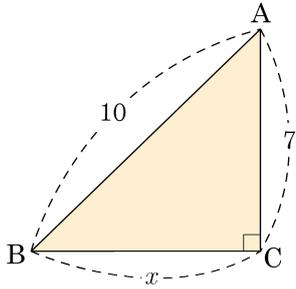


확인학습문제

1. 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 \overline{BC} 의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{51}$ ② $\sqrt{149}$ ③ 8
 ④ 9 ⑤ 51

해설

$$x = \sqrt{10^2 - 7^2} = \sqrt{100 - 49} = \sqrt{51}$$

2. 다음 세 변의 길이의 비가 각각 $2 : 4 : 3\sqrt{3}$ 인 삼각형은 무슨 삼각형인지 말하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

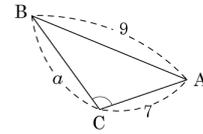
▷ 정답: 둔각삼각형

해설

$3\sqrt{3}$ 이 가장 긴 변이다.

$(3\sqrt{3})^2 = 27$, $4^2 + 2^2 = 20$, $27 > 20$, 둔각삼각형.

3. 그림과 같이 $\overline{AB} = 9\text{cm}$, $\overline{AC} = 7\text{cm}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C$ 가 둔각이 되게 하는 a 의 값의 범위로 알맞은 것을 고르면?



[배점 2, 하중]

- ① $2 < a < 2\sqrt{2}$ ② $2 < a < 3\sqrt{2}$
 ③ $2 < a < 4\sqrt{2}$ ④ $2 < a < 5\sqrt{2}$
 ⑤ $2 < a < 6\sqrt{2}$

해설

$$a^2 + 49 < 81$$

$$a^2 < 32, a < 4\sqrt{2}$$

a 는 두 변의 차보다 커야 되므로 $a > 2$ 이다.

$$2 < a < 4\sqrt{2}$$

4. 세변의 길이가 다음 보기와 같을 때, 직각삼각형은 모두 몇 개인가?

- ㉠ (6, 7, 8) ㉡ (3, 4, 5)
 ㉢ (3, 7, 9) ㉣ (5, 12, 13)
 ㉤ (6, 7, 10) ㉥ $(3, 3\sqrt{2}, 3\sqrt{2})$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 2개

해설

- ㉡ (3, 4, 5), ㉣ (5, 12, 13)

5. 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 삼각형의 종류가 바르게 연결되지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 2cm, 3cm, 4cm – 둔각삼각형
- ② 6cm, 8cm, 10cm – 직각삼각형
- ③ 6cm, 7cm, 9cm – 예각삼각형
- ④ 5cm, 12cm, 13cm – 직각삼각형
- ⑤ 4cm, 5cm, 6cm – 둔각삼각형

해설

가장 긴 변의 길이를 a , 다른 두 변의 길이를 b, c 라 할 때

$a^2 < b^2 + c^2$ 이면 예각삼각형

$a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형

$a^2 > b^2 + c^2$ 이면 둔각삼각형

⑤ $6^2 < 4^2 + 5^2$ 이므로 예각삼각형

6. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{CA} = b$ (단, c 가 가장 긴 변) 이라 하자. $c^2 - a^2 > b^2$ 이 성립한다고 할 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\angle C < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
- ② $\angle C > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
- ③ $\angle C < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
- ④ $\angle C > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
- ⑤ $\angle C = 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

해설

삼각형의 가장 긴 변의 대각의 크기에 따라 둔각삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형인지 결정된다.

변 c 의 대각은 $\angle C$ 이고,

c 가 가장 긴 변이므로

$c^2 > a^2 + b^2$ 이 성립하게 되면

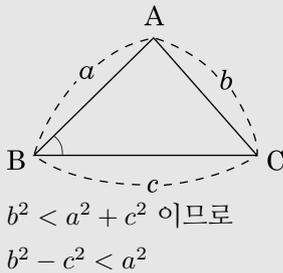
삼각형 ABC 는 둔각삼각형이고

이때, $\angle C > 90^\circ$ 이다.

