

확인학습문제

1. 다음은 소인수분해에 관하여 학생들이 나눈 대화의 일부분이다. 안에 신지가 어떻게 말하는 것이 옳은지 적어 보아라.

신지 : 10 은 2×5 로 소인수분해 할 수 있어.
 예원 : 맞아, 비슷한 방식으로 44 은 4×11 로 소인수분해 할 수 있어.
 하림 : 어, 그런데 예원이 네 말은 좀 이상해. 4 는 소수가 아니잖아.
 예원 : 아, 4 는 2 로 또 나누어 떨어지는구나.
 신지 : 아하, 그럼 44 의 소인수분해는 구나.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $2^2 \times 11$

해설

$$44 = 4 \times 11 = 2 \times 2 \times 11 = 2^2 \times 11$$

2. 다음에서 소수를 모두 찾아라.

- ㉠ 5 ㉡ 9 ㉢ 11
 ㉣ 15 ㉤ 49

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

주어진 수에서 5, 11 은 소수이고 나머지는 모두 합성수이다.

3. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수는?
 [배점 3, 하상]

① $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

② $2 \times 3 \times 5^2$

③ $2^2 \times 3 \times 5^2$

④ $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 5^2$

해설

$2^2 \times 3 \times 5^2$ 의 약수 중 가장 큰 수는 $2^2 \times 3 \times 5^2$, 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5^2$

4. 720 의 약수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

① $2^3 \times 3 \times 5$

② 2×5

③ $3^2 \times 5$

④ $2^4 \times 3^3$

⑤ 2×3^2

해설

$720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로 720 의 약수는 $(2^4 \text{ 의 약수}) \times (3^2 \text{ 의 약수}) \times (5 \text{ 의 약수})$ 이다.

5. $2 \times 3 \times \square$ 는 어떤 수를 소인수분해한 식이고 이 수는 약수의 개수가 8 개인 가장 작은 수이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

$$2 \times 3 \times a^n$$

$$(1+1) \times (1+1) \times (n+1) = 8 \therefore n = 1$$

2, 3 을 제외한 가장 작은 소수는 5 이므로 $5^1 = 5$

6. $7^x = 343$ 을 만족하는 x 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$7^3 = 343$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

7. 다음 중 소수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 7 ② 11 ③ 13 ④ 19 ⑤ 21

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

$21 = 3 \times 7$ 이므로 소수가 아니다.

8. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 3 은 소수이다.
 ② 1 과 그 수 자신만의 약수를 가지는 자연수를 소수라 한다.
 ③ 가장 작은 소수는 1 이다.
 ④ 2 의 배수 중 소수는 1 개이다.
 ⑤ 소수는 약수가 2 개이다.

해설

가장 작은 소수는 2이다.

9. 다음 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하면?

$$2 \times 3^2, 5^3, 2^3 \times 5, 3^2 \times 7$$

[배점 3, 하상]

- ① 22 ② 23 ③ 45
 ④ 107 ⑤ 143

해설

$$2 \times 3^2 = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

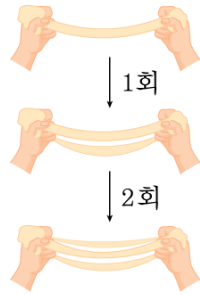
$$2^3 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$$

$$3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63 \text{ 이므로}$$

가장 큰 수는 5^3 , 가장 작은 수는 2×3^2

따라서 두 수의 차는 $125 - 18 = 107$ 이다.

10. 손으로 국수를 만들 때, 반죽을 늘여 1 회 접으면 두 가닥이 되고, 2 회 접으면 네 가닥이 된다. 국수가 100 가닥 이상 필요 할 때, 최소 몇 회를 접어야 하는가?



[배점 3, 중하]

- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
 ④ 7 회 ⑤ 8 회

해설

반죽을 1 회 접으면 2 가닥, 2 회 접으면 (2×2) 가닥, 3 회 접으면 ($2 \times 2 \times 2$) 가닥이 된다. 접는 횟수에 따른 국수의 가닥 수를 표로 정리하면 다음과 같다.

접는 횟수	국수의 가닥 수 (가닥)	국수의 가닥 수를 거듭제곱으로 표현
1회	2	2^1
2회	$2 \times 2 = 4$	2^2
3회	$2 \times 2 \times 2 = 8$	2^3
4회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$	2^4
5회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$	2^5
⋮	⋮	⋮

$2^5 = 32$, $2^6 = 64$, $2^7 = 128$, ... 이므로 국수 100 가닥을 만들려면 7 회 이상 접어야 한다.

11. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $2^4 \times 3^3 \times 11$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

$2^3 \times 3^2 \times 11$	99	$2^2 \times 3^3 \times 11$
$3^5 \times 11$	32	$2^4 \times 3^3$
100	$2 \times 3^2 \times 11^2$	$2^3 \times 11$
3×7	121	$3^7 \times 11$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㄱ

해설

2^4 의 약수는 1, 2, 2^2 , 2^3 , 2^4 , 3^3 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 , 11의 약수는 1, 11 이다.

또 $32 = 2^5$, $100 = 2^2 \times 5^2$, $121 = 11^2$, $99 = 3^2 \times 11$ 이다.

$2^4 \times 3^3 \times 11$ 의 약수를 찾아 색칠하면 다음과 같다.

$2^3 \times 3^2 \times 11$	99	$2^2 \times 3^3 \times 11$
$3^5 \times 11$	32	$2^4 \times 3^3$
100	$2 \times 3^2 \times 11^2$	$2^3 \times 11$
3×7	121	$3^7 \times 11$

12. 다음 중 180 의 약수는?

[배점 3, 중하]

- ① $2^3 \times 5$ ② $3^2 \times 7$
 ③ $2^2 \times 3 \times 5$ ④ $3^3 \times 5 \times 7$
 ⑤ $2^2 \times 3^3 \times 7$

해설

180 을 소인수분해하면 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이다.

13. 태환이가 오늘 배운 소인수분해를 이용하여 $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수를 구하는 과정을 다음과 같이 수학 공책에 적었다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 말하여라.

문제) $3^3 \times 10 \times 5^2$ 의 약수의 개수 구하기
풀이)
㉠ 10을 소인수분해하면 2×5 이므로
㉡ $3^3 \times 10 \times 5^2 = 2 \times 3^3 \times 5^3$
㉢ 약수의 개수를 구할 때, 각 지수에 1을 더하여 곱하면
㉣ $(0+1) \times (3+1) \times (3+1) = 16(\text{개})$ 이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2 \times 3^3 \times 5^3$ 에서 2, 3^3 , 5^3 의 지수는 각각 1, 3, 3이므로 약수의 개수는 $(1+1) \times (3+1) \times (3+1) = 32$ (개)이다.

14. 다음 중 약수의 개수가 서로 다른 두 수로 짝지어진 것은? [배점 3, 중하]

- ① 8, 3^3 ② 21, 5×7
③ 45, $2^2 \times 3$ ④ 100, 2^{10}
⑤ 72, $3 \times 5 \times 7^2$

해설

- ① $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3+1=4$ (개)이고, 3^3 의 약수의 개수도 $3+1=4$ (개)이다.
② $21 = 3 \times 7$ 이므로 약수의 개수는 $(1+1) \times (1+1) = 4$ (개)이고, 5×7 의 약수의 개수는 $(1+1) \times (1+1) = 4$ (개)이다.
③ $45 = 3^2 \times 5$ 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개)이고, $2^2 \times 3$ 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (1+1) = 6$ (개)이다.
④ $100 = 2^2 \times 5^2$ 의 약수의 개수는 $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)이고, 2^{10} 의 약수의 개수는 $10+1=11$ (개)이다.
⑤ $72 = 2^3 \times 3^2$ 의 약수의 개수는 $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이고, $3 \times 5 \times 7^2$ 의 약수의 개수는 $(1+1) \times (1+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.

15. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $19^3 \times 31$ ② 2×5^4
 ③ $3^2 \times 7 \times 11$ ④ $3^2 \times 11^2 \times 13$
 ⑤ 19^9

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $(3+1) \times (1+1) = 8$ (개)
 ② $(1+1) \times (4+1) = 10$ (개)
 ③ $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$ (개)
 ④ $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)
 ⑤ $9+1 = 10$ (개)

16. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 200 ② 2×5^3
 ③ $3^2 \times 7^2$ ④ 150
 ⑤ $3^2 \times 11^2 \times 13$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로 $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.
 ② $(1+1) \times (3+1) = 8$ (개)
 ③ $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)
 ④ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $(1+1) \times (1+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.
 ⑤ $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)

17. 다음 중 소수를 모두 골라라.

1 13 15 24 29 32 33 52 71 98

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 13

▷ 정답: 29

▷ 정답: 71

해설

주어진 수 중에서 소수는 13, 29, 71 이다.

18. $A = \{x | x \text{는 } 108 \text{의 소인수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 147 \text{의 소인수}\}$ 일 때, $A - B$ 는?

