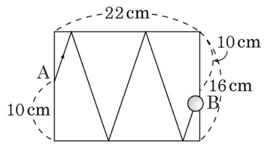
확인학습문제

1. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 미니당구대에서 공을 너무 세게 치는 바람에 흰 공이 A 에서 출발하여 벽을 차례로 거쳐 점 B 에 도착하였다. 공이 지나갈 수 있는 최단거리를 구하면?

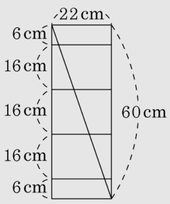


[배점 2, 하중]

① $\sqrt{4080}$cm ② $\sqrt{4081}$cm ③ $\sqrt{4082}$cm

④ $\sqrt{4083}$cm ⑤ $\sqrt{4084}$cm

해설



(공이 지나간 최단거리) $= \sqrt{22^2+60^2} = \sqrt{4084}$(cm)

2. 두 점 A$(4,\ 2a+1)$, B$(a+2,\ 1)$ 사이의 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

▷ 정답 : $a = -\dfrac{1}{5}$

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(4-a-2)^2+(2a+1-1)^2}$

$= \sqrt{(2-a)^2+(2a)^2} = \sqrt{5}$

양변을 제곱하면 $(2-a)^2+4a^2 = 5$

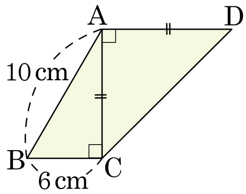
$4-4a+a^2+4a^2 = 5$

$5a^2-4a-1 = 0$

$(a-1)(5a+1) = 0$

따라서 $a = 1$ 또는 $a = -\dfrac{1}{5}$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=10\text{cm}$, $\overline{BC}=6\text{cm}$, $\overline{AC}=\overline{AD}$ 인 사각형 ABCD 가 있을 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{65}$ cm

해설

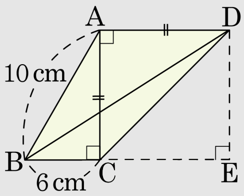
$\overline{BC}$ 의 연장선에 D 의 수선의 발을 내린 점을 E 라고 하자.

삼각형 ABC 에서

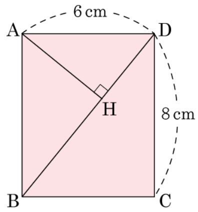
$\overline{AC}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8(\text{cm})$

삼각형 BDE 에서

$\overline{BD}=\sqrt{14^2+8^2}=\sqrt{260}=2\sqrt{65}(\text{cm})$



4. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 6cm , 8cm 인 직사각형이 있다. $\overline{AH}\perp\overline{BD}$ 라고 할 때, $\overline{AH}+\overline{BD}$ 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{74}{5}$ cm

해설

$\triangle$ABD 에 의해서

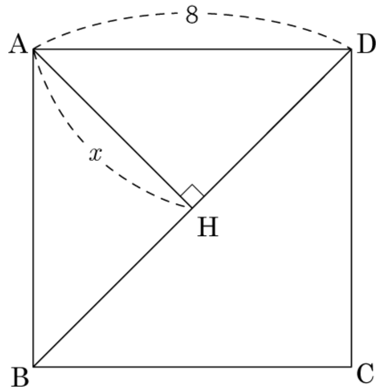
$\overline{BD}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10(\text{cm})$

$\triangle$ABD 의 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times8=\frac{1}{2}\times\overline{AH}\times10$, $\overline{AH}=\frac{24}{5}(\text{cm})$

$\overline{AH}+\overline{BD}=10+\frac{24}{5}=\frac{74}{5}(\text{cm})$

5. 한 변의 길이가 8 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?



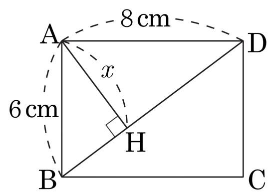
[배점 3, 하상]

① $2\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$
④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

해설

$\overline{BD} = 8\sqrt{2}$ 이므로 $x \times 8\sqrt{2} = 8 \times 8$
$\therefore\ x = 4\sqrt{2}$

6. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형 ABCD 가 있다. 점 A 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 길이는?



