

단원테스트 1차

1. 8명의 친구가 서로 2명씩 짝을 지어 게임을 한다면 방법은 모두 몇 가지가 있는지 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 105 가지

해설

$$\frac{8 \times 7}{2 \times 1} \times \frac{6 \times 5}{2 \times 1} \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{2 \times 1}{2 \times 1} \times \frac{1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 105 \text{ (가지)}$$

2. 효선이가 자격증 시험 A, B 를 보았다. A 시험에 합격할 확률이 $\frac{3}{5}$, B 시험에 합격할 확률이 $\frac{5}{6}$ 이다. 효선이가 적어도 하나의 자격증은 딸 확률을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{14}{15}$

해설

적어도 하나의 자격증을 딸 확률은 두 자격증을 다 못 딸 확률을 전체 확률에서 뺀다.

$$\text{두 자격증 다 못 딸 확률: } \frac{2}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{15}$$

$$\therefore 1 - \frac{1}{15} = \frac{14}{15}$$

3. 양궁 선수 A 가 목표물을 명중시킬 확률은 $\frac{2}{5}$ 이고, A, B 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다.

B, C 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률이 $\frac{5}{7}$ 일 때, A, C 가 함께 목표물을 향하여 화살을 쏘다면 적어도 한 명이 명중시킬 확률은? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{10}{35}$ ② $\frac{14}{35}$ ③ $\frac{18}{35}$ ④ $\frac{22}{35}$ ⑤ $\frac{26}{35}$

해설

B, C 의 명중률을 각각 b, c 라 하면

$$1 - \frac{3}{5} \times (1 - b) = \frac{3}{5}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{3}{5} \times (1 - b), 1 - b = \frac{2}{3}, \therefore b = \frac{1}{3}$$

$$1 - \frac{2}{3} \times (1 - c) = \frac{5}{7}$$

$$\frac{2}{7} = \frac{2}{3} \times (1 - c), 1 - c = \frac{3}{7}, \therefore c = \frac{4}{7}$$

$\therefore$ A, C 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률은 $1 - \frac{3}{5} \times \frac{3}{7} = 1 - \frac{9}{35} = \frac{26}{35}$ 이다.

4. 장마 기간 동안 비 온 다음날 비가 올 확률은 75%, 비가 오지 않은 다음날 비가 올 확률은 40% 라고 한다. 장마 기간에 첫째 날에 비가 왔을 때, 셋째 날에도 비가 올 확률을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{53}{80}$

해설

(i) 둘째 날 비가 오고 셋째 날에도 비가 올 확률
 $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$

(ii) 둘째 날 비가 오지 않고 셋째 날에는 비가 올 확률
 $\frac{1}{4} \times \frac{4}{10} = \frac{1}{10}$

(i), (ii) 에서 구하는 확률은 $\frac{9}{16} + \frac{1}{10} = \frac{53}{80}$ 이다.

5. A, B 두 사람이 5전 3승제로 탁구 시합을 하고 있는데 현재 A가 2승 1패로 앞서가고 있다. 앞으로 A는 1승을, B는 2승을 더 해야만 승리를 할 수 있다고 한다. 두 사람이 한 게임에서 이길 확률이 서로 같을 때, A가 이길 확률은 B가 이길 확률의 몇 배인가? (단, 비기는 게임은 없다) [배점 5, 중상]

- ① 2 배 ② 3 배 ③ 5 배
④ 7 배 ⑤ 9 배

해설

A가 4번째 게임이나 5번째 게임에서 이기면 탁구 시합에서 승리하게 되므로, 구하는 확률은 (4번째 게임에서 이길 확률) + (5번째 게임에서 이길 확률)이다.

4회 때 이길 확률은 $\frac{1}{2}$

5회 때 이길 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

따라서, A가 이길 확률은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ 이고, B가 이길 확률은 $1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$ 이므로 3 배이다.