[배점 4, 중중]

- ① {2} ② {3} ③ {2, 3}
 ④ {3, 7} ⑤ {5, 7}

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $147 = 3 \times 7^2$ 이므로

$A = \{2, 3\}$, $B = \{3, 7\}$ 이다.

$\therefore A - B = \{2\}$

19. $3^x \times 5^2 \times 20$ 의 약수의 개수가 72 일 때, x 를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$3^x \times 5^2 \times 20 = 2^2 \times 3^x \times 5^3$ 이므로
약수의 개수는
 $(2+1) \times (x+1) \times (3+1) = 72$ (개)
 $\therefore x = 5$

20. $2^3 \times 7^2 \times a^2 \times b$ 의 약수의 개수는 모두 몇 개인지
구하여라.
(단, a, b 는 2,7을 제외한 소수이다.)
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 72 개

해설

$(3+1) \times (2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 72$ (개)

21. 다음 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을
약수로 가지는 수는? [배점 4, 중중]

- ① 8 ② 22 ③ 26
④ 100 ⑤ 103

해설

1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약
수로 가지는 수는 소수이다.
따라서 소수인 것은 103 이다.

22. 72 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고
한다. 이 때, 곱할 수 있는 가장 작은 두 자리의 자연수
를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 18

해설

$72 \times n = 2^3 \times 3^2 \times n = m^2$ 이라 하면
가장 작은 $n = 2$
따라서 n 은
 $2 \times 1^2 = 2$
 $2 \times 2^2 = 8$
 $2 \times 3^2 = 18$
 $2 \times 4^2 = 32$
그러므로 가장 작은 두 자리의 자연수 n 은 18 이
다.

23. 40 에 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되도록 하려고 한다. 제곱이 되도록 하기 위해서 곱하는 수를 작은 순으로 4 개를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 10

▷ 정답: 40

▷ 정답: 90

▷ 정답: 160

해설

$$40 = 2^3 \times 5$$

$$40 \times n = 2^3 \times 5 \times n = x^2 \text{ 에서}$$

$$n = 2 \times 5 \times k^2 \text{ 꼴이므로}$$

n 을 작은 순으로 4 개 써 보면

$$n = 2 \times 5 \times 1^2 = 10$$

$$n = 2 \times 5 \times 2^2 = 40$$

$$n = 2 \times 5 \times 3^2 = 90$$

$$n = 2 \times 5 \times 4^2 = 160$$

$$\therefore 10, 40, 90, 160$$

24. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

① $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

② $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 3^4$

⑤ $\frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2^3}{3^3}$

해설

④ $3 + 3 + 3 + 3 = 4 \times 3$

25. 다음 중 거듭제곱의 표현으로 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4^2$

② $6 \times 6 = 2^6$

③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 6^3$

④ $5 + 5 + 5 + 5 = 4^5$

⑤ $\frac{3 \times 3 \times 3}{4 \times 4 \times 4} = \frac{3^3}{4^3}$

해설

① $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

② $6 \times 6 = 6^2$

③ $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^3$

④ $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

26. 자연수 x 를 소인수분해 했을 때 나타나는 소인수들의 합을 기호 $S(x)$ 로 나타내기로 할 때, 어떤 자연수 m 을 소인수분해 하면 세 종류의 소인수가 나타나고, $S(m) = 12$ 라고 한다. 이 때, 이를 만족하는 m 의 값의 합을 구하여라.

(예를 들면, $72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$ 이므로 $S(72) = 2 + 2 + 2 + 3 + 3 = 12$ 가 된다.) [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 102

해설

세 종류의 소수의 합이 12 이하인 경우는 $(2, 3, 5)$, $(2, 3, 7)$ 의 두 가지 경우이다.

$S(m) = 2+2+3+5$ 또는 $S(m) = 2+3+7$ 이므로 $m = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$ 또는 $m = 2 \times 3 \times 7 = 42$ 따라서 $60 + 42 = 102$ 이다.

27. $18 \times A \times 7^2$ 의 약수의 개수가 36 이라고 한다. 가장 작은 A 의 값을 a , 두 번째로 작은 A 의 값을 b 라고 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$$2 \times 3^2 \times 7^2 \times A$$

약수의 개수가 36 개이므로

A 가 될 수 있는 수는 $2^2, 3^3, 7^3$ 이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다.

따라서 가장 작은 값은 $2^2 = 4$,

두 번째로 작은 값은 5

$$\therefore 5 - 4 = 1$$

28. 196 을 $a^m \times b^n$ 으로 소인수분해하였을 때, $a+b+m+n$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$196 = 2^2 \times 7^2$$

따라서 $a = 2, b = 7, m = 2, n = 2$

$$a + b + m + n = 13$$

29. 서로 다른 한 자리 소수 a, b, c 에 대하여 $a^2 \times 3^2 \times 5^2$ 으로 소인수분해되는 자연수 N 에 8을 곱하였더니 약수의 개수가 2 배가 되었다. 이때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

a 는 한 자리 소수 중 하나이므로 2 또는 7이다.