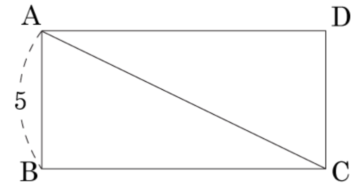
[배점 3, 하상]

① 4 cm ② 4.8 cm ③ $2\sqrt{6}$ cm
④ 5 cm ⑤ 5.2 cm

해설

$\overline{BD} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$(cm)
$\triangle ABD$ 에서 $10 \times x = 6 \times 8$
$\therefore\ x = 4.8$(cm)

7. 다음 그림과 같이 세로의 길이가 5 인 직사각형의 넓이가 60 일 때, 직사각형의 대각선 $\overline{BD}$ 의 길이를 구하시오.



[배점 3, 하상]

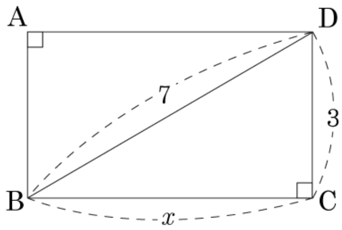
▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

직사각형의 넓이는
$5 \times \overline{AD} = 60$ 이므로
$\overline{AD} = 12$
피타고라스 정리에 따라
$5^2 + 12^2 = x^2$
x 는 변의 길이이므로 양수이다.
따라서 $x = 13$ 이다.

8. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{10}$

해설

피타고라스 정리에 따라서 $49 = 9 + x^2$

x 는 변의 길이이므로 $x > 0$

$\therefore x = 2\sqrt{10}$ 이다.

9. 좌표평면 위의 세 점 $A(-1,\ 3), B(2,\ 1),\ C(4,\ 4)$ 를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 를 어떤 삼각형에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $\overline{AB} = \sqrt{13}$
㉡ $\overline{AC} = \sqrt{13}$
㉢ $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이 아니다.
㉣ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

해설

$\overline{AB} = \sqrt{13},\ \overline{BC} = \sqrt{13},\ \overline{CA} = \sqrt{26}$

$\sqrt{13^2} + \sqrt{13^2} = \sqrt{26^2}$ (또는 $13 + 13 = 26$) 이므로

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이다.

10. 두 점 $P(2,\ 2),\ Q(a, -1)$ 사이의 거리가 $3\sqrt{5}$ 일 때, a 의 값은? (단, 점 Q 는 제3 사분면의 점이다.)

[배점 3, 하상]

① -8 ② -6 ③ -4 ④ 4 ⑤ 8

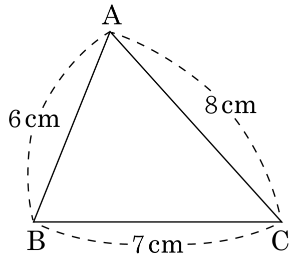
해설

$\sqrt{(2-a)^2 + 3^2} = 3\sqrt{5}$ 에서 $a = -4,\ 8$ 이다.

점 Q 는 제3 사분면 위에 있으므로

$a < 0,\ a = -4$ 이다.

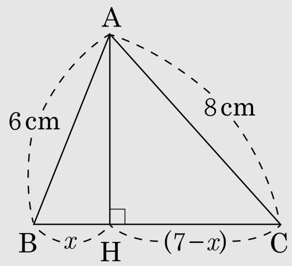
11. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$, $\overline{CA} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



[배점 3, 중하]

① $\dfrac{\sqrt{15}}{4}\text{cm}^2$ ② $\dfrac{3\sqrt{11}}{4}\text{cm}^2$
③ $\dfrac{5\sqrt{13}}{4}\text{cm}^2$ ④ $\dfrac{21\sqrt{15}}{4}\text{cm}^2$
⑤ $\dfrac{9\sqrt{131}}{4}\text{cm}^2$

해설



$\overline{BH} = x$ 라 하면 $\overline{HC} = 7 - x$ 이다.

