

확인학습문제

1. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

[배점 2, 하중]

① 2^{10}

② 2×3

③ $2^2 \times 3^3$

④ 3×5^2

⑤ 13^{11}

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $10 + 1 = 11$ (개)

② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)

③ $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)

④ $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)

⑤ $11 + 1 = 12$ (개)

2. 4^3 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

[배점 2, 하중]

① 12와 같다.

② 밑은 4이다.

③ 지수는 3이다.

④ $4 \times 4 \times 4$ 를 나타낸 것이다.

⑤ 3^4 보다 작다.

해설

① $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ 이므로 12와 같지 않다.

⑤ $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

3. 천희는 45를 소인수분해하면 5×9 가 된다고 하였다. 이에 대하여 천희의 친구들이 다음과 같이 말을 하였다면, 안에 수로는 어떻게 말하는 것이 옳은지 적어 보아라.

재석 : 45를 소인수분해하면 5×9 이구나.

예진 : 좀 이상한 것 같아. 소인수분해는 소인수로만 이루어져야 하는데 9는 소인수가 아닌데.

종국 : 예진이 말이 맞아. 9는 3으로 더 나눌 수 있잖아.

수로 : 알았다! 45를 소인수분해하면 이다.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $3^2 \times 5$

해설

$45 = 9 \times 5 = 3 \times 3 \times 5 = 3^2 \times 5$

4. 다음 중 240을 바르게 소인수분해한 것은?

[배점 2, 하중]

① $2^4 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 7$

③ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

④ $2^3 \times 3 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$2 \overline{)240}$

$2 \overline{)120}$

$2 \overline{)60}$

$2 \overline{)30}$

$3 \overline{)15}$

5

$\therefore 240 = 2^4 \times 3 \times 5$

5. 다음 중 360 의 소인수의 집합의 부분집합이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① {1, 2, 3} ② {2, 3} ③ {2}
④ {3, 5} ⑤ {2, 3, 5}

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 소인수의 집합은 $\{2, 3, 5\}$ 따라서 소인수의 집합의 부분집합은 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{2, 3\}, \{3, 5\}, \{2, 5\}, \{2, 3, 5\}$ 이다.

6. 다음 중 약수의 개수가 5 인 자연수 중 가장 작은 자연수는? [배점 3, 하상]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로
약수의 개수가 5 인 경우는
지수가 4 인 소인수가 하나인 경우 밖에 없다.
따라서 이 경우 이 자연수가 가장 작기 위해서는
소인수가 가장 작아야하므로
소인수는 가장 작은 소수인 2 이고
따라서 약수의 개수가 5 인 가장 작은 자연수는 $2^4 = 16$ 이다.

7. $3^2 \times 5 \times 11^3$ 의 약수의 개수는? [배점 3, 하상]

- ① 9 개 ② 12 개 ③ 15 개
④ 18 개 ⑤ 24 개

해설

약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (3 + 1) = 24$ (개)

8. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 0 은 모든 자연수의 약수이다.
② 합성수의 약수는 4 개 이상이다.
③ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.
④ 소수의 약수는 1 과 자기 자신뿐이다.
⑤ 소수는 홀수이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

9. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $3^3 = 27$
 ② $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$
 ③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$
 ④ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$
 ⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{540}$

해설

$$\textcircled{5} \frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{450}$$

10. 다음 중 3^4 을 나타낸 식은? [배점 3, 하상]

- ① 3×4 ② $3 + 3 + 3 + 3$
 ③ $4 \times 4 \times 4$ ④ $3 \times 3 \times 3 \times 3$
 ⑤ 4×3

해설

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 \text{ 이다.}$$

11. $3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수가 12 개일 때, 자연수 a 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^2 \times 7^a$ 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (a+1) = 12$ (개)
 즉, $3 \times (a+1) = 12$ 이므로 $a = 3$ 이다.

12. 다음에서 소수에 해당하는 글자를 찾아 차례대로 적어 보아라.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
난	그	래	서	도	라	지	꽃	과	살
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
구	차	는	있	는	테	돈	이	다	심

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 그래도 지구는 돈다

해설

주어진 20 이하의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다. 각 소수에 해당하는 글자를 차례대로 적으면 ‘그래도 지구는 돈다’ 이다.

13. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x|x \text{는 소수}\}$, $B = \{x|x \text{는 합성수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

- ① $1 \in A$ ② $29 \in A^C$
 ③ $\{37, 43\} \subset A$ ④ $A \cap B = \emptyset$
 ⑤ $A \cup B = U$

해설

- ① 1 은 소수가 아니므로 $1 \notin A$
 ② 29 는 소수이므로 $29 \in A$
 ⑤ $A \cup B \neq U$, $U - (A \cup B) = \{1\}$

14. 600 을 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 나누어야 할 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

600 을 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)600} \\ 2 \overline{)300} \\ 2 \overline{)150} \\ 3 \overline{)75} \\ 5 \overline{)25} \\ 5 \end{array}$$

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{x}$ 가 어떤 자연수의 제곱이 되기 위한 x 의 값 중에서 가장 작은 자연수는 $2 \times 3 = 6$ 이다.

