

확인학습문제

1. 다음 중 10과 서로소인 것은? [배점 2, 하중]

- ① 2 ② 5 ③ 10 ④ 13 ⑤ 20

해설

- ① 2 와 10 의 최대공약수는 2 이므로 서로소가 아니다.
 ② 5 와 10 의 최대공약수는 5 이므로 서로소가 아니다.
 ③ 10 과 10 의 최대공약수는 10 이므로 서로소가 아니다.
 ④ 13 와 10 의 최대공약수는 1 이므로 서로소이다.
 ⑤ 20 과 10 의 최대공약수는 10 이므로 서로소가 아니다.

2. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은? [배점 2, 하중]

- ① 2, 6 ② 3, 7 ③ 4, 10
 ④ 8, 12 ⑤ 10, 20

해설

- 최대공약수가 1 인 두 수는 서로소이다.
 ① 2 와 6 의 최대공약수는 2 이다.
 ③ 4 와 10 의 최대공약수는 2 이다.
 ④ 8 과 12 의 최대공약수는 4 이다.
 ⑤ 10 과 20 의 최대공약수는 10 이다.
 따라서 서로소인 두 수는 3 과 7 이다.

3. 어떤 수가 있다. 그 수를 3 으로 나누면 2 가 남고, 4 로 나누면 3 이 남고, 5 로 나누면 4 가 남는다고 할 때, 그 중 가장 작은 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 59

해설

구하는 수는 (3, 4, 5 의 공배수) - 1 인 수 중 가장 작은 수이다. 3, 4, 5 의 최소공배수는 60 이므로 가장 작은 수는 $60 - 1 = 59$ 이다.

4. 두 자연수 A, B 의 최대공약수는 4, 최소공배수는 144 일때, $A + B$ 를 구하여라. (단, $A > B$) [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 148

▶ 정답 : 52

해설

두 자연수를 $A = 4a, B = 4b$
 (단, a, b 는 서로소, $a > b$)라고 하면
 최소공배수 $144 = 4 \times 36 = 4 \times a \times b$
 $a \times b = 36$ 이므로
 $a = 36, b = 1$ 일 때 $A = 144, B = 4$ 이고,
 $a = 9, b = 4$ 일 때 $A = 36, B = 16$
 $\therefore A + B = 148, 52$

5. $3^2 \times 5^2 \times 7^3, 2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수는?
[배점 3, 하상]

- ① $2^2 \times 3^2$ ② 5×7^2
③ $2^3 \times 3^2 \times 7$ ④ $2^2 \times 3 \times 7^2$
⑤ $3^2 \times 5^2$

해설

공통인 소인수를 모두 곱하는데 지수가 같으면 그대로, 다르면 작은 쪽을 택하여 곱한다.
 $\therefore 3^2 \times 5^2 \times 7^3, 2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 의 최대공약수: $3^2 \times 5^2$

6. $2^3 \times 3 \times 5, 2^2 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수는?
[배점 3, 하상]

- ① $2^3 \times 3 \times 5^2$ ② $2^3 \times 3 \times 7$
③ $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$ ④ $2^2 \times 5$
⑤ $2 \times 3 \times 7$

해설

$\therefore 2^3 \times 3 \times 5, 2^2 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수: $2^2 \times 5$

7. 두 자연수의 곱이 540 이고 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $540 = 60 \times G$ 이다.
 $\therefore G = 9$

8. $2^2 \times 3^4, 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 집합을 A 라고 할 때, $n(A)$ 는? [배점 3, 하상]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 12

해설

$2^2 \times 3^4, 2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는
 $2^2 \times 3^2$ 공약수는 최대공약수의 약수이므로,
 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$
 $\therefore n(A) = 9$

9. 두 수 $2^2 \times 3 \times 5, 2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수는? [배점 3, 하상]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 4 개
④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

두 수 $2^2 \times 3 \times 5, 2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 최대공약수는
 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$

10. 두 자연수의 곱이 288 이고 최소공배수가 24 일 때, 이 두 자연수의 최대공약수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수)이므로
 $288 = (\text{최대공약수}) \times 24$
 최대공약수는 12 이다.

11. 두 자연수의 곱이 720 이고 최대공약수가 6 일 때, 두 수의 최소공배수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 120

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수)이므로
 $720 = 6 \times (\text{최소공배수})$
 따라서 최소공배수는 120 이다.