7. 삼각형 ABC에서 $\angle B < 90^\circ$ 이고 $\overline{BC} = a$, $\overline{AC} = b$, $\overline{AB} = c$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① $b^2 = a^2 + c^2$ ② $c^2 = a^2 + b^2$
 ③ $a^2 = b^2 + c^2$ ④ $b^2 - c^2 < a^2$
 ⑤ $c^2 < a^2 + b^2$

해설



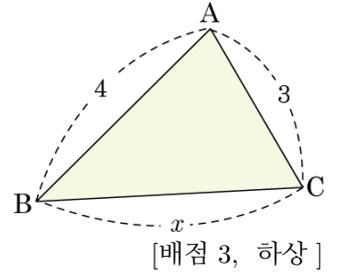
8. 다음 중 세 변의 길이가 각각 x , 5, 10 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 x 의 값으로 알맞지 않은 것을 모두 고르면? (단, $x < 10$) (정답 2 개)
[배점 3, 하상]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

i) 삼각형의 결정조건 : $10 - 5 < x < 10 + 5$
 그런데 $x < 10$ 이므로
 $\therefore 5 < x < 10$
 ii) 둔각삼각형일 조건 : $10^2 > 5^2 + x^2$
 $\therefore x < 5\sqrt{3}$
 i), ii)에 의하여 $5 < x < 5\sqrt{3}$ 이므로 5, 9 는 적당하지 않다.

9. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 가 예각일 때, 자연수 x 는 모두 몇 개인가? (단, x 가 가장 긴 변이다.)



- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

i) 삼각형의 결정조건 : $4 - 3 < x < 4 + 3$
 $\therefore 1 < x < 7$
 ii) 예각일 조건 : $x^2 < 4^2 + 3^2 \therefore x < 5$
 i), ii)에 의하여 $1 < x < 5 \therefore 2, 3, 4$ (3개)

10. 세 변의 길이가 $2\sqrt{14}$ cm, $4\sqrt{6}$ cm, $2\sqrt{38}$ cm 이고, $2\sqrt{7}$ cm, $6\sqrt{2}$ cm, 10 cm 인 두 직각삼각형의 넓이를 각각 구하여라.
[배점 3, 하상]

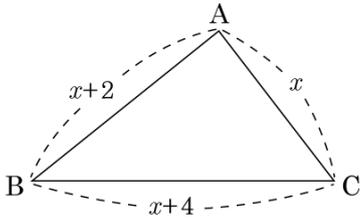
▶ 답:
 ▶ 답:

- ▷ 정답 : $8\sqrt{21}$ cm²
 ▷ 정답 : $6\sqrt{14}$ cm²

해설

$(2\sqrt{38})^2 = (2\sqrt{14})^2 + (4\sqrt{6})^2$ 이므로
 $2\sqrt{14}$ cm, $4\sqrt{6}$ cm, $2\sqrt{38}$ cm 에서 가장 긴 변은 $2\sqrt{38}$ cm 인 직각삼각형이다.
 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{14} \times 4\sqrt{6} = 8\sqrt{21}$ (cm²) 이고,
 $(10)^2 = (2\sqrt{7})^2 + (6\sqrt{2})^2$ 이므로
 $2\sqrt{7}$ cm, $6\sqrt{2}$ cm, 10 cm 에서 가장 긴 변은 10 cm 인 직각삼각형이다.
 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{7} \times 6\sqrt{2} = 6\sqrt{14}$ (cm²) 이다.

11. 다음 그림과 같이 세 변이 각각 $x, x+2, x+4$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되도록 하는 x 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

세 변은 모두 양수이어야 하므로 가장 작은 변인 x 가 양수이어야 한다.

$$x > 0$$

$$(x+4)^2 = (x+2)^2 + x^2$$

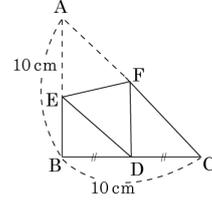
$$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 4x + 4 + x^2$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x = 6 \text{ 또는 } -2$$

$x > 0$ 이므로 $x = 6$ 이 된다.

12. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC} = 10$ 인 직각이등변 삼각형 ABC 를 \overline{EF} 를 기준으로 접어서 점 A 가 \overline{BC} 의 중점에 위치하도록 하였다. 이때, \overline{DE} 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{25}{4}$ cm

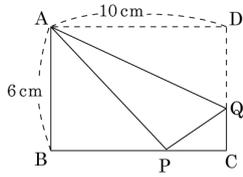
해설

$\overline{DE} = x$ 라 놓으면 $\overline{AE} = \overline{DE} = x$ 가 되고, $\overline{BE} = 10 - x$ 가 된다. $\overline{BD} = 5$ cm ($\because \overline{BC}$ 의 중점)

삼각형 EBD 에서 피타고라스의 정리를 이용하면

$$x^2 = 5^2 + (10 - x)^2, x = \frac{25}{4} \text{ (cm)}$$

13. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 를 선분 AQ 를 접는 선으로 하여 꼭짓점 D 가 변 BC 위의 점 P 에 오도록 접었다. $\triangle ABP$ 와 $\triangle PCQ$ 가 직각삼각형이 되기 위한 \overline{PQ} 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{10}{3}$ cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AP} = 10\text{cm}$ 이므로 삼각형 ABP 는 $10^2 = 6^2 + \overline{BP}^2$ 이 된다. $\overline{BP} = 8(\text{cm})$

그러므로 $\overline{PC} = 2\text{cm}$

$\overline{PQ} = x$ 라 놓으면 $\overline{DQ} = x$ 가 되고, $\overline{CQ} = 6 - x$ 가 된다.

