

단원 종합 평가

1. 집합 A 는 2, 3, 5, 7 을 원소로 가질 때, 다음 중 틀린 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 3, 하상]

- ① $1 \notin A$ ② $2 \in A$ ③ $6 \notin A$
 ④ $9 \in A$ ⑤ $3 \notin A$

해설

a 가 집합 A 의 원소이면 $a \in A$, b 가 A 의 원소가 아니면 $b \notin A$ 이다.

- ④ $9 \notin A$
 ⑤ $3 \in A$

2. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{5, 8, 9\}$ 에 대하여 $(A - B) \cup (B - A)$ 는? [배점 3, 하상]

- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 3, 5\}$
 ③ $\{1, 3, 7\}$ ④ $\{1, 3, 5, 8\}$
 ⑤ $\{1, 3, 7, 8\}$

해설

$(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 3, 5, 7, 8, 9\} - \{5, 9\} = \{1, 3, 7, 8\}$ 이다.

3. 지현이네 반 35 명의 학생 중에서 수학을 좋아하는 학생은 18 명, 영어를 좋아하지 않는 학생은 15 명, 수학만 좋아하는 학생은 10 명일 때, 영어만 좋아하는 학생은 몇 명인가? [배점 3, 하상]

- ① 7 명 ② 8 명 ③ 10 명
 ④ 12 명 ⑤ 14 명

해설

전체 학생의 집합을 U , 수학을 좋아하는 학생을 A , 영어를 좋아하는 학생을 B 라 하자.

$$n(U) = 35, n(A) = 18, n(B^c) = 15, n(A - B) = 10 \text{ 이므로}$$

$$n(B) = n(U) - n(B^c) = 35 - 15 = 20 \text{ 이고}$$

$$n(A \cap B) = n(A) - n(A - B) = 18 - 10 = 8 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 20 - 8 = 12 \text{ 이다.}$$

4. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 에서 원소 2 는 포함되고 동시에 원소 10 은 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 개

해설

집합 A 에서 원소 2 와 10 을 제외한 부분집합의 개수와 같다.

$$\therefore 2^4 = 16$$

5. $n(A) = 10$, $n(A - B) = 4$ 일 때 $n(A \cap B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$$

$$4 = 10 - n(A \cap B) \quad \therefore n(A \cap B) = 6$$

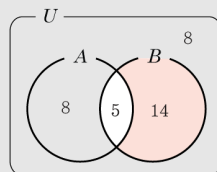
6. 학생 35명 중에서 제주도에 가 본 학생이 13명, 경주에 가 본 학생이 19명, 두 곳 모두 가 본 적이 없는 학생이 8명일 때, 경주에만 가 본 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 14명

해설

전체 학생을 U , 제주도에 가 본 학생을 A , 경주에 가 본 학생을 B 라 할 때, 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 경주에만 가 본 학생은 14명이다.

7. 두 집합 A , B 에 대하여 $n(A) = 18$, $n(B) = 35$ 이고, $A \cap B = A$ 일 때, $n(A \cup B) - n(A \cap B)$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 17

해설

$A \cap B = A$ 이므로 $A \subset B$ 이고, $A \cup B = B$ 이다.

$$n(A \cup B) - n(A \cap B) = n(B) - n(A) = 35 - 18 = 17$$

8. 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $n(\emptyset) = n(\{0\})$

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$

③ $n(\{4\}) = 4$

④ $n(\{x|x \text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$

⑤ $n(\{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

① $n(\emptyset) = 0$, $n(\{0\}) = 1$

② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$

③ $n(\{4\}) = 1$

④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$

⑤ $n(\{3\}) = 1$

9. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 이고 $n(B) = 3$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4 개

해설

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

따라서 원소가 3개인 A 의 부분집합은

$\{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 6, 8\}, \{4, 6, 8\}$ 4 개

10. $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, $B \subset A$ 이고, $A \neq B$ 인 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 15 개

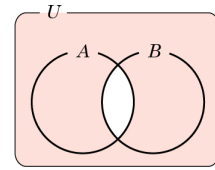
해설

$B \subset A$ 이고, $A \neq B$ 인 집합 B 는 집합 A 의 진부분집합이다.

따라서 집합 B 의 개수는 (집합 A 의 부분집합의 수) -1 (개)가 된다.

따라서 $2^4 - 1 = 16 - 1 = 15$ (개)이다.

11. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 8\}, B = \{2, 6, 8\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



[배점 4, 중중]

① $\{2, 4, 6\}$

② $\{4, 6, 8\}$

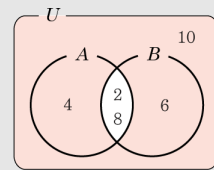
③ $\{4, 6, 10\}$

④ $\{6, 8, 10\}$

⑤ $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로



색칠한 부분은 $\{4, 6, 10\}$ 이다.

12. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 7 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여
 $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{2, 3, 5\}, C = \{3, 4, 7\}$ 일 때,
 $(A \cup B) \cap C^c$ 은? [배점 4, 중중]

- ① $\{1\}$ ② $\{1, 2\}$
 ③ $\{1, 6\}$ ④ $\{1, 2, 6\}$
 ⑤ $\{1, 2, 5, 6\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이므로
 $(A \cup B) \cap C^c = (A \cup B) - C = \{1, 2, 3, 5, 6\} - \{3, 4, 7\} = \{1, 2, 5, 6\}$ 이다.

13. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $n(U) = 20, n(A \cup B) = 18, n(A \cap B^c) = 7$ 일 때,
 $n(A^c \cap B^c)$ 은? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 20 - 18 = 2$ 이다.

14. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}, B = \{1, 2, a\}$ 에 대하여 $B \subset A$ 를 만족하는 a 의 값을 모두 구하여라.
 [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 6

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$
 $B \subset A$ 이므로 $a \in A$
 $\therefore a = 3$ 또는 $a = 6$

15. 두 집합 $A = \{0, 1\}, B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 집합
 $C = \{x | x = a \times b, a \in A, b \in B\}$ 이다. 이때, 집합 C
 를 원소나열법으로 나타낸 것은? [배점 5, 중상]

- ① $\{0\}$ ② $\{0, 1\}$
 ③ $\{0, 1, 2\}$ ④ $\{0, 1, 2, 3\}$
 ⑤ $\{0, 1, 2, 3, 4\}$

해설

$0 \times 1 = 0, 0 \times 2 = 0, 0 \times 3 = 0, 1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 3 = 3$ 이므로 $C = \{0, 1, 2, 3\}$ 이다.

16. 집합 $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합 중 원소가 짝수로만 이루어진 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7 개

해설

집합 A 의 원소 중 짝수는 2, 4, 6 이므로 $\{2, 4, 6\}$ 의 부분집합 중에서 $\emptyset$ 을 제외한 $2^3 - 1 = 7$ (개) 이다.

17. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, c, e, f\}$, $A \cap B = \{a, c, e\}$ 가 성립할 때 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $\{a, b, c, d, e\}$ ② $\{a, b, c, e\}$
 ③ $\{a, b, c, d\}$ ④ $\{a, c, d, e\}$
 ⑤ $\{a, c, e\}$

해설

$\{a, c, e\} \subset B \subset \{a, b, c, d, e\}$ 이므로 집합 B 는 원소 a, c, e 는 반드시 포함하는 집합이다. 따라서 ③은 B 가 될 수 없다.

18. 집합 P 에 대하여 $[A] = \{P | P \subset A\}$ 로 정의한다. $A = \{x, y, z\}$ 일 때, 집합 $[A]$ 를 원소나열법으로 나타내어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $[A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{\{x, y, z\}\}$

해설

$[A] = \{P | P \subset A\}$ 라는 정의를 살펴보면 P 는 집합 A 의 부분집합이다.

따라서 $[A]$ 는 집합 A 의 부분집합들을 원소로 가진다.

$\therefore [A] = \{\emptyset, \{x\}, \{y\}, \{z\}, \{x, y\}, \{y, z\}, \{z, x\}, \{\{x, y, z\}\}$

19. 다음 중 무한집합이 아닌 것을 모두 고르면 ? (정답 3개) [배점 5, 상하]

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\}$
 ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\}$
 ③ $\{x|x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\}$
 ④ $\{2x+1|x, x \text{는 11보다 큰 소수}\}$
 ⑤ $\{[x]|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 유리수}\}$ (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

해설

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\} \rightarrow$ 짝수인 소수는 2 뿐이다.
 ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\} \rightarrow$ 1 과 2 사이의 유리수는 무수히 많다.
 ③ $\{x|x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\} \rightarrow \frac{4}{3x}$ 가 자연수가 되는 x 의 값은 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}$
 ④ $\{2x+1|x, x \text{는 11보다 큰 소수}\} \rightarrow$ 11 보다 큰 소수는 무수히 많다.
 ⑤ $\{[x]|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 유리수}\}$ (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)
 $\rightarrow [x]$ 가 될 수 있는 수는 1, 2, 3 뿐이다.

20. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = n(C)$ 이고, $(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

- ① $n(A - C) = 0$
 ② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C)$
 ③ $n(A \cap C) = n(B)$
 ④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B)$
 ⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C)$

해설

- $(A \cap B^c) \cup (B \cap C^c) = \emptyset$ 이면 $A - B = \emptyset, B - C = \emptyset$ 이므로 $A \subset B, B \subset C$
 또, $n(A) = n(C), A \subset C$ 이므로 $A = C$
 따라서 $A = B = C$
 ① $n(A - C) = 0 \rightarrow A = C$ 이므로 옳다.
 ② $\frac{n(C)}{n(A)} \times n(B) = n(C) \rightarrow 1 \times n(B) = n(C)$ 이므로 옳다.
 ③ $n(A \cap C) = n(B) \rightarrow$ 옳다.
 ④ $\frac{n(A) + n(C)}{2} = n(B) \rightarrow$ 옳다.
 ⑤ $n((A \cap C) - B) = n(A \cup B \cup C) \rightarrow n((A \cap C) - B) = 0$ 이므로 옳지 않다.