12. 자연수 A 와 36 의 최대공약수가 4 이고 최소공배수는 144 일 때, 자연수 A 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 16

해설

$$\begin{array}{r} 4) \frac{A}{a} \frac{36}{9} \end{array}$$

A 와 36 의 최소공배수가 144 이므로

$$4 \times a \times 9 = a \times 36 = 144$$

$$a = 144 \div 36 = 4$$

$$\therefore A = 4 \times 4 = 16$$

[별해] 두 자연수 A, B 의 최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 자연수의 곱인 $A \times B$ 와 같다.

$$A \times 36 = 4 \times 144$$

$$\therefore A = 4 \times 144 \div 36 = 16$$

13. 자연수 A 와 27 의 최대공약수는 9 이고, 최소공배수는 108 일 때, 자연수 A 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 36

해설

$$\begin{array}{r} 9) \frac{A}{a} \frac{27}{3} \end{array}$$

A 와 27 의 최소공배수가 108 이므로

$$9 \times a \times 3 = a \times 27 = 108$$

$$a = 108 \div 27 = 4$$

$$\therefore A = 4 \times 9 = 36$$

[별해] 두 자연수 A, B 의 최대공약수와 최소공배수의 곱은 두 자연수의 곱인 $A \times B$ 와 같다.

$$A \times 27 = 9 \times 108$$

$$\therefore A = 9 \times 108 \div 27 = 36$$

14. 세 수 $2^3 \times 3 \times 5$, 24, 60 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 120

해설

$$\begin{array}{r} 2^3 \times 3 \times 5 \\ 24 = 2^3 \times 3 \\ 60 = 2^2 \times 3 \times 5 \\ \hline \text{최대공약수} : 2^2 \times 3 = 12 \\ \text{최소공배수} : 2^3 \times 3 \times 5 = 120 \end{array}$$

15. 두 수 $2^a \times 3^2$, $2^2 \times 3^b \times 7$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2$ 이고, 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 7$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

최소공배수에서 2 의 지수가 3 이므로 $a = 3$
 최소공배수와 최대공약수에서 3 의 지수가 2 로
 같으므로 $b = 2$
 따라서 $a - b = 3 - 2 = 1$ 이다.

16. 두 수 48, 56 의 약수의 집합을 각각 A, B 라고 할 때, 다음 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

$$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$A \cap B$ 는 48 과 56 의 공약수의 집합이다. 공약수는 최대공약수의 약수이고, 48 과 56 의 최대공약수를 구하면 $2^3 = 8$ 이다.
 따라서 $\square = 8$ 이다.

17. 두 자연수의 최대공약수가 18 일 때, 두 수의 공약수 중에서 두 번째로 큰 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 18 의 약수이므로 1, 2, 3, 6, 9, 18 이다.
 따라서 두 자연수의 공약수 중에서 두 번째로 큰 수는 9 이다.

18. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수는 12, 최소공배수는 72 일 때, $A + B$ 의 값을 모두 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 84

▷ 정답 : 60

해설

$A = 12 \times a, B = 12 \times b$
 $(a, b$ 는 서로소, $a > b$) 라 하면
 최소공배수는 $12 \times a \times b = 72$ 이다.
 $a \times b = 6$
 $a = 6, b = 1$ 일 때
 $A = 72, B = 12, A + B = 84$ 이고,
 $a = 3, b = 2$ 일 때
 $A = 36, B = 24, A + B = 60$ 이다.
 $\therefore 84, 60$

19. 두 자연수의 곱이 1440 이고, 최대공약수가 6 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 240 ② 300 ③ 360
 ④ 480 ⑤ 540

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $1440 = L \times 6$ 이다.
 $\therefore L = 240$

20. 두 수 $2^2 \times 3 \times 7, 2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최소공배수는?

[배점 4, 중중]

- ① $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ ② $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 ③ $2^3 \times 3 \times 5 \times 7$ ④ $2^3 \times 3^2$
 ⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$2^2 \times 3 \times 7, 2^3 \times 3^2 \times 5$
 최소공배수: $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이다.

21. 세 자연수 $A, 54, 126$ 의 최대공약수가 18 일 때, 다음 중 A 가 될 수 없는 것은? [배점 4, 중중]

- ① 18 ② 30 ③ 36
 ④ 90 ⑤ 144

해설

세 자연수 $A, 54, 126$ 의 최대공약수가 18 이므로
 A 는 약수로 18 을 가진다.
 따라서 18 을 약수로 갖지 않는 ② 30 은 A 가 될 수 없다.

22. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① 48 의 소인수는 2, 3 이다.
- ② 22 과 35 는 서로소이다.
- ③ 90 의 소인수는 3 개이다.
- ④ 143 은 소수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 소수는 항상 서로소이다.

해설

④ $143 = 11 \times 13$ 으로 소인수분해되므로 소수가 아니다.

23. 다음 세 수 $2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150$, $2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$, $2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54$ 의 최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70$ 일 때, $(a+b+c) \times d$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 3 ② 5 ③ 8 ④ 9 ⑤ 12

해설

최대공약수가 $2^3 \times 3 \times 70 = 2^4 \times 3 \times 5 \times 7$ 이고
주어진 각 수를 정리한 값이

$$2^a \times 3^5 \times 7^2 \times 150 = 2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$$

$$2^5 \times 3^b \times 5^2 \times 7^3$$

$$2^4 \times 5^c \times 7^d \times 54 = 2^5 \times 3^3 \times 5^c \times 7^d \text{ 이다.}$$

주어진 세 수의 2 의 지수를 비교하면 모두 4 보다 크므로

$2 \times 2^a \times 3^6 \times 5^2 \times 7^2$ 에서 2 의 지수는 4 이어야 한다.

2 가 한 번 더 곱해져 있으므로, a 는 3 이어야 한다.

주어진 세 수의 3 의 지수를 비교하면

모두 1 보다 크므로 b 는 1 이어야 한다.

주어진 세 수의 5 의 지수를 비교하면

모두 1 보다 크므로 c 는 1 이어야 한다.

주어진 세 수의 7 의 지수를 비교하면

모두 1 보다 크므로 d 는 1 이어야 한다.

따라서 $a = 3, b = 1, c = 1, d = 1$ 이므로

$$(a + b + c) \times d = (3 + 1 + 1) \times 1 = 5 \text{ 이다.}$$

24. 두 수 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$, $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 의 최대공약수가 315 일 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이고
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
 같은 방식으로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.
 또한,
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 7 의 지수가 6 이므로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1 이어야 한다.
 따라서 $a = 2$, $b = 1$, $c = 1$
 $a + b - c = 2 + 1 - 1 = 2$

25. 두 자연수 A 와 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, 가능한 A 의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개
 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

$A = a \times b \times c \times d$ 라 하면

$$\frac{2^3 \times 3^2 \times 5}{2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7}$$

$\therefore a = 2^5$, $b = 1$, $3, 3^2$, $c = 1$, 5 , $d = 7$
 따라서, A 는 $2^5 \times 7$, $2^5 \times 5 \times 7$, $2^5 \times 3 \times 7$,
 $2^5 \times 3 \times 5 \times 7$, $2^5 \times 3^2 \times 7$, $2^5 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 의 6
 개이다.

26. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 5이고, $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$ 일 때,
 두 자연수 A, B 의 최소공배수는? [배점 5, 중상]

- ① 280 ② 350 ③ 420
 ④ 490 ⑤ 560

해설

A 와 B 의 최대공약수가 5 이고 $\frac{A}{B} = \frac{7}{8}$ 이므로,
 $A = 35 = 5 \times 7$, $B = 40 = 2^3 \times 5$ 이다.
 따라서 A 와 B 의 최소공배수는 $2^3 \times 5 \times 7 = 280$
 이다.

27. 세 자연수의 비가 $2 : 3 : 6$ 이고 최소공배수가 246 일
 때, 세 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 246

해설

세 자연수의 비가 $2 : 3 : 6$ 일 때, 원래의 세 자연
 수를 $2 \times a$, $3 \times a$, $6 \times a$ 라고 하면

$$\begin{array}{r} a) 2 \times a \quad 3 \times a \quad 6 \times a \\ 2) \quad 2 \quad 3 \quad 6 \\ 3) \quad 1 \quad 3 \quad 3 \\ \quad 1 \quad 1 \quad 1 \end{array}$$

최소공배수는 $a \times 2 \times 3 = 6 \times a$ 이다.

세 수의 최소공배수가 246 이므로 $6 \times a = 246$
 이고, $a = 41$ 이다.

따라서 세 자연수는 $2 \times 41 = 82$, $3 \times 41 = 123$, $6 \times$
 $41 = 246$ 이다. 그 중 가장 큰 수는 246이다.