삼각형 QCP 는 $x^2 = 2^2 + (6 - x)^2$

$$x = \frac{10}{3}$$

14. 세 변의 길이가 각각 $x + 1, x - 1, x + 3$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되게 하려고 할 때, 만족하는 x 값의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

세 변의 길이는 모두 양수이어야 하므로 가장 작은 변의 길이가 양수이어야 한다.

$$x - 1 > 0, x > 1$$

$x + 3$ 이 가장 긴 변이므로 $(x + 3)^2 = (x - 1)^2 + (x + 1)^2$, $x = -1$ 또는 7

$x > 1$ 이므로 $x = 7$ 만 직각삼각형이 될 조건에 만족한다.

15. 세 변의 길이가 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형을 모두 골라라.

보기

- | | |
|--------------------|----------------------|
| ㉠ $1, \sqrt{3}, 2$ | ㉡ $5, 12, 13$ |
| ㉢ $4, 5, 6$ | ㉣ $4, 6, 2\sqrt{13}$ |
| ㉤ $2, \sqrt{5}, 3$ | ㉥ $2, 3, 4$ |

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉣

▶ 정답: ㉤

해설

직각삼각형이 되려면 가장 긴 변의 제곱이 나머지 변의 제곱의 합과 같아야 한다.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

㉠ $2^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2$

㉡ $13^2 = 5^2 + 12^2$

㉢ $6^2 < 4^2 + 5^2$

㉣ $(2\sqrt{13})^2 = 4^2 + 6^2$

㉤ $3^2 = 2^2 + (\sqrt{5})^2$

㉥ $4^2 > 3^2 + 2^2$

16. 각 변의 길이가 각각 10cm , 12cm , $x\text{cm}$ 인 삼각형을 예각삼각형으로 만들려고 할 때, x 의 값은 몇 cm 로 해야 하는가? (단, $x > 12$) [배점 3, 중하]

① $12 < x < \sqrt{61}$

② $12 < x < 2\sqrt{59}$

③ $12 < x < \sqrt{59}$

④ $12 < x < 2\sqrt{61}$

⑤ $12 < x < 2\sqrt{62}$

해설

$$x^2 < 10^2 + 12^2$$

$$x^2 < 100 + 144 = 244$$

$$x < 2\sqrt{61}$$

17. 세 변의 길이가 6cm , $a\text{cm}$, $(a + 2)\text{cm}$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 의 값의 범위는? (단, $a > 6$) [배점 3, 중하]

① $a > 8$

② $a > 5$

③ $a > 6$

④ $a > 7$

⑤ $a > 4$

해설

$$(a + 2)^2 > a^2 + 6^2$$

$$a^2 + 4a + 4 > a^2 + 36$$

$$4a > 32 \quad \therefore a > 8$$

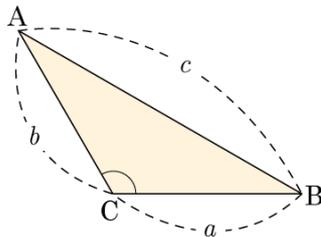
18. $\angle A > 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A, \angle B, \angle C$ 의 대변의 길이를 각각 a, b, c 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 4, 중중]

- ① $c > a - b$ ② $a > c + b$
 ③ $c^2 > b^2 + a^2$ ④ $b^2 < c^2 + a^2$
 ⑤ $a^2 < c^2 + b^2$

해설

- ①, ② 삼각형의 결정조건에 의하여
 $c > a - b, a < c + b$
 ③ $\angle C < 90^\circ$ 이므로 $c^2 < b^2 + a^2$
 ④ $\angle B < 90^\circ$ 이므로 $b^2 < c^2 + a^2$
 ⑤ $\angle A > 90^\circ$ 이므로 $a^2 > c^2 + b^2$

19. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C > 90^\circ$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)



[배점 4, 중중]

- ① $c^2 = a^2 + b^2$ ② $b^2 > a^2 + c^2$
 ③ $a^2 < c^2 - b^2$ ④ $c^2 < a^2 + b^2$
 ⑤ $b^2 < c^2 - a^2$

해설

$c^2 > a^2 + b^2$

20. 세 변의 길이가 각각 [보기]와 같은 삼각형 중에서 둔각삼각형인 것을 모두 고른 것은?