6. 주사위 한 개를 던질 때 다음 사건 중 일어나는 경우의 수가 나머지 넷과 다른 하나는? [배점 5, 중상]

- ① 홀수의 눈이 나온다.
② 4의 약수의 눈이 나온다.
③ 소수의 눈이 나온다.
④ 6의 약수의 눈이 나온다.
⑤ 2보다 크고 6보다 작은 눈이 나온다.

해설

- ① (1, 3, 5) ∴ 3 가지
② (1, 2, 4) ∴ 3 가지
③ (2, 3, 5) ∴ 3 가지
④ (1, 2, 3, 6) ∴ 4 가지
⑤ (3, 4, 5) ∴ 3 가지

7. 서로 다른 두 **개**의 주사위를 동시에 던질 때, 경우의 수가 가장 적은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 두 눈의 합이 11인 경우의 수
- ② 두 눈의 차가 3인 경우의 수
- ③ 두 눈의 합이 12보다 큰 경우의 수
- ④ 두 눈의 곱이 6인 경우의 수
- ⑤ 두 눈의 서로 같은 경우의 수

해설

- ① (5, 6), (6, 5) ∴ 2 **가지**
- ② (1, 4), (2, 5), (3, 6), (6, 3), (5, 2), (4, 1)
∴ 6 **가지**
- ③ 0 **가지**
- ④ (1, 6), (2, 3), (3, 2), (6, 1) ∴ 4 **가지**
- ⑤ (1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)
∴ 6 **가지**

8. 두 **개**의 주머니 A, B가 있다. A에는 6 **개**의 제비가 들어 있고 이 중 4 **개**가 당첨 제비이다. B에는 5 **개**의 제비가 들어 있다. A에서 두 번 연속하여 제비를 꺼낼 때 (첫 번째 뽑은 제비를 넣지 않음), 두 **개** 모두 당첨 제비일 확률과 B에서 임의로 한 **개**를 꺼낼 때, 당첨 제비가 나올 확률은 같다고 한다. B에서 제비를 한 **개** 꺼내 확인한 후 B주머니에 넣은 다음 다시 제비 한 **개**를 꺼낼 때, 두 번 모두 당첨 제비가 나올 확률을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{2}{27}$ ④ $\frac{2}{25}$ ⑤ $\frac{4}{25}$

해설

A에서 두 번 연속 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{4}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ 이므로 B의 당첨 제비의 수는 2 **개**이다.

따라서 B에서 2 **회** 연속 당첨 제비 꺼낼 확률은 $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$

9. A, B, C, D, E, F, G의 7 **명**을 일렬로 세우는데 C가 맨 앞에 오고 B가 D보다 앞에 오는 경우의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ **답:**

▷ **정답:** 360 **가지**

해설

C를 맨 앞에 세우고 난 후, 나머지 6 **명**을 일렬로 세우는 경우의 수는 720 **가지**이다.

이 가운데 B가 D보다 앞에 오는 경우는 D가 B보다 앞에 오는 경우는 $\frac{1}{2}$ 이다.

따라서 360 **가지**이다.

10. A, B, C 세 사람이 가위바위보를 할 때, A가 이길 확률은? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

해설

모든 경우의 수는 $3 \times 3 \times 3 = 27$ (가지)이고, A만 이길 경우는 (A, B, C)의 순서로 (가위, 보, 보), (바위, 가위, 가위), (보, 바위, 바위)의 3가지이다.

이때, A, B가 이길 경우는 (A, B, C)의 순서로 (가위, 가위, 보), (바위, 바위, 가위), (보, 보, 바위)의 3가지이다.

이때, A, C가 이길 경우는 (A, B, C)의 순서로 (가위, 보, 가위), (바위, 가위, 바위), (보, 바위, 보)의 3가지이다.