15. 어떤 자연수 x 의 약수의 개수를 $R(x)$ 라 하고, $R(40) \times R(75) = a$ 라 할 때, $R(a)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10

해설

$40 = 2^3 \times 5$ 이므로 $R(40) = (3+1) \times (1+1) = 8$ 이다.

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $R(75) = (1+1) \times (2+1) = 6$ 이다.

$$\therefore 8 \times 6 = 48$$

따라서 $48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $R(48) = (4+1) \times (1+1) = 10$ 이다.

16. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

[배점 3, 중하]

- ① 0 ② 1 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$$

$$\therefore a = 6, b = 0, c = 3$$

$$\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$$

17. $\frac{252}{A} = B^2$ 을 만족하는 자연수 A, B 에 대하여 B 의 최댓값은? [배점 3, 중하]

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 8 ⑤ 14

해설

252 를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)252} \\ 2 \overline{)126} \\ 3 \overline{)63} \\ 3 \overline{)21} \\ 7 \end{array}$$

$252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$ 이므로 $\frac{2^2 \times 3^2 \times 7}{A} = B^2$ 을 만족하는 B 의 값 중에서 가장 큰 자연수는 A = 7 일 때 $2 \times 3 = 6$ 이다.

18. $2^7 = a$, $13^b = 169$ 을 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 120 ② 122 ③ 124
④ 126 ⑤ 128

해설

$2^7 = 128$, $13^2 = 169$ 이므로 $a = 128$, $b = 2$ 이다.
따라서 $a - b = 126$ 이다.

19. 882 의 약수의 개수와 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 x 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$882 = 2 \times 3^2 \times 7^2$ 의 약수의 개수가 $2 \times 5^x \times 7^2$ 의 약수의 개수와 같으므로
 $(1+1)(2+1)(2+1) = (1+1)(x+1)(2+1) = 18$
 $\therefore x = 2$

20. $2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 의 약수의 개수가 18 일 때 $\square$ 안에 들어갈 수는? [배점 4, 중중]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 이므로
약수의 개수는
 $(2+1) \times (\square+1) \times (1+1) = 18$ (개)
 $\therefore \square = 2$

21. 540 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수는? [배점 4, 중중]

- ① 3 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 15

해설

$540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$
 $540 \times x$ 가 제곱수가 되기 위한 가장 작은 x 는
 $3 \times 5 = 15$

22. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면 (정답 2개)? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 9 ⑤ 12

해설

$48 = 2^4 \times 3$
곱해서 곱해야 하는 $x = 3 \times k^2$ 이다.
따라서 $x = 3 \times 1^2 = 3$,
 $x = 3 \times 2^2 = 12$

23. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2^5 \times 7^3 \text{의 약수 중에서 } a^2 \text{이 되는 수}\}$ 일 때, 집합 A 의 원소의 개수는? (단, a 는 자연수) [배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개
④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$2^5 \times 7^3$ 의 약수 중 (자연수)²이 되는 수는
1, 2^2 , $(2^2)^2$, 7^2 , $(2 \times 7)^2$, $(2^2 \times 7)^2$
 $\therefore n(A) = 6$

24. 서로 다른 한 자리 소수 a, b, c 에 대하여 $a^2 \times 3^2 \times 5^2$ 으로 소인수분해되는 자연수 N 에 8을 곱하였더니 약수의 개수가 2배가 되었다. 이때, a 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

a 는 한 자리 소수 중 하나이므로 2 또는 7이다.
 $a^2 \times 3^2 \times 5^2$ 의 약수의 개수는 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 이다.
 $a = 2$ 일 때 2³을 곱하면 약수의 개수는
 $6 \times 3 \times 3 = 54$ 이므로 $a = 2$ 이다.

25. 두 자연수 x, y 에 대하여 $2^x \times 3 \times 5^y$ 의 약수가 36개일 때, $x + y$ 의 값으로 알맞은 것을 모두 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$(x+1) \times (1+1) \times (y+1) = 36$
 $(x+1) \times (y+1) = 18$
 $18 = 2 \times 9$ 또는 $18 = 3 \times 6$ 이므로
 $x+1 = 2, y+1 = 9$ 또는 $x+1 = 9, y+1 = 2$ 일 때,
 $x = 1, y = 8$ 또는 $x = 8, y = 1$
그러므로 $x + y = 9$
 $x+1 = 3, y+1 = 6$ 또는 $x+1 = 6, y+1 = 3$ 일 때,
 $x = 2, y = 5$ 또는 $x = 5, y = 2$
그러므로 $x + y = 7$