$\overline{AH}^2 = 36 - x^2 \cdots$①

$\overline{AH}^2 = 64 - (7-x)^2 \cdots$②

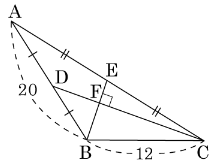
①, ② 로부터 $36 - x^2 = 64 - (7-x)^2$, $14x = 21$ 이다.

$\therefore x = \dfrac{3}{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AH} = \sqrt{36 - \dfrac{9}{4}} = \dfrac{3\sqrt{15}}{2}(\text{cm})$

$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \dfrac{1}{2} \times 7 \times \dfrac{3\sqrt{15}}{2} = \dfrac{21\sqrt{15}}{4}(\text{cm}^2)$

12. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 20$, $\overline{BC} = 12$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$\overline{DE} = \dfrac{1}{2}\overline{BC} = 6$ 이다.

□DBCE 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

$\overline{BD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$

$100 + \overline{EC}^2 = 36 + 144$

$\therefore \overline{EC} = 4\sqrt{5}(\because \overline{EC} > 0)$

$\therefore \overline{AC} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$

13. 좌표평면 위의 두 점 $A(-1,\ 1)$, $B(x,\ 5)$ 사이의 거리가 $4\sqrt{2}$ 일 때, x 의 값을 구하여라. (단, 점 B 는 제1사분면 위의 점이다.) [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(-1-x)^2 + (1-5)^2} = 4\sqrt{2}$

$\sqrt{1 + 2x + x^2 + 16} = 4\sqrt{2}$

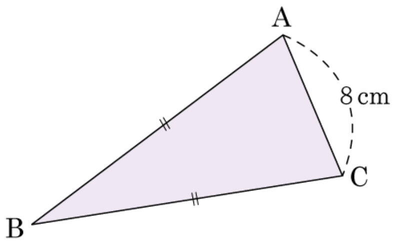
$x^2 + 2x + 17 = 32$

$x^2 + 2x - 15 = 0$

$(x+5)(x-3) = 0$

$\therefore\ x = 3\ (\because\ x > 0)$

14. 다음 그림과 같이 넓이가 $64\,\mathrm{cm}^2$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{AC}} = 8\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이는?



[배점 3, 중하]

① $12\,\mathrm{cm}$ ② $3\sqrt{17}\,\mathrm{cm}$ ③ $16\,\mathrm{cm}$

④ $4\sqrt{17}\,\mathrm{cm}$ ⑤ $12\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ⑥

해설

높이를 h 라고 하면 $\frac{1}{2} \times h \times 8 = 64$
$\therefore\ h = 16\,\mathrm{cm}$
$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{16^2 + 4^2} = 4\sqrt{17}\,\mathrm{cm}$

15. 좌표평면 위의 네 점 A(0, 0) , B(3, 4) , C(7, 4) , D(4, 0) 를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD 는 어떤 사각형인지 구하여라. [배점 3, 중하]

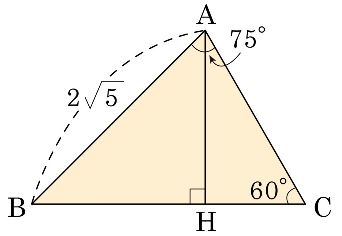
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(3^2 + 4^2)} = 5$, $\overline{\mathrm{BC}} = 4$, $\overline{\mathrm{CD}} = \sqrt{(7-4)^2 + 4^2} = 5$, $\overline{\mathrm{DA}} = 4$
$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{CD}}$, $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{DA}}$ 이므로 직사각형 또는 평행사변형이다.
$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{65}$
$\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $(\sqrt{65})^2 > 5^2 + 4^2$ 이므로, $\angle\mathrm{ABC} \neq 90^\circ$ 이다. 그러므로 □ABCD 는 평행사변형이다.

