

확인학습문제

1. 다음 중 10과 서로소인 것은? [배점 2, 하중]

- ① 2 ② 5 ③ 10 ④ 13 ⑤ 20

해설

- ① 2 와 10 의 최대공약수는 2 이므로 서로소가 아니다.
 ② 5 와 10 의 최대공약수는 5 이므로 서로소가 아니다.
 ③ 10 과 10 의 최대공약수는 10 이므로 서로소가 아니다.
 ④ 13 와 10 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.
 ⑤ 20 과 10 의 최대공약수는 10 이므로 서로소가 아니다.

2. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은? [배점 2, 하중]

- ① 2, 6 ② 3, 7 ③ 4, 10
 ④ 8, 12 ⑤ 10, 20

해설

- 최대공약수가 1 인 두 수는 서로소이다.
 ① 2 와 6 의 최대공약수는 2 이다.
 ③ 4 와 10 의 최대공약수는 2 이다.
 ④ 8 과 12 의 최대공약수는 4 이다.
 ⑤ 10 과 20 의 최대공약수는 10 이다.
 따라서 서로소인 두 수는 3 과 7 이다.

3. $2^2 \times 3^3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수와 최소공배수를 바르게 나타낸 것을 골라라. [배점 2, 하중]

- ① 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$
 ② 최대공약수 : $2^2 \times 3^2$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$
 ③ 최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$
 ④ 최대공약수 : $2^2 \times 3$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 ⑤ 최대공약수 : $2^2 \times 3^3 \times 5$, 최소공배수 : $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$

해설

$$\frac{2^2 \times 3^3 \times 5}{2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7}$$

최대공약수 : $2^2 \times 3 \times 5$
 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$

4. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 24 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8 개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 24 의 약수와 같으므로 $24 = 2^3 \times 3$
 $(a, b \text{의 공약수의 개수}) = (24 \text{의 약수의 개수})$
 $= (3 + 1) \times (1 + 1)$
 $= 8 \text{ (개)}$

5. 두 자연수 A, B 의 최소공배수가 36 일 때, A 와 B 의 공배수 중 200 에 가장 가까운 수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 216

해설

최 소 공 배 수 의 배 수 인
36, 72, 108, 144, 180, 216, ... 중 200
에 가장 가까운 수는 216 이다.

6. 두 자연수의 최소공배수가 72 일 때, 두 수의 공배수 중 200 보다 작은 수를 모두 고르면?(정답 2개)

[배점 3, 하상]

① 36 ② 72 ③ 104

④ 144 ⑤ 180

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로 최소공배수인
72 의 배수 72, 144, 216, 288, 360, ... 중 200
보다 작은 수는 72, 144 이다.

7. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 15 라고 한다. a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4개

해설

공약수는 최대공약수의 약수
15 의 약수: 1, 3, 5, 15

8. 다음 중 $18, 2^2 \times 5, 3^2 \times 5$ 의 공배수 중 400 에 가장 가까운 수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 360

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$ 이므로,
400 에 가장 가까운 공배수는 360 이다.

9. 세 수 16, 6, 2×3^2 의 공배수 중 300 에 가장 가까운 수는?

[배점 3, 하상]

① 308 ② 302 ③ 295

④ 291 ⑤ 288

해설

세 수의 최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이므로 세
수의 공배수는 144 의 배수가 된다.
따라서 144, 288, 432, ... 중 300 에 가장 가까운
수를 찾는다.

10. 세 자연수 $5 \times a, 7 \times a, 3 \times a$ 의 최소공배수가 420 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$\begin{array}{r} a) \quad 5 \times a \quad 7 \times a \quad 3 \times a \\ \quad \quad 5 \quad \quad 7 \quad \quad 3 \\ a \times 5 \times 7 \times 3 = 420 \\ \therefore a = 4 \end{array}$$

11. 두 수의 곱이 504 이고 최소공배수가 168 일 때, 이 두 자연수의 최대공약수는? [배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $504 = (\text{최대공약수}) \times 168$
 최대공약수는 3 이다.

12. 두 자연수의 곱이 720 이고 최대공약수가 6 일 때, 두 수의 최소공배수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 120

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $720 = 6 \times (\text{최소공배수})$
 따라서 최소공배수는 120 이다.

13. 소인수분해를 이용하여 세 수 24, 32, 36 의 최소공배수를 구하면? [배점 3, 중하]

- ① 4 ② 48 ③ 96

- ④ 288 ⑤ 360

해설

$\begin{array}{r} 2 \overline{) 24} \\ 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ \underline{3} \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \overline{) 32} \\ 2 \overline{) 16} \\ 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ \underline{2} \end{array}$	$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ \underline{3} \end{array}$
--	--	--

$\therefore 24 = 2^3 \times 3$ $\therefore 32 = 2^5$ $\therefore 36 = 2^2 \times 3^2$
 따라서 최소공배수는 $2^5 \times 3^2 = 288$ 이다.

14. 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수의 개수는? [배점 3, 중하]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

15 이하의 자연수 중에서 12 와 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면 1, 5, 7, 11, 13 의 5 개이다.
 따라서 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수는 모두 5 개이다.

