

$$2(10+x) = 28 \quad \therefore x = 4$$

$$\overline{AF} = \overline{AE} \text{ 이므로 } 12+y = 14 \quad \therefore y = 2$$

10. 다음 그림에서 큰 원의 반지름의 길이가 10, $\overline{AB} = 12$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

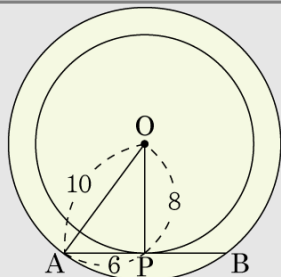
▶ 정답 : 8

해설

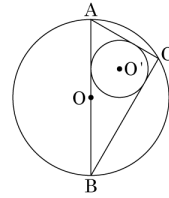
$$\overline{AP} = 10, \overline{AP} =$$

$$6 \text{ 이므로 } \overline{OP} =$$

$$\sqrt{10^2 - 6^2} = 8$$



11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 지름의 길이는 17cm이고 내접원의 지름의 길이는 6cm이다. $\overline{AB}$ 가 외접원의 지름일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라. (단, $\angle C$ 는 직각이다.)

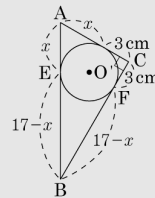


[배점 3, 중하]

▶ 답 :

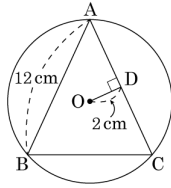
▶ 정답 : 60 cm^2

해설



$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times 3 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times (17 \times 2 + 3 \times 2) \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times 40 \\ &= 60(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

12. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 가 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 일 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하면?



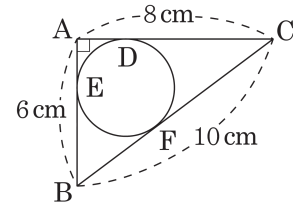
[배점 3, 중하]

- ① 11cm^2 ② 12cm^2 ③ 13cm^2
 ④ 14cm^2 ⑤ 15cm^2

해설

점 O 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면
 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\overline{OD} = \overline{OE} = 2(\text{cm})$
 $(\triangle ABO \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 12 \times 2 = 12(\text{cm}^2)$

13. 다음 직각삼각형 ABC 의 내접원의 반지름의 길이를 구하여라.



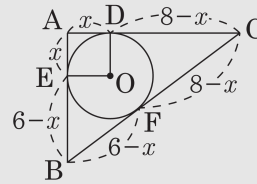
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

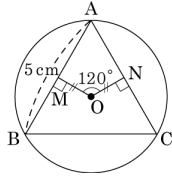
▷ 정답 : 2 cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AE} = x$ 라고 하면
 $\overline{BC} = 10(\text{cm})$ 이므로
 $(6 - x) + (8 - x) = 10$
 $14 - 2x = 10$
 $-2x = -4$
 $\therefore x = 2(\text{cm})$



14. 다음 그림과 같이 원 O의 중심에서 $\triangle ABC$ 의 두 변 AB, AC에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하자. $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이고 $\overline{AB} = 5\text{ cm}$, $\angle MON = 120^\circ$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 15 cm

해설

$\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5\text{ cm}$,

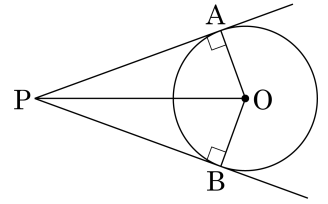
$\square AMON$ 에서 $\angle MAN = 60^\circ$

$\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로

$\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC} = 5\text{ cm}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $5 \times 3 = 15(\text{cm})$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\overline{PA}, \overline{PB}$ 는 원 O의 접선이고, 점 A, B는 그 접점이라고 할 때, 옳지 않은 것을 모두 고르면?



[배점 3, 중하]

① $\overline{PA} = \overline{PB}$

② $\triangle APO \equiv \triangle BPO$

③ $\angle APB + \angle AOB = 90^\circ$

④ $\angle OPB = 20^\circ$ 이면 $\angle AOB = 140^\circ$ 이다.

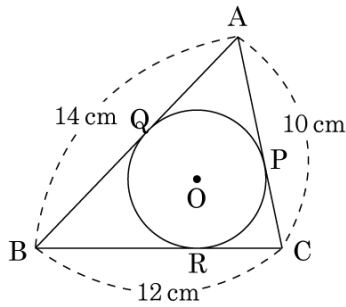
⑤ $\angle APO + \angle AOP = 95^\circ$ 이다.

