

확인학습문제

1. 다음 중 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 꼭짓점의 좌표는 (1, 1) 이다.
 ② 제 2 사분면을 지나지 않는다.
 ③ $y = -3x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것과 같다.
 ④ $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 ⑤ $y = 3x^2 - 6x + 1$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

① 꼭짓점의 좌표는 (1, 2) 이다

2. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 의 그래프의 축의 방정식은? [배점 2, 하중]

- ① $x = 2$ ② $x = -2$ ③ $x = 4$
 ④ $x = -4$ ⑤ $x = 6$

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 12x + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= 3(x - 2)^2 - 11 \end{aligned}$$

따라서 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

3. 다음은 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x - 2$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸는 과정이다. 처음 틀린 곳을 찾아라.

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{4}x^2 - 2x - 2 \\ &= -\frac{1}{4}(x^2 - 8x) - 2 \\ &= -\frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16 - 16 - 2) \\ &= -\frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16) - \frac{18}{4} \\ &= -\frac{1}{4}(x-4)^2 - \frac{18}{4} \end{aligned}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: ㄴ

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{4}(x^2 - 8x) - 2 \\ &= \frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16 - 16) - 2 \\ &\text{이 되어야 하므로 ㄴ 이 답이다.} \end{aligned}$$

4. 이차함수의 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 $y = -3x^2 + 12x + 3$ 의 그래프가 된다. 이 때, a, b 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $a = 2$

▶ 정답: $b = 15$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 12x + 3 \text{ 의 그래프를 } y = a(x-p)^2 + q \\ &\text{의 꼴로 나타내면 } y = -3(x-2)^2 + 15 \text{ 이므로} \\ y &= -3x^2 \text{ 의 그래프를 } x \text{ 축으로 2, } y \text{ 축으로 15} \\ &\text{만큼 평행이동한 것이다. 따라서 } a = 2, b = 15 \\ &\text{이다.} \end{aligned}$$

5. 포물선 $y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 좌표를 $(a, 0)$, $(b, 0)$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?
[배점 3, 하상]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$y = -x^2 + 8x - 7$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는 $-x^2 + 8x - 7 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$(x - 7)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 7 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a + b = 8$$

6. 이차함수 $y = (x + 3)^2 - 9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?
[배점 3, 하상]

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(-3, -9)$ 이다.
② 대칭축은 $x = -3$ 이다.
③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.
④ x 축과 두 점에서 만난다.
⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

7. $y = -2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?
[배점 3, 하상]

① $y = -2x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.

② 제3 사분면을 지나지 않는다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -3)$ 이다.

④ y 축과의 교점은 $(0, -5)$ 이다.

⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

$$y = -2x^2 + 4x - 5$$

$$= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5$$

$$= -2(x - 1)^2 - 3$$

② 위로 볼록한 모양의 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$, y 절편이 $(0, -5)$ 이므로 제 3 사분면을 지난다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$ 이다

8. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표는?
[배점 3, 하상]

- ① $(-1, 4)$ ② $(-1, -4)$ ③ $(1, -4)$
④ $(4, -1)$ ⑤ $(1, 4)$

해설

$$y = -3x^2 + 6x + 1$$

$$= -3(x^2 - 2x + 1 - 1) + 1$$

$$= -3(x - 1)^2 + 4$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 4)$ 이다.

9. $y = 2x^2 + 4x + k + 8$ 이 x 축과 한 점에서 만날 때의 x 좌표와 k 의 값의 합을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① -11 ② -7 ③ -3
④ 1 ⑤ 5

해설

$y = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + k + 8$
 $y = 2(x + 1)^2 + k + 6$ 의 꼭짓점이 $(-1, k + 6)$
 이므로 $k + 6 = 0$
 $\therefore k = -6$
 x 축과 한 점에서 만날 때의 x 좌표는 꼭짓점의 x 좌표이므로 -1
 따라서 x 좌표와 k 의 값의 합은 $(-1) + (-6) = -7$

10. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 5$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표와 y 축과 교점의 y 좌표를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① x 의 좌표: 2, 0, y 의 좌표: 0
 ② x 의 좌표: -5, -1, y 의 좌표: -5
 ③ x 의 좌표: 1, -3, y 의 좌표: $\frac{3}{2}$
 ④ x 의 좌표: 1, 5, y 의 좌표: 5
 ⑤ x 의 좌표: 0, 2, y 의 좌표: 0

해설

$y = 0$ 을 대입하면 $x^2 - 6x + 5 = 0$
 $(x - 1)(x - 5) = 0 \therefore x = 1$ 또는 $x = 5$
 $x = 0$ 을 대입하면 $y = 5$

11. 다음 중 서로 관련 있는 것끼리 짝지어라.