따라서 A가 이길 경우는 $3 + 3 + 3 = 9$ (가지)
따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$

11. 주머니 속에 흰 구슬과 검은 구슬을 합하여 7개가 들어 있다. 이 중에서 한 개를 꺼내어 보고 다시 넣은 후 또 한 개를 꺼낼 때, 두 개 모두 흰 구슬이 나올 확률이 $\frac{9}{49}$ 이다. 흰 구슬의 개수는? [배점 5, 중상]

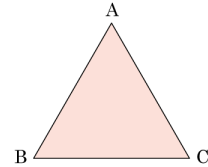
- ① 3개 ② 4개 ③ 5개
④ 6개 ⑤ 12개

해설

흰 구슬의 개수는 n 개, 검은 구슬의 개수는 $7 - n$ 으로 할 때,

두 번 모두 흰 구슬이 나올 확률은 $\frac{n}{7} \times \frac{n}{7} = \frac{n^2}{49}$, $n^2 = 9, n = 3$
따라서 흰 구슬의 개수는 3개이다.

12. 다음 그림과 같이 정삼각형 ABC가 있다. 인해와 헤지가 한 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수만큼 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 B에서 출발하여 삼각형 변을 따라 시계방향으로 점을 이동시키고 있다. 인해와 헤지가 차례로 한번씩 주사위를 던질 때, 인해는 점 C에 헤지는 점 A에 점을 놓게 될 확률을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{9}$

해설

점 B에서 출발하여 A에 놓일 경우는

$\begin{cases} B \rightarrow A \\ B \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \end{cases} \therefore 1 \text{ 또는 } 4$

점 B에서 출발하여 C에 놓일 경우는

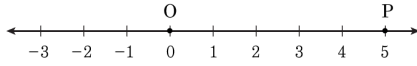
$\begin{cases} B \rightarrow A \rightarrow C \\ B \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow C \end{cases} \therefore 2 \text{ 또는 } 5$

따라서 인해가 점 C에 갈 확률은 $\frac{1}{3}$, 헤지가 점 A

에 갈 확률은 $\frac{1}{3}$ 이다.

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

13. 다음 그림과 같이 한 개의 동전을 던져서 앞면이 나오면 수직선을 따라 양의 방향으로 3 만큼, 뒷면이 나오면 음의 방향으로 1 만큼 이동한다. 동전을 3 번 던져서 이동하였을 때, P 지점에 있게 될 확률은? (단, 출발점은 O 이다.)



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

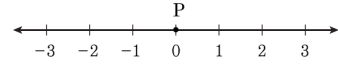
해설

동전을 3 번 던져 나오는 전체 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (가지)이다.

동전을 3 번 던져서 이동하였을 때, P 지점에 있게 되려면 (앞, 뒤) = (2, 1) 인 경우뿐이다.

따라서 앞면이 두 번, 뒷면이 한 번 나오는 경우는 (앞, 앞, 뒤), (앞, 뒤, 앞), (뒤, 앞, 앞) 인 3 가지이다. 따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{8}$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 수직선의 원점 위에 점 P 가 있다. 동전 한 개를 던져서 앞면이 나오면 오른쪽으로 1 만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 1 만큼 점 P 를 움직인다고 한다. 동전을 네 번 던져서 점 P 가 2 에 올 확률은?



[배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

해설

동전을 네 번 던졌을 때 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$ (가지)이다.

P 가 2 에 오는 경우는 앞이 3 번, 뒤가 1 번인 경우이다.

(앞, 앞, 앞, 뒤), (앞, 앞, 뒤, 앞), (앞, 뒤, 앞, 앞), (뒤, 앞, 앞, 앞) 의 4 가지이므로 구하는 확률은 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ 이다.

15. a, b, c, d 의 문자를 사전식으로 배열할 때, cadb 는 몇 번째인가? [배점 5, 중상]

- ① 14 번째 ② 15 번째 ③ 16 번째
④ 17 번째 ⑤ 18 번째

해설

a 또는 b 가 맨 앞에 오면 어떤 다른 문자가 와도 cadb 보다 사전식 배열은 앞선다.

a × × × 인 경우는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지), b × × × 인 경우는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)

또한, c 가 앞에 오는 경우는 사전식으로 배열하면 cabd, cadb, ...