해설

③ $\angle APB + \angle AOB = 180^\circ$

⑤ $\angle APO + \angle AOP = 90^\circ$

16. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원일 때, $\overline{BR}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

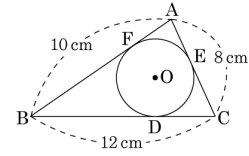
▶ 답 :

▶ 정답 : 8 cm

해설

$\overline{BR} = x$ cm 라 하면 $\overline{BR} = \overline{BQ} = x$ cm 이므로
 $\overline{CR} = \overline{CP} = (12 - x)$ cm 이고,
 $\overline{AQ} = \overline{AP} = (14 - x)$ cm 이다.
 $\overline{AC} = \overline{AP} + \overline{CP}$ 이므로 $10 = (14 - x) + (12 - x)$
 이므로 $x = 8$ cm 이다.

17. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AB} = 10$ cm, $\overline{BC} = 12$ cm, $\overline{AC} = 8$ cm 일 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

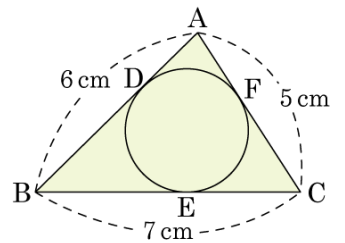
▶ 답 :

▶ 정답 : 7 cm

해설

$\overline{BF} = x$ cm 라 하면 $\overline{BD} = \overline{BF} = x$ cm 이므로
 $\overline{AF} = \overline{AE} = (10 - x)$ cm 이고
 $\overline{CD} = \overline{CE} = (12 - x)$ cm 이다.
 $\overline{AC} = \overline{AE} + \overline{CE}$ 이므로 $8 = (10 - x) + (12 - x)$
 이므로 $x = 7$ cm 이다.

18. 다음 그림에서 원은 내접원이고 점 D, E, F는 각 선분의 접점이다. $\overline{AB} = 6$ cm, $\overline{BC} = 7$ cm, $\overline{AC} = 5$ cm 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 1.5cm

② 2cm

③ 2.5cm

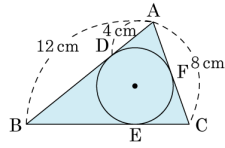
④ 3cm

⑤ 3.5cm

해설

$\overline{AF} = x = \overline{AD}$ 로 놓으면, $\overline{BD} = 6 - x = \overline{BE}$,
 $\overline{FC} = 5 - x = \overline{EC}$,
 $\overline{BC} = (6 - x) + (5 - x) = 7$, $x = 2$

19. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 $\triangle ABC$ 와 그 내접원과 의 접점이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.

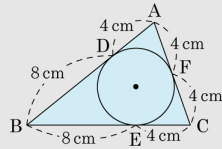


[배점 4, 중중]

▶ 답 :

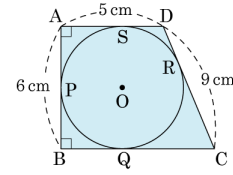
▷ 정답 : 12 cm

해설



$$\begin{aligned}\overline{BC} &= \overline{BE} + \overline{EC} \\ &= \overline{BD} + \overline{FC} \\ &= (12 - 4) + (8 - 4) \\ &= 12(\text{cm})\end{aligned}$$

20. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 가 원 O 의 외접사각형이고, 네 점 P, Q, R, S 는 각각 원 O 의 접점이다. 이 때, $\overline{CQ}$ 의 길이는?



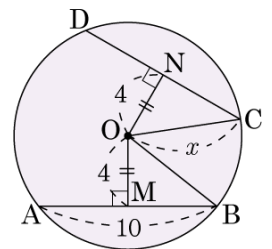
[배점 4, 중중]

- ① 5cm ② 6cm ③ 7cm
④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$$\begin{aligned}6 + 9 &= 5 + \overline{BC} \therefore \overline{BC} = 10\text{cm} \\ \overline{AP} &= \overline{BP} = \overline{AS} = \overline{BQ} = 3\text{cm} (\because \overline{OQ} \perp \overline{BC}, \overline{OP} \perp \overline{AB}) \\ \overline{CQ} &= 10 - 3 = 7(\text{cm})\end{aligned}$$

21. 다음 그림에서 x 의 값을 구 하면?



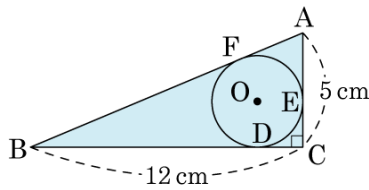
[배점 4, 중중]

- ① $\sqrt{41}$ ② 3.2 ③ $\sqrt{34}$
④ 3 ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{ON} &= \overline{OM}, x = \overline{OB} \\ \triangle OMB \text{ 에서 } \overline{OB} &= \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41}\end{aligned}$$

22. 다음 그림에서 원 O는 삼각형 ABC의 내접원이다.
 $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 이고 $\angle C = 90^\circ$ 일 때, 내접
 원 O의 반지름의 길이는?