16. 다음 그림의 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\angle\mathrm{A} = 75^\circ$, $\angle\mathrm{C} = 60^\circ$ 일 때 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

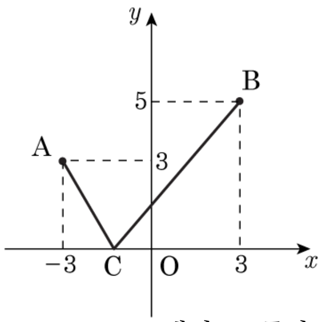
▶ 답 :

▷ 정답 : $6 + 2\sqrt{3}$

해설

$\angle\mathrm{BAH} = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ = \angle\mathrm{HBA}$
$\overline{\mathrm{AH}} = \overline{\mathrm{BH}} = 2\sqrt{3}$, $\overline{\mathrm{HC}} = 2$, $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{BH}} + \overline{\mathrm{HC}} = 2\sqrt{3} + 2$
$\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times (2\sqrt{3} + 2) \times 2\sqrt{3} = 6 + 2\sqrt{3}$

17. 다음 그림과 같이 세 점 A$(-3,3)$, B$(3,5)$, C$(a,0)$ 가 있을 때, $\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BC}}$ 의 최단거리를 구하여라.



[배점 3, 중하]

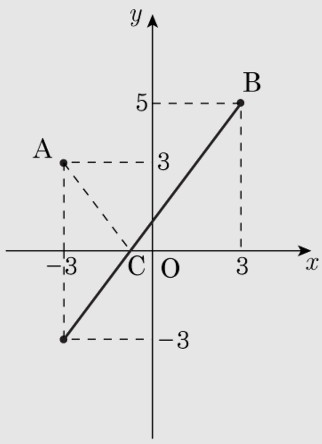
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

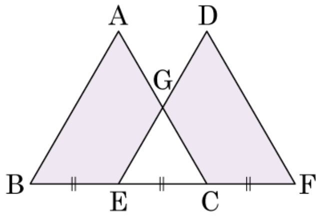
해설

$\overline{\mathrm{AC}}+\overline{\mathrm{BC}}$ 의 최단거리는 $(-3,-3)$ 과 $(3,5)$ 의 거리와 같으므로

$\sqrt{(-3-3)^2+(-3-5)^2}=\sqrt{100}=10$



18. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 두 정삼각형 ABC, DEF 를 $\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{EC}}=\overline{\mathrm{CF}}$ 가 되도록 포개어 놓았을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

① $18\sqrt{2}$ ② $18\sqrt{3}$ ③ $13\sqrt{3}$

④ $36\sqrt{3}$ ⑤ $9\sqrt{3}$

해설

한 변의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 정삼각형이므로 정삼각형 GEC는 한 변이 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형이다.

(색칠한 부분의 넓이)

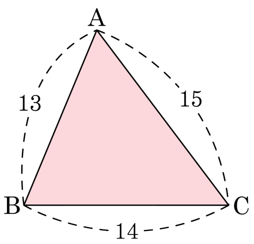
$=\left\{\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(4\sqrt{3}\right)^2-\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(2\sqrt{3}\right)^2\right\}\times 2$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2\times\left\{\left(4\sqrt{3}\right)^2-\left(2\sqrt{3}\right)^2\right\}$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2\times(48-12)$

$=18\sqrt{3}$

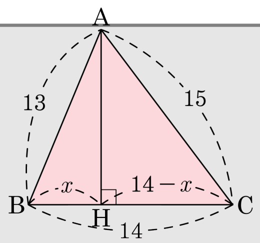
19. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 13$, $\overline{BC} = 14$, $\overline{CA} = 15$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



[배점 4, 중중]

① $\frac{84\sqrt{3}}{3}$ ② 42 ③ 84
④ $84\sqrt{3}$ ⑤ $42\sqrt{3}$

해설



점 A 에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면,

$\overline{AH}^2 = 13^2 - x^2$

$= 15^2 - (14 - x)^2$

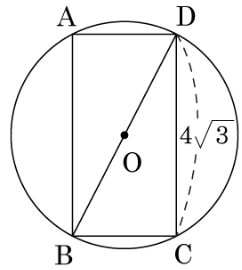
$28x = 140$

$\therefore\ x = 5$

$\therefore\ \overline{AH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 14 \times 12 = 84$ 이다.