따라서 cadb 는 사전식으로 배열할 때, 6 + 6 + 2 = 14 (번째)에 온다.

16. A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져 나오는 눈이 각각 a, b 라 할 때, 직선 $ax + by = 15$ 가 점(1, 2) 를 지날 확률은? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

두 개의 주사위를 동시에 던질 때 나오는 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ (가지)이다.

$ax + by = 15$ 에 점 (1, 2) 를 대입하면 $a + 2b = 15$ 가 된다. 이를 만족하는 순서쌍은 (3, 6), (5, 5) 이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

17. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음에 나온 눈의 수를 a , 나중에 나온 눈의 수를 b 라고 할 때, 직선 $ax + by - 5 = 0$ 이 P(2, 1) 을 지나지 않을 확률을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ **답:**

▶ **정답:** $\frac{17}{18}$

해설

두 개의 주사위를 동시에 던질 때 나오는 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ (가지)이다.

$ax + by - 5 = 0$ 에 (2, 1) 을 대입하면 $2a + b = 5$ 가 된다. 이를 만족하는 (a, b) 는 (1, 3), (2, 1) 이므로 직선 $ax + by - 5 = 0$ 이 P(2, 1) 을 지나지 않을 확률은 $1 - \frac{2}{36} = \frac{17}{18}$ 이다.

18. 어느 회사에서 한 품목에 대하여 A, B, C 세 종류의 제품을 만들어 소비자 선호도를 조사하였더니 아래의 표와 같았다. 이 회사에서 생산하는 물품을 구입하려는 사람이 A 제품 또는 B 제품을 선택할 확률은?

제품	A	B	C	기타
선호도(%)	40	25	28	7

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{13}{20}$
④ $\frac{3}{20}$ ⑤ $\frac{7}{100}$

해설

A 제품의 선호도는 40% 이므로 A 제품을 선택할 확률은 $\frac{40}{100}$ 이고, B 제품의 선호도는 25% 이므로

B 제품을 선택할 확률은 $\frac{25}{100}$ 이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{40}{100} + \frac{25}{100} = \frac{65}{100} = \frac{13}{20}$ 이다.

19. 집합 $A = \{1, 2, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$ 의 부분집합 중 한 개의 집합을 선택할 때, 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 원소의 개수가 0 개인 부분집합은 1 개이므로 확률은 $\frac{1}{32}$ 이다.
 ㉡ 원소의 개수가 1 개인 부분집합은 4 개이므로 확률은 $\frac{1}{16}$ 이다.
 ㉢ 원소의 개수가 2 개인 부분집합은 10 개이므로 확률은 $\frac{5}{16}$ 이다.

[배점 5, 중상]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

주어진 집합의 원소의 개수가 5 개 이므로 모든 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개)

- ㉠ 원소의 개수가 0 개인 부분집합은 1 개이므로 확률은 $\frac{1}{32}$ 이다.
 ㉡ 원소의 개수가 1 개인 부분집합은 5 개이므로 확률은 $\frac{5}{32}$ 이다.
 ㉢ 원소의 개수가 2 개인 부분집합은 원소 5 개 중에서 2 개를 뽑는 경우의 수와 같으므로 $\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$, 따라서 확률은 $\frac{10}{32} = \frac{5}{16}$ 이다.

20. 주머니 속에 흰 구슬과 보라색 구슬을 합하여 10 개가 있다. 이 중에서 하나를 꺼냈다가 다시 넣은 후 또 하나를 꺼냈을 때, 두 번 중 적어도 한 번은 흰 구슬이 나올 확률은 $\frac{51}{100}$ 이다. 이 때, 보라색 구슬의 수는?

[배점 5, 중상]

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개
 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

두 번 중 적어도 한 번은 흰 구슬이 나오는 사건의 확률이 $\frac{51}{100}$ 이므로 보라색 구슬이 m 개 들어 있다고 할 때, 모두 보라색 구슬이 나올 확률은 $\frac{m}{10} \times \frac{m}{10} = 1 - \frac{51}{100} = \frac{49}{100}$
 $\therefore m = 7$

그러므로 보라색 구슬은 7 개이다.