[배점 4, 중중]

- ① 0.5cm ② 1cm ③ 1.5cm
 ④ 2cm ⑤ 2.5cm

해설

□ODCE는 정사각형, 원의 반지름을 x 라 하면,

$$\overline{AE} = \overline{AF} = 5 - x$$

$$\overline{BD} = \overline{BF} = 12 - x$$

$$\therefore \overline{AB} = 17 - 2x \dots ①$$

$$\triangle ABC \text{ 에서 } \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2$$

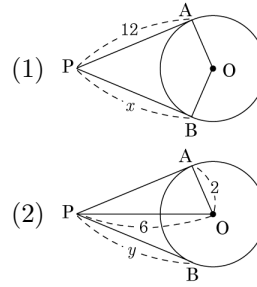
$$\overline{AB}^2 = 12^2 + 5^2 = 169$$

$$\therefore \overline{AB} = 13 (\because \overline{AB} > 0) \dots ②$$

$$\text{①, ②에 의해 } 13 = 17 - 2x$$

$$\therefore x = 2$$

23. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 가 원 O의 접선일 때, x, y 의
 길이를 순서대로 옳은 것은?



[배점 4, 중중]

- ① (1) $x = 11$ (2) $y = 7$
 ② (1) $x = 11$ (2) $y = 8$
 ③ (1) $x = 12$ (2) $y = 8$
 ④ (1) $x = 12$ (2) $y = 4\sqrt{2}$
 ⑤ (1) $x = 12$ (2) $y = \sqrt{61}$

해설

$$(1) x = 12$$

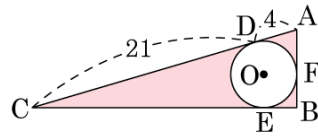
$$(2) \overline{PA}^2 + \overline{OA}^2 = \overline{PO}^2$$

$$y^2 + 2^2 = 6^2$$

$$y^2 = 36 - 4 = 32$$

$$y = 4\sqrt{2} (\because y > 0)$$

24. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이는?



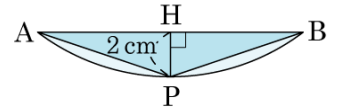
[배점 5, 중상]

- ① $64 - \frac{9}{4}\pi$ ② $72 - 4\pi$
 ③ $84 - 9\pi$ ④ $90 - \frac{9}{4}\pi$
 ⑤ $100 - 25\pi$

해설

원 O의 반지름을 x 라 하면 $\overline{BF} = \overline{BE} = x$
 $\overline{AD} = \overline{AF} = 4$ 이므로 $\overline{AB} = 4 + x$,
 $\overline{CE} = \overline{CD} = 21$ 이므로 $\overline{BC} = 21 + x$
 $(4 + x)^2 + (x + 21)^2 = 25^2$
 $\therefore x = 3$
 따라서, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 24$
 그러므로 색칠된 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 24 \times 7 - \pi(3)^2 = 84 - 9\pi$

25. 다음 그림에서 $\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 8cm인 원의 일부분이다. $\overline{AH} = \overline{BH}$, $\overline{AB} \perp \overline{HP}$ 이고 $\overline{HP} = 2\text{cm}$ 일 때, $\triangle APB$ 의 둘레는?



[배점 5, 중상]

- ① $7\sqrt{2}\text{cm}$ ② $(16\sqrt{7} + 3\sqrt{2})\text{cm}$
 ③ $(3\sqrt{6} + 2\sqrt{7})\text{cm}$ ④ $(4\sqrt{7} + 8\sqrt{2})\text{cm}$
 ⑤ $(2\sqrt{7} + 4\sqrt{2})\text{cm}$

해설

원의 중심 O를 그림에 나타내어 보면 직각삼각형 $\triangle OAH$ 에서 $\overline{AH} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OH}^2} = \sqrt{(8)^2 - (6)^2} = 2\sqrt{7}(\text{cm})$
 이때, $\overline{AH} = \overline{BH} = 2\sqrt{7}\text{cm}$ 이므로 $\overline{AB} = 4\sqrt{7}\text{cm}$ 이고, $\overline{AP} = \sqrt{(\overline{AH})^2 + (\overline{HP})^2} = \sqrt{(2\sqrt{7})^2 + (2)^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다. 따라서, $\triangle APB$ 의 둘레는 $(8\sqrt{2} + 4\sqrt{7})(\text{cm})$ 이다.