20. 넓이가 18π 인 원 O 에 내접하는 직사각형 ABCD 의 세로의 길이가 $4\sqrt{3}$ 이고, $\overline{AD}$ 의 길이가 $a\sqrt{b}$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, b는 최소의 자연수)



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

원의 넓이가 18π 이므로

반지름의 길이는 $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ 이고

지름의 길이= 직사각형의 대각선의 길이= $6\sqrt{2}$ 이다.

따라서 피타고라스 정리에 따라

$\overline{AD}^2 + (4\sqrt{3})^2 = (6\sqrt{2})^2$ 이므로

$\overline{AD}^2 = 24$, $\overline{AD} > 0$ 이므로

$\overline{AD} = 2\sqrt{6}$ 이다.

따라서 $a = 2,\ b = 6$ 이므로 $a + b = 8$ 이다.

21. 세 점 $A(3,\ 2)$, $B(2,\ 5)$, $C(-3,\ 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{AB}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(3-2)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{10}$ 이고, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(2+3)^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$

$\overline{AC}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(3+3)^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$ 이다. 따라서 $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형이다.

넓이는 $\frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times 2\sqrt{10} = 10$ 이다.

22. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x - 6$ 이 x 축과 만나는 좌표 중 오른쪽에 있는 점을 a, y 축과 만나는 점을 b 라고 할 때, 두 점 a, b 사이의 거리는? [배점 4, 중중]

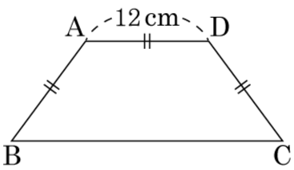
① $\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{5}$

④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

해설

x 축과 만나는 점은 $y = 0$ 일 때이므로 $(1,\ 0)$, $(3,\ 0)$ 이다.
이 중 오른쪽에 있는 점은 $(3,\ 0)$ 이고,
y 축과 만나는 점은 $x = 0$ 일 때이므로 $(0,\ -6)$ 이다.
따라서 두 점 a, b 사이의 거리는
$\sqrt{(3-0)^2 + \{0-(-6)\}^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ 이다.

23. 다음 그림은 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = \overline{AB} = 12\,\text{cm}$ 이고, $2\overline{AD} = \overline{BC}$ 일 때, 등변사다리꼴 ABCD 의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $108\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

점 A, D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 두면 $\overline{BE} = \overline{FC} = 6\,\text{cm}$ 이다.
$\triangle ABE$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{AE} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다. 따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times (12 + 24) \times 6\sqrt{3} = 108\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

24. 세 점 $A(2,\ 5)$, $B(3,\ 2)$, $C(a,\ 0)$ 으로 이루어지는 $\triangle ABC$ 가 직각삼각형이 되기 위한 a 의 값을 구하여라.
(단, 빗변은 $\overline{AC}$ 이다.) [배점 5, 중상]

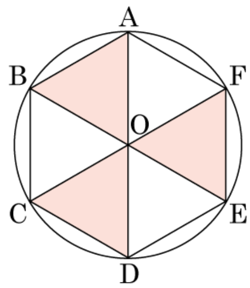
▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$\overline{AB}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(2-3)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{10}$ 이고, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(3-a)^2 + 2^2}$ 이고,
$\overline{AC}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(2-a)^2 + 5^2}$ 이다. $\overline{AC}$ 가 빗변이므로
$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$, $a^2 - 4a + 29 = 10 + a^2 - 6a + 13$, $2a = -6$, $a = -3$ 이다.

25. 다음 그림에서 반지름의 길이가 $6\,\text{cm}$ 인 원 O 의 둘레를 6 등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 한다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면? (색칠한 부분은 $\triangle AOB + \triangle FOE + \triangle COD$ 이다.)



[배점 5, 중상]

① $24\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ② $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ③ $12\,\text{cm}^2$

④ $27\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ⑤ $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle AOB$ 는 길이가 $6\,\text{cm}$ 인 정삼각형이므로
$\triangle AOB = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$9\sqrt{3} \times 3 = 27\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$ 이다.