21. 남학생 4 명, 여학생 3 명 중에서 2 명의 대표를 뽑을 때, 적어도 남학생이 한 명 이상 뽑힐 확률은?

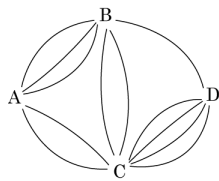
[배점 5, 중상]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{5}{7}$ ③ $\frac{6}{7}$ ④ $\frac{2}{21}$ ⑤ $\frac{5}{21}$

해설

7 명 중에서 대표 2 명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{7 \times 6}{2} = 21$ (가지), 모두 여학생만 뽑히는 경우의 수는 여학생 3 명 중에서 2 명을 뽑는 경우이므로 $\frac{3 \times 2}{2} = 3$ (가지) 이다. 그러므로 구하는 확률은 $1 - (\text{모두 여학생이 뽑히는 확률}) = 1 - \frac{3}{21} = \frac{6}{7}$ 이다.

22. A, B, C, D 네 지점 사이에 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 같은 지점을 한번 밖에 지나 갈 수 없다고 할 때, A에서 D로 가는 길의 수를 구하면 ?



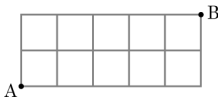
[배점 5, 중상]

- ① 11가지 ② 24가지 ③ 28가지
- ④ 32가지 ⑤ 39가지

해설

$A \rightarrow B \rightarrow D : 3 \times 1 = 3(\text{가지})$
 $A \rightarrow C \rightarrow D : 2 \times 4 = 8(\text{가지})$
 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D : 3 \times 2 \times 4 = 24(\text{가지})$
 $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D : 2 \times 2 \times 1 = 4(\text{가지})$
 따라서 A에서 D로 가는 경우의 수는
 $3 + 8 + 24 + 4 = 39(\text{가지})$ 이다.

23. 다음 그림과 같은 길이 있다. A에서 B까지 가는 최단거리의 수를 구하여라.

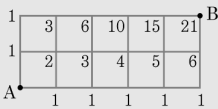


[배점 5, 중상]

▶ 답 :

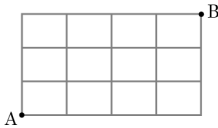
▷ 정답 : 21 가지

해설



이므로 최단거리는 합의 법칙을 이용한다. 따라서 21가지이다.

24. 다음 그림과 같은 길이 있다. A에서 B까지 가는 최단거리의 수는?



[배점 5, 중상]

- ① 15가지 ② 20가지 ③ 35가지
- ④ 40가지 ⑤ 45가지

해설



이므로 합의 법칙을 이용하여 구하면 35이다.

25. 다음 사건 중 그 확률이 1인 것을 모두 고르면?
[배점 5, 중상]

- ① 동전 1개를 던질 때, 앞면이 나올 확률
- ② 동전 1개를 던질 때, 앞면과 뒷면이 동시에 나올 확률
- ③ 주사위 1개를 던질 때, 눈의 수가 6이하인 수가 나올 확률
- ④ 주사위 1개를 던질 때, 눈의 수가 7이상인 수가 나올 확률
- ⑤ 노란 구슬이 5개 들어있는 주머니에서 구슬 1개를 꺼낼 때, 노란 구슬이 나올 확률

해설

- ① $\frac{\text{앞면이 나올 확률}}{\text{모든 경우의 수}} = \frac{1}{2}$
- ② 절대 일어날 수 없는 사건의 확률이므로, 0
- ③ 반드시 일어나는 사건의 확률이므로, $\frac{6}{6} = 1$
- ④ 절대 일어날 수 없는 사건의 확률이므로, 0
- ⑤ 반드시 일어나는 사건의 확률이므로, $\frac{5}{5} = 1$