축의 방정식	ㄱ. $x=2$	ㄴ. $x=-2$
일차함수의 식	ㄷ. $y=-x^2-4x+3$	ㄹ. $y=-x^2+4x+3$
그래프의 모양	ㅁ.	ㅂ.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: ㄴ, ㄷ, ㅂ

ㄱ, ㄹ, ㅁ

해설

일차함수의 식 $y = -x^2 - 4x + 3$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -(x + 2)^2 + 7$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 7)$, 축의 방정식은 $x = -2$ 이므로 그래프는 ㅂ이다. 따라서 ㄴ, ㄷ, ㅂ이 서로 관련 있고, 일차함수의 식 $y = -x^2 + 4x + 3$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -(x - 2)^2 + 7$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, 7)$, 축의 방정식은 $x = 2$ 이므로 그래프는 ㅁ이다. 따라서 ㄱ, ㄹ, ㅁ이 서로 관련 있다.

12. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고, y 절편이 c 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

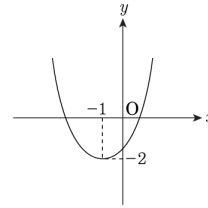
▶ 정답 : -1

해설

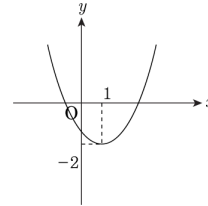
$$\begin{aligned} y &= 2x^2 + 4x + 1 \\ &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= 2(x + 1)^2 - 1 \\ \text{꼭짓점의 좌표는 } (-1, -1) \text{ 이므로 } a &= b = -1 \\ y &= 2 \times 0^2 + 4 \times 0 + 1 \\ y &= 1 \\ c &= 1 \\ \therefore a + b + c &= -1 \end{aligned}$$

13. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 1$ 의 그래프라 할 수 있는 것은? [배점 3, 중하]

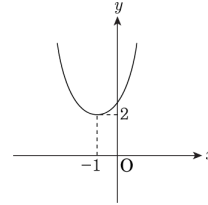
①



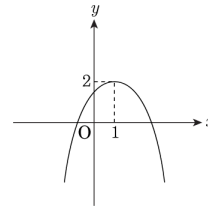
②



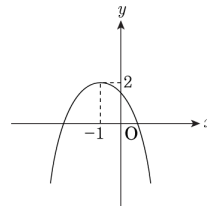
③



④



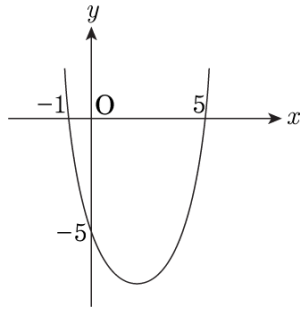
⑤



해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 - 2x + 1 \\ &= -(x^2 + 2x + 1 - 1) + 1 \\ &= -(x + 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

14. 다음 그림과 같은 포물선의 식으로 옳은 것은?
[배점 3, 중하]



- ① $y = -x^2 - 5$
 ② $y = x^2 + 4x - 5$
 ③ $y = x^2 - 4x - 5$
 ④ $y = -x^2 + 5x$
 ⑤ $y = x^2 - 5$

해설

x 축과 교점의 좌표가 $(-1, 0)$, $(5, 0)$ 이므로
 $y = a(x+1)(x-5)$
 점 $(0, -5)$ 를 지나므로
 $-5 = a(0+1)(0-5) \quad \therefore a = 1$
 $\therefore y = (x+1)(x-5)$
 $= x^2 - 4x - 5$

15. 이차함수 $y = -x^2 + 4x + k - 3$ 의 최댓값이 5 일 때,
 k 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 4

해설

$y = -x^2 + 4x + k - 3$
 $= -(x-2)^2 + 4 + k - 3$
 $= -(x-2)^2 + 1 + k$
 $x = 2$ 일 때, 최댓값 $1 + k$ 를 가지므로 $1 + k = 5$
 $\therefore k = 4$

16. 이차함수 $y = a(x+b)^2 + 4$ 에서 x 축의 방향으로 3, y 축의 방향으로 2 만큼 움직였을 때 최솟값을 구하여라.
(단, $a > 0$) [배점 3, 중하]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : 6

해설

$y = a(x+b)^2 + 4$ 에서 $a > 0$ 이므로 꼭짓점에서 최솟값을 갖는다.
 x 축의 방향의 이동에 상관없이 y 축의 방향의 이동만 고려하면 되므로
 $4 + 2 = 6$

17. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하였을 때, 이 함수의 최솟값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :
 ▷ 정답 : -3

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면
 $y = 3(x-1)^2 - 3$
 따라서 $x = 1$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖는다.

18. 이차함수 $y = (x-1)^2 - 2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선 식은? [배점 4, 중중]

- ① $y = (x-1)^2 + 2$ ② $y = (x+1)^2 + 2$
 ③ $y = (x-1)^2 - 2$ ④ $y = -(x+1)^2 + 2$
 ⑤ $y = -(x-1)^2 + 2$

해설

x 축 대칭이므로 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
 $-y = (x-1)^2 - 2$, $y = -(x-1)^2 + 2$ 이다.

19. $y = -x^2 + 2x + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는? [배점 4, 중중]

- ① $x > 1$ ② $x < 1$ ③ $x > 0$
 ④ $x > -1$ ⑤ $x < -1$

해설

$y = -x^2 + 2x + 3$
 $= -(x-1)^2 + 4$
 위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = 1$ 이므로
 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는
 $\{x \mid x > 1\}$ 이다.

20. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 10$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동시켰더니 $y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 2$ 와 포개어졌다. pq 의 값은? [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 60

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}(x-1-p)^2 + 10 + q \\ &= -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 2 \\ -1-p &= 4, p = -5 \\ 10+q &= -2, q = -12 \\ \therefore pq &= 60 \end{aligned}$$

21. 다음 이차함수의 그래프 중 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$
 ② $y = 2(x-3)^2 + 4$
 ③ $y = 3x^2$
 ④ $y = -3x^2 + 3$
 ⑤ $y = -2x^2 - 3x - 1$

해설

위로 볼록하면 x^2 의 계수는 음수이고 폭이 좁으면 x^2 의 계수의 절댓값이 크다.

22. 이차함수 $y = -x^2 + 6x - 8$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① 직선 $x = -3$ 을 축으로 한다.
- ② 치역은 $\{y \mid y \geq 1\}$ 이다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(-3, 1)$ 이다.
- ④ $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

해설

$$y = -(x - 3)^2 + 1$$

- ① 축의 방정식 $x = 3$
- ② 치역 $\{y \mid y \leq 1\}$
- ③ 꼭짓점 $(3, 1)$
- ⑤ x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동

23. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

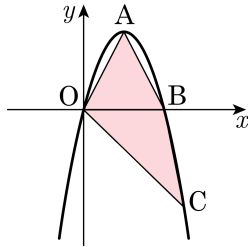
- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 1)$ 이다.
- ② 치역은 $\{y \mid y \leq 1\}$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 이다.
- ④ x 가 증가할 때 y 가 감소하는 x 의 범위는 $x < 1$ 이다.
- ⑤ 함수의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$$

- ① 꼭짓점은 $(1, 1)$ 이다.
- ② 아래로 볼록이고 꼭짓점의 y 좌표가 1 이므로 $\{y \mid y \geq 1\}$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 이다.
- ④ 아래로 볼록이고 축의 식이 $x = 1$ 이므로 $x < 1$ 일 때, x 가 증가할 때 y 는 감소한다.
- ⑤ 아래로 볼록, 꼭짓점이 $(1, 1)$, y 절편이 3 인 그래프를 그리면 제1, 2 사분면을 지난다.

24. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5$ 가 되는 점 C의 좌표는?
(단, 점 A는 꼭짓점, 점 B는 포물선과 x 축과의 교점, 점 C는 포물선 위에 있는 4사분면의 점이다.)



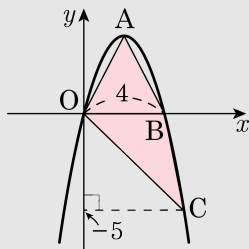
[배점 5, 중상]

- ① (5, -5) ② (4, -3) ③ (6, -2)
④ (2, -8) ⑤ (3, -4)

해설

$y = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4$ 이므로 꼭짓점 A(2, 4)

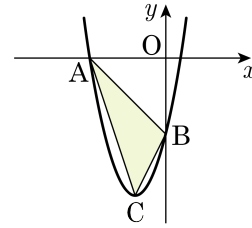
또한 $y = 0$ 일 때, $0 = -x^2 + 4x \Leftrightarrow x(x-4) = 0$ 따라서 점 B(4, 0) 이다. $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$
 $\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5$ 이므로 $\triangle OBC$ 의 넓이는 10 이다.



$\triangle OBC$ 의 밑변을 $\overline{OB} = 4$ 라고 하면 높이는 5가 된다. 즉 점 C의 y 좌표가 -5 이다.

점 C의 x 좌표를 c 라고 하면 $-c^2 + 4c = -5$
 $c^2 - 4c - 5 = 0 \Leftrightarrow (c-5)(c+1) = 0, c > 0$ 이므로
 $c = 5$
 $\therefore C(5, -5)$

25. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, y 축과 만나는 점을 B, 꼭짓점을 C라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



[배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

해설

점 A는 x 축과 만나는 점이므로 $y = 0$ 일 때 x 값을 구한다.

$$0 = (x+1)^2 - 4 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 4$$

$$x+1 = \pm 2, x = 1, -3$$

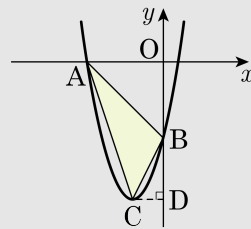
A의 x 좌표는 음수이다.

$$\therefore A(-3, 0)$$

점 B는 y 절편, 즉 $x = 0$ 일 때 y 값을 구한다.

점 C는 꼭짓점의 좌표이므로 $y = (x+1)^2 - 4$ 에서 $C(-1, -4)$ 이다.

$$\therefore B(0, -3)$$



$\triangle ABC$ 의 넓이는 사다리꼴 OACD에서 $\triangle OAB$ 와 $\triangle BCD$ 의 넓이를 뺀 것과 같다.

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \frac{1}{2} \left\{ (3+1) \times 4 - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 - \frac{1}{2} \times 1 \times 1 \right\} \\ \therefore \triangle ABC &= 3 \end{aligned}$$