15. 다음 두 자연수의 최소공배수가 96 일 때, 최대공약수를 구하여라.

$$8 \times a, 12 \times a$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned} 8 \times a &= 2^3 \times a \\ 12 \times a &= 2^2 \times 3 \times a \\ \hline \text{최소공배수} &: 2^3 \times 3 \times a = 96 \\ \text{최대공약수} &: 2^2 \times a \\ a &= 96 \div 8 \div 3 = 4 \\ \text{따라서 최대공약수는 } 2^2 \times a &= 16 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

16. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 두 자리 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 5 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \cap B$ 를 조건제시법으로 옳게 표현한 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 약수}\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 배수}\}$
 ③ $\{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 약수}\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 배수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$

해설

$$\begin{aligned} 2^2 \times 3 \text{ 과 } 2^2 \times 5 \text{의 최소공배수는 } 2^2 \times 3 \times 5 &= 60 \text{ 이다.} \\ A \cap B \\ &= \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 3 \text{ 과 } 2^2 \times 5 \text{의 공배수}\} \\ &= \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 3 \text{ 과 } 2^2 \times 5 \text{의 최소공배수의 배수}\} \\ &= \{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 배수}\} \end{aligned}$$

17. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5$, 24, 60의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 120

해설

$$\begin{aligned} 2^3 \times 3 \times 5 \\ 24 &= 2^3 \times 3 \\ 60 &= 2^2 \times 3 \times 5 \\ \hline \text{최대공약수} &: 2^2 \times 3 = 12 \\ \text{최소공배수} &: 2^3 \times 3 \times 5 = 120 \end{aligned}$$

18. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 8, 최소공배수는 280이고, $A + B = 96$ 일 때, $A - B$ 는? (단, $A > B$) [배점 4, 중중]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} A &= 8a, B = 8b \\ (\text{단, } a, b \text{는 서로소, } a > b) \text{라 하면} \\ \text{최소공배수 } 280 &= 8 \times 35 = 8 \times a \times b \text{ 이다.} \\ a \times b &= 35 \text{ 이므로} \\ a = 35, b = 1 \text{ 일 때 } A &= 280, B = 8 \text{ 이고,} \\ a = 7, b = 5 \text{ 일 때 } A &= 56, B = 40 \text{ 이다.} \\ A + B = 96 \text{ 이므로 } A &= 56, B = 40 \text{ 이다.} \\ \therefore A - B &= 16 \end{aligned}$$

19. 세 수 48, 72, $2^3 \times 3 \times 5$ 의 최대공약수는?

[배점 4, 중중]

- ① 2×3^2 ② $2^3 \times 3$ ③ $2^2 \times 3^2$
 ④ $2^2 \times 3^2$ ⑤ 2×3^2

해설

$48 = 2^4 \times 3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, $2^3 \times 3 \times 5$ 이므로
 최대공약수는 $2^3 \times 3$

20. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B) = 1$ 일 때,
 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수들의 합을 구하여라.

(단, $\square$ 안에 들어갈 자연수는 10 보다 작다)

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 22

해설

$15 = 3 \times 5$
 15 와 $\square$ 의 공약수가 개수가 1 개, 즉 서로소이므로
 $\square$ 는 10 미만의 자연수 중 3 과 5 의 배수가 아닌 수이므로 1, 2, 4, 7, 8 이다.
 따라서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수들의 합은 22 이다.

21. 자연수 N 과 24 의 최대공약수는 6 이고 최소공배수는 120 일 때, 자연수 N 을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 30

해설

N 과 24 의 최대공약수가 6 이므로

$N = 6n$ 이라 하면

$$6 \overline{) 6n \ 24}$$

$$\underline{n \ 4}$$

$$6 \times n \times 4 = 120, n = 5$$

$$\therefore N = 6 \times 5 = 30$$

22. 200 이상 300 이하인 두 수 24 와 36 의 공배수의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2 개

해설

24 와 36 의 공배수는 최소공배수인 72 의 배수이며, 200 이상 300 이하인 72 의 배수는 216 과 288 이다.

23. 두 자연수 A 와 64 의 최대공약수는 8 이고, 최소공배수는 320 일 때, 64 와 A 의 차를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 24

해설

$$A \times 64 = 8 \times 320, A = 40$$

$$\therefore 64 - A = 64 - 40 = 24$$

24. 200 과 $2^2 \times x$ 의 최대공약수가 20 일 때, x 의 최솟값
 은? [배점 5, 중상]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$ 이고 $20 = 2^2 \times 5$ 이므로
 $x = 5$

25. 자연수 n 에 대하여 집합 $A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{과 서로소인 자연수}\}$ 라고 할 때, 안에
 알맞은 최소의 자연수를 구하여라.

$A_6 \cap A_3 = A_{\square}$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

6 과 서로소인 자연수는 1, 5, 7, 11...
 3 과 서로소인 자연수는 1, 4, 5, 7, 11...
 $A_6 = \{1, 5, 7, 11, 13 \dots\}$
 $A_3 = \{1, 4, 5, 7, 11, 13 \dots\}$
 $\therefore A_6 \cap A_3 = A_6$