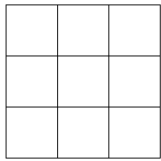
26. 다음 중 확률이 1이 아닌 것을 모두 고르면?
[배점 5, 중상]

- ① 한 개의 주사위를 던질 때, 6 이하의 눈이 나올 확률
- ② 동전을 한 개 던질 때, 앞면이 나올 확률
- ③ 한 개의 주사위를 던질 때, 7의 눈이 나올 확률
- ④ 1에서 4까지의 숫자가 적힌 4장의 카드에서 2장을 뽑아 두 자리 정수를 만들 때, 43이하가 될 확률
- ⑤ 검은 공 5개가 들어있는 주머니에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 검은 공이 나올 확률

해설

- ① 반드시 일어나는 사건의 확률이므로, $\frac{6}{6} = 1$
- ② $\frac{\text{앞면이 나올 확률}}{\text{모든 경우의 수}} = \frac{1}{2}$
- ③ 절대 일어날 수 없는 사건의 확률이므로, $\frac{0}{6} = 0$
- ④ 반드시 일어나는 사건의 확률이므로, $\frac{12}{12} = 1$
- ⑤ 반드시 일어나는 사건의 확률이므로, $\frac{5}{5} = 1$

27. 다음 그림은 정사각형의 각 변을 3등분하여 얻은 도형이다. 이 도형의 선분으로 이루어질 수 있는 직사각형의 수는?



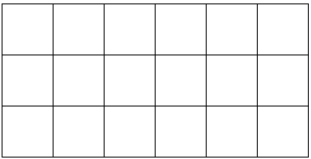
[배점 5, 중상]

- ① 12개 ② 24개 ③ 36개
- ④ 48개 ⑤ 60개

해설

가로 4개의 선에서 2개의 선을 택하고 세로 4개의 선에서 2개의 선을 택하면 하나의 직사각형이 만들어진다. 그러므로 가로 2 개의 선과 세로 2 개의 선을 선택하는 경우를 생각한다. 구하는 사각형의 개수는 $\frac{4 \times 3}{2} \times \frac{4 \times 3}{2} = 6 \times 6 = 36(\text{개})$ 이다.

28. 다음 그림에서 직사각형은 모두 몇 개를 만들 수 있는가?



[배점 5, 중상]

- ① 18개 ② 48개 ③ 60개
- ④ 126개 ⑤ 240개

해설

가로 4개의 선에서 2개의 선을 택하고 세로 7개의 선에서 2개의 선을 택하면 하나의 직사각형이 만들어진다. 그러므로 가로 2 개의 선과 세로 2 개의 선을 선택하는 경우를 생각한다. 구하는 경우의 수는 $\frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = 126(\text{개})$ 이다.

29. 주머니 속에 1에서 30까지의 숫자가 각각 적힌 공 30개가 들어있다. 주머니 속에서 공 한 개를 꺼낼 때, 2의 배수 또는 4의 배수 또는 5의 배수인 공이 나올 경우의 수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18 가지

해설

1에서 30까지의 수 중에서 2의 배수가 나오는 경우를 집합 A, 4의 배수가 나오는 경우를 집합 B, 5의 배수가 나오는 경우를 집합 C라고 할 때,
 $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$ 이다.
 $n(A) = 15, n(B) = 7, n(C) = 6, n(A \cap B) = 7, n(B \cap C) = 1, n(C \cap A) = 3, n(A \cap B \cap C) = 1$ 이다.
 따라서 2의 배수 또는 3의 배수 또는 4의 배수인 구슬이 나오는 경우의 수는
 $15 + 7 + 6 - 7 - 1 - 3 + 1 = 18(\text{가지})$ 이다.