$a^2 \times 3^2 \times 5^2$ 의 약수의 개수는 $3 \times 3 \times 3 = 27$ 이다.

$a = 2$ 일 때 2^3 을 곱하면 약수의 개수는

$$6 \times 3 \times 3 = 54 \text{ 이므로 } a = 2 \text{ 이다.}$$

30. 588 을 588 보다 작은 자연수 a 로 나누었더니 약수의 개수가 홀수인 자연수 b 가 되었다. 가능한 b 의 값의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 250

해설

약수의 개수가 홀수인 수는 제곱수이므로

$$\frac{588}{a} = \frac{2^2 \times 3 \times 7^2}{a} = k^2 = b \text{ 라 하면,}$$

a 는 3, $2^2 \times 3$, $2^2 \times 3 \times 7^2$ 이 가능하다.

$$a = 3 \text{ 일 때, } b = 14^2 = 196$$

$$a = 2^2 \times 3 \text{ 일 때, } b = 7^2 = 49$$

$$a = 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 2^2 = 4$$

$$a = 2^2 \times 3 \times 7^2 \text{ 일 때, } b = 1^2 = 1$$

$$\therefore 196 + 49 + 4 + 1 = 250$$

31. 다음 중 두 수가 서로소인 것은? [배점 5, 중상]

- ① 12, 30 ② 13, 39 ③ 6, 15
④ 6, 12 ⑤ 12, 15

해설

- ① 12와 30의 최대공약수는 6이다.
② 13과 39의 최대공약수는 13이다.
③ 6과 12의 최대공약수는 6이다.
④ 12과 15의 최대공약수는 3이다.

32. 504를 자연수 a 로 나눈 값이 자연수 b 의 제곱이 될 때, $a + b$ 의 최소값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 20

해설

$\frac{504}{a} = \frac{2^3 \times 3^2 \times 7}{a} = b^2$ 이므로
 $a = 2 \times 7, 2^3 \times 7, 2 \times 3^2 \times 7, 504$ 가 가능하다.
 $a = 2 \times 7$ 일 때, $b^2 = 6^2 \quad \therefore b = 6$
 $a = 2^3 \times 7$ 일 때, $b^2 = 3^2 \quad \therefore b = 3$
 $a = 2 \times 3^2 \times 7$ 일 때, $b^2 = 2^2 \quad \therefore b = 2$
 $a = 504$ 일 때, $b = 1$
 $\therefore (a + b \text{의 최소값}) = 14 + 6 = 20$

33. 다음 중에서 옳은 것을 골라라.

- ㉠ 육십만 = 6×10^5
㉡ 50 이하의 소수는 15개다.
㉢ 소수는 모두 홀수이다.
㉣ 약수의 개수는 모두 짝수이다.
㉤ 51과 105는 서로소이다.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉡

해설

- ㉠ (육십만) = 600000 = $6 \times 100000 = 6 \times 10^5$
㉡ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47의 15개이다.
㉢ 2는 짝수인 소수이다.
㉣ 4의 약수는 1, 2, 4로 3개이다.
㉤ 51과 105의 최대공약수는 3이다.

34. 자연수 n 의 일의 자리 숫자를 $R(n)$ 이라고 할 때,
 $R(2^{97}) \times R(3^{98})$ 을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, 2^5 = 32, \dots$ 이므로
 2 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 2, 4, 8, 6 이
 반복된다.

$97 \div 4 = 24 \dots 1$ 이므로 $R(2^{97}) = 2$

$3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, 3^5 = 243, \dots$ 이므
 로

3 의 거듭제곱의 일의 자리 숫자는 3, 9, 7, 1 이
 반복된다.

$98 \div 4 = 24 \dots 2$ 이므로 $R(3^{98}) = 9$

$\therefore 2 \times 9 = 18$

35. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 의 숫자 카드를 사용해 만든 세 자리
 의 수를 만들 때, 9 의 배수 중 가장 큰 수를 구하여라.
 [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 765

해설

9 의 배수는 각 자리 수를 모두 더한 값이 9 의
 배수이다.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 의 숫자 카드를 사용해 만든 세
 자리의 수 중에서,

7 로 시작하면서 각 자리의 수를 모두 더하면 9 의
 배수가 되는 수는 765 이다.

$\therefore 9$ 의 배수 중 가장 큰 수=765