28. 서로 다른 세 수 32, 80, a 의 최대공약수가 16 일 때, a 의 값이 될 수 있는 두 자리 자연수를 모두 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:

▷ 정답: 16
▷ 정답: 48
▷ 정답: 64
▷ 정답: 96

해설

$$16 \overline{) 32 \ 80 \ a}$$

세 수를 16 으로 나눈 몫이 각각 2, 5, □이고, 최대공약수는 16 을 만족하여야 한다.

따라서 a 는 16 의 배수가 되는 두 자리 자연수이다.

또한 □안에 들어갈 수는 1, 3, 4, 6 이므로 (서로 다른 세 수 이므로 2 와 5 는 안된다.)

a 의 값은 각각 16, 48, 64, 96 이다.

29. 두 수 A 와 B 의 최소공배수는 12 이고, 12 와 C 의 최소공배수는 24 이다. 세 수 A, B, C 의 공배수로 알맞은 것을 모두 고르면?(정답 2개)
[배점 5, 중상]

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

A 와 B 의 최소공배수는 12 이고, 두 수의 최소공배수인 12 과 C 의 최소공배수가 24 이므로, 세 수 A, B, C 최소공배수는 24 이다. 따라서 A, B, C, D 의 공배수는 24 의 배수이다.

30. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 가장 작은 소수는 2 이다.
② 100 과 243 는 서로소이다.
③ 두 자연수가 서로소이면 두 자연수는 소수이다.
④ 두 자연수가 서로소가 아니면 두 자연수는 소수가 아니다.
⑤ 10 보다 작은 자연수 중에서 소수는 4 개이다.

해설

③ 반례: 3 과 4 는 서로소이지만 4 는 소수가 아니다.

31. 100 이하의 자연수 가운데 자연수 n 의 배수인 것을 원소로 하는 집합을 A_n 로 나타낼 때, $n(A_6 \cap A_8)^c$ 을 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:
▷ 정답: 96

해설

$A_6 \cap A_8$ 은 6 과 8 의 공배수와 같고, 6 과 8 의 최소공배수는 24이다.

따라서 $A_6 \cap A_8$ 은 100 보다 작은 24 의 배수들의 집합이고, $n(A_6 \cap A_8) = 4$ 이므로 $n(A_6 \cap A_8)^c = 100 - 4 = 96$ 이다.

32. 자연수 k 의 모든 약수를 원소로 하는 집합을 A_k 로 나타낼 때, $A_k \subset (A_{12} \cap A_{20})$ 인 k 의 최댓값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$A_{12} \cap A_{20}$ 는 12 와 20 의 공약수의 집합이므로 k 는 12 와 20 의 공약수이다. 두 자연수의 공약수 중에서 가장 큰 수가 최대공약수이고 12 와 20 의 최대공약수는 4 이므로 따라서 k 의 최댓값은 4 이다.

33. 세 자연수 84, 126, A 의 최대공약수가 6, 최소공배수가 1260 일 때, 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 30

해설

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $126 = 2 \times 3^2 \times 7$, A 에서 최대공약수는 $6 = 2 \times 3$, 최소공배수는 $1260 = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로 A 는 2×3 과 5 를 인수로 반드시 가져야 한다. 따라서, 가장 작은 자연수 $A = 2 \times 3 \times 5 = 30$ 이다.

34. 세 수 $\frac{16}{75}$, $\frac{28}{45}$, $\frac{24}{25}$ 에 어떤 수를 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{225}{4}$

해설

어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를 $\frac{b}{a}$ 라 하면
 a 는 16, 28, 24 의 최대공약수 4 이고,
 b 는 75, 45, 25 의 최소공배수 225 이다.
 $\therefore \frac{b}{a} = \frac{225}{4}$

35. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 소수의 거듭제곱을 써서 나타낸 것으로 옳은 것은?

$$2^2 \times 3^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

[배점 5, 상하]

- ① 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 7$
 ② 최대공약수 : 2×3 , 최소공배수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$
 ③ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 5 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 ④ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$
 ⑤ 최대공약수 : $2 \times 3 \times 7$, 최소공배수 : $2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2^2 \times 3^2 \times 7 \\ 2 \times 3 \times 5 \times 7 \\ \hline \text{최대공약수 : } 2 \times 3 \times 7 \\ \text{최소공배수 : } 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \end{array}$$