30. 향아리 속에 1에서 50까지의 숫자가 각각 적힌 구슬 50개가 들어있다. 향아리 속에서 구슬 한 개를 꺼낼 때 2의 배수 또는 3의 배수 또는 4의 배수인 구슬이 나올 경우의 수는 얼마인가? [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 33 가지

해설

1에서 50까지의 수 중에서 2의 배수의 집합을 A, 3의 배수의 집합을 B, 4의 배수의 집합을 C라고 할 때,
 $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$ 이다.
 $n(A) = 25, n(B) = 16, n(C) = 12, n(A \cap B) = 8, n(B \cap C) = 4, n(C \cap A) = 12, n(A \cap B \cap C) = 4$ 이다.
 따라서 2의 배수 또는 3의 배수 또는 4의 배수인 구슬이 나오는 경우의 수는
 $25 + 16 + 12 - 8 - 4 - 12 + 4 = 33(\text{가지})$ 이다.

31. 100원짜리, 500원짜리, 1000원짜리가 모두 합하여 12개가 있을 때, 3700원을 지불하는 방법은 모두 몇 가지인가? (단, 각 동전과 지폐는 1개 이상 사용한다.)

[배점 5, 중상]

- ① 3가지 ② 4가지 ③ 5가지
 ④ 6가지 ⑤ 7가지

해설

(1000원, 500원, 100원)을 1개 이상씩 사용하여 3700원을 만드는 경우는 (3, 1, 2), (2, 3, 2), (2, 2, 7), (1, 5, 2), (1, 4, 7)로 경우의 수는 5가지이다.

32. 10 원짜리, 50 원짜리, 100 원짜리가 모두 합하여 21 개씩 있을 때, 이 동전들을 가지고 500 원을 지불하려고 할 때, 지불하려는 방법은 모두 몇 가지인가?

[배점 5, 중상]

- ① 11 가지 ② 12 가지 ③ 13 가지
④ 14 가지 ⑤ 15 가지

해설

(100 원, 50 원, 10 원) 을 사용하여 500 원을 만드는 경우는 (5, 0, 0), (4, 2, 0), (4, 1, 5), (4, 0, 10), (3, 4, 0), (3, 3, 5), (3, 2, 10), (2, 6, 0), (2, 5, 5), (2, 4, 10), (1, 6, 10) 으로 11 가지이다.

33. 어느 중학교 총학생회 임원 선거에서 학생회장 후보 4 명, 부회장 후보 4 명, 선도부장 후보 5 명이 출마했다. 이 중 회장 1 명, 부회장 2 명, 선도부장 3 명을 뽑는 경우의 수를 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① 120 가지 ② 180 가지 ③ 240 가지
④ 360 가지 ⑤ 720 가지

해설

회장을 뽑을 경우의 수 : 4(가지)
부회장을 뽑을 경우의 수 : $\frac{4 \times 3}{2} = 6$ (가지)
선도부장을 뽑을 경우의 수 : $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 10$ (가지)
따라서 회장 1 명, 부회장 2 명, 선도부장 3 명을 뽑는 경우의 수는
 $4 \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 240$ (가지) 이다.

34. 관광객 5 명이 호텔에서 A, B, C 의 세 방으로 나누어서 묵게 되었다. 이 때, A 방은 4 명, B 방은 3 명, C 방은 3 명이 정원이고, 빈 방을 만들지 않기로 한다. B 방에 3 명이 묵을 때, 나머지 5 명이 묵게 되는 방법의 가지의 수를 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① 6 가지 ② 12 가지 ③ 18 가지
④ 20 가지 ⑤ 25 가지

해설

(B 방에 들어갈 세 명을 뽑는 경우의 수) $\times$ (2 명을 A, C 에 묵게 하는 경우의 수) 이므로 $\frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} \times 2 \times 1 = 20$ (가지) 이다.

35. 현서, 서운, 세경, 석영, 건우 다섯 명이 자동차 경주를 하려고 한다. 석영이와 건우는 사이가 좋지 않아서 바로 옆 라인에 붙어서는 출발할 수 없다. 다섯 명이 출발선에 설 수 있는 경우의 수는 몇 가지인가?