보기

- | | |
|---|---|
| <input type="radio"/> ㉠ 2, 2, 2 | <input type="radio"/> ㉡ 3, 5, 7 |
| <input type="radio"/> ㉢ 3, 3, $3\sqrt{2}$ | <input type="radio"/> ㉣ 2, $\sqrt{10}, 4$ |
| <input type="radio"/> ㉤ 9, 10, 14 | <input type="radio"/> ㉥ 4, 5, 6 |
| <input type="radio"/> ㉦ 5, 12, 14 | <input type="radio"/> ㉧ 7, 8, 10 |

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉢, ㉥ ② ㉡, ㉣, ㉦
 ③ ㉢, ㉣, ㉤, ㉦ ④ ㉣, ㉦
 ⑤ ㉤, ㉧

해설

둔각삼각형은 가장 긴 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합보다 크다. 따라서, ㉢, ㉣, ㉤, ㉦이 둔각삼각형이다.

21. 세 변의 길이가 4cm, 6cm, a cm 인 삼각형이 둔각삼각형일 때, 자연수 a 의 최댓값은? (단, $a > 6$ 이다.)

[배점 4, 중중]

- ① 3 ② 4 ③ 6 ④ 9 ⑤ 10

해설

둔각삼각형이 되려면
 $4^2 + 6^2 < a^2, a^2 > 52$
 $\therefore a > 2\sqrt{13}$
 또한, 변의 성질에 의하여 $a < 10$
 따라서 $2\sqrt{13} < a < 10$
 a 는 자연수이므로 최댓값은 9

22. 세 변의 길이가 각각 9, 12, a 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 자연수 a 는 모두 몇 개인가? (단, $a > 12$)
 [배점 4, 중중]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

i) 삼각형의 결정조건: $12 - 9 < a < 9 + 12$
 그런데 $a > 12$
 $\therefore 12 < a < 21$
 ii) 둔각삼각형일 조건: $a^2 > 12^2 + 9^2$
 $\therefore a > 15$
 i), ii)에 의해서 $15 < a < 21$

23. 다음 중 직각삼각형인 것을 모두 고르면?

- ㉠ 2, 4, $\sqrt{10}$ ㉡ 3, $\sqrt{15}$, $\sqrt{23}$
 ㉢ 5, 12, 13 ㉣ $\sqrt{91}$, $5\sqrt{3}$, 4
 ㉤ $2\sqrt{3}$, $3\sqrt{5}$, $2\sqrt{7}$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉢, ㉣ ③ ㉣, ㉤
 ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

㉠ $4^2 > (\sqrt{10})^2 + 2^2$
 ㉡ $(\sqrt{23})^2 < 3^2 + (\sqrt{15})^2$
 ㉢ $(3\sqrt{5})^2 > (2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{7})^2$

24. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{CA} = b$ (단, c 가 가장 긴 변) 이라 하자. $c^2 - a^2 > b^2$ 이 성립한다고 할 때, 다음 중 옳은 것은?
 [배점 5, 중상]

- ① $\angle c < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
 ② $\angle c > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 둔각삼각형이다.
 ③ $\angle c < 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
 ④ $\angle c > 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 예각삼각형이다.
 ⑤ $\angle c = 90^\circ$ 이고 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다.

해설

삼각형의 가장 긴 변의 대각의 크기에 따라 둔각삼각형, 직각삼각형, 예각삼각형인지 결정된다. 변 c 의 대각은 $\angle C$ 이고, c 가 가장 긴 변이므로 $c^2 > a^2 + b^2$ 성립하게 되면 삼각형 ABC 는 둔각삼각형이고 이때 $\angle C > 90^\circ$ 이다.

25. 세 변의 길이가 $x, 7, 8$ 인 삼각형이 예각삼각형이 되기 위한 x 의 값의 범위를 구하라. (단, $x > 8$)

[배점 5, 중상]

- ① $x > \sqrt{113}$ ② $8 < x < \sqrt{113}$
 ③ $8 < x < 15$ ④ $\sqrt{113} < x < 15$
 ⑤ $x > 15$

해설

삼각형에서 x 가 가장 긴 변이므로 예각삼각형이 되는 조건은 $x^2 < 7^2 + 8^2, x^2 < 113, x < \sqrt{113}$ 이다. 조건에 의해 $x > 8$ 이므로 $8 < x < \sqrt{113}$