[배점 5, 중상]

- ① 15 가지 ② 48 가지 ③ 60 가지
 ④ 72 가지 ⑤ 120 가지

해설

석영이와 건우가 바로 옆에 붙어 있는 경우를 모든 경우의 수에서 제외하면 된다. 따라서 다섯 명이 출발하는 모든 경우의 수는 모든 경우의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (가지)이고, 석영이와 건우를 한 묶음으로 보고 4 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1) = 48$ 이다. 따라서 석영이와 건우를 떨어뜨리는 경우의 수는 $120 - 48 = 72$ (가지)이다.

36. 세 학생이 가위바위보를 할 때 나올 수 있는 모든 경우의 수를 a , A, B, C 의 세 개의 주사위를 동시에 던질 때, 어느 한 주사위만 5 의 눈이 나오는 경우의 수를 b 라고 할 때, $b - a$ 를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 27 ② 30 ③ 45 ④ 48 ⑤ 54

해설

각각의 학생들은 가위, 바위, 보 세 가지를 낼 수 있으므로 $a = 3 \times 3 \times 3 = 27$ 이고, 한 주사위만 5 의 눈이 나오는 경우는 (5, ○, ○) 인데 ○ 에는 5 를 제외한 다섯 개의 숫자 중에 한 개가 나오는 것이 되므로 $b = 3 \times 5 \times 5 = 75$ 가 된다. 따라서 $b - a = 75 - 27 = 48$ 이다.

37. 0, 1, 2, 3, ..., 9 의 숫자가 각각 적힌 10 장의 카드에서 2 장을 뽑아 두 자리의 정수를 만들 때, 그 중에서 3 의 배수의 개수는? [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27 개

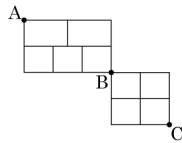
해설

3 의 배수가 되려면 각 자릿수의 합이 3 의 배수여야 한다.

십의 자리가 1 이면 일의 자리 : 2, 5, 8, 십의 자리가 2 이면 일의 자리 : 1, 4, 7, 십의 자리가 3 이면 일의 자리 : 0, 6, 9, ..., 십의 자리가 9 이면 일의 자리 : 0, 6, 9

이와 같이 하면 십의 자리에 올 수 있는 경우의 수는 9 가지이고, 그 각각에 대하여 일의 자리에 올 수 있는 수는 3 가지이다. 그러므로 구하는 갯수는 $9 \times 3 = 27$ (개)이다.

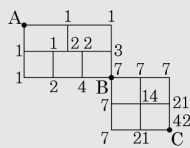
38. 다음 그림과 같은 길에서 점 A 를 출발하여 점 C 까지 최단 거리로 가는 방법의 수를 구하여라.



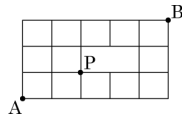
[배점 5, 상하]

▶ 답 :
▷ 정답 : 42 가지

해설



39. 다음 그림에서 점A 를 출발하여 점B 까지 가는 가장 짧은 경우와 A 에서 출발해서 P 를 꼭 지나서 점 B 까지 가는 가장 짧은 거리의 차를 구하세요.

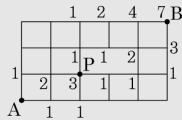


[배점 5, 상하]

▶ 답 :
▷ 정답 : 23

해설

- ① A 에서 B 까지 가는 경우=44 가지
- ② A 에서 P 를 꼭 지나서 B 까지 가는 경우



P 까지 가는 방법 : 3 가지
P 에서 B 까지 가는 방법 : 7 가지
 $\therefore 3 \times 7 = 21$ (가지)
따라서 $44 - 21 = 23$

40. 키가 모두 다른 20 명 중에서 3 명을 뽑아 키가 큰 순서대로 세우는 경우의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :
▷ 정답 : 1140 가지

해설

20 명 중에서 순서를 생각하지 않고 세 명을 뽑는 경우의 수이므로 $\frac{20 \times 19 \times 18}{3!} = 1140$